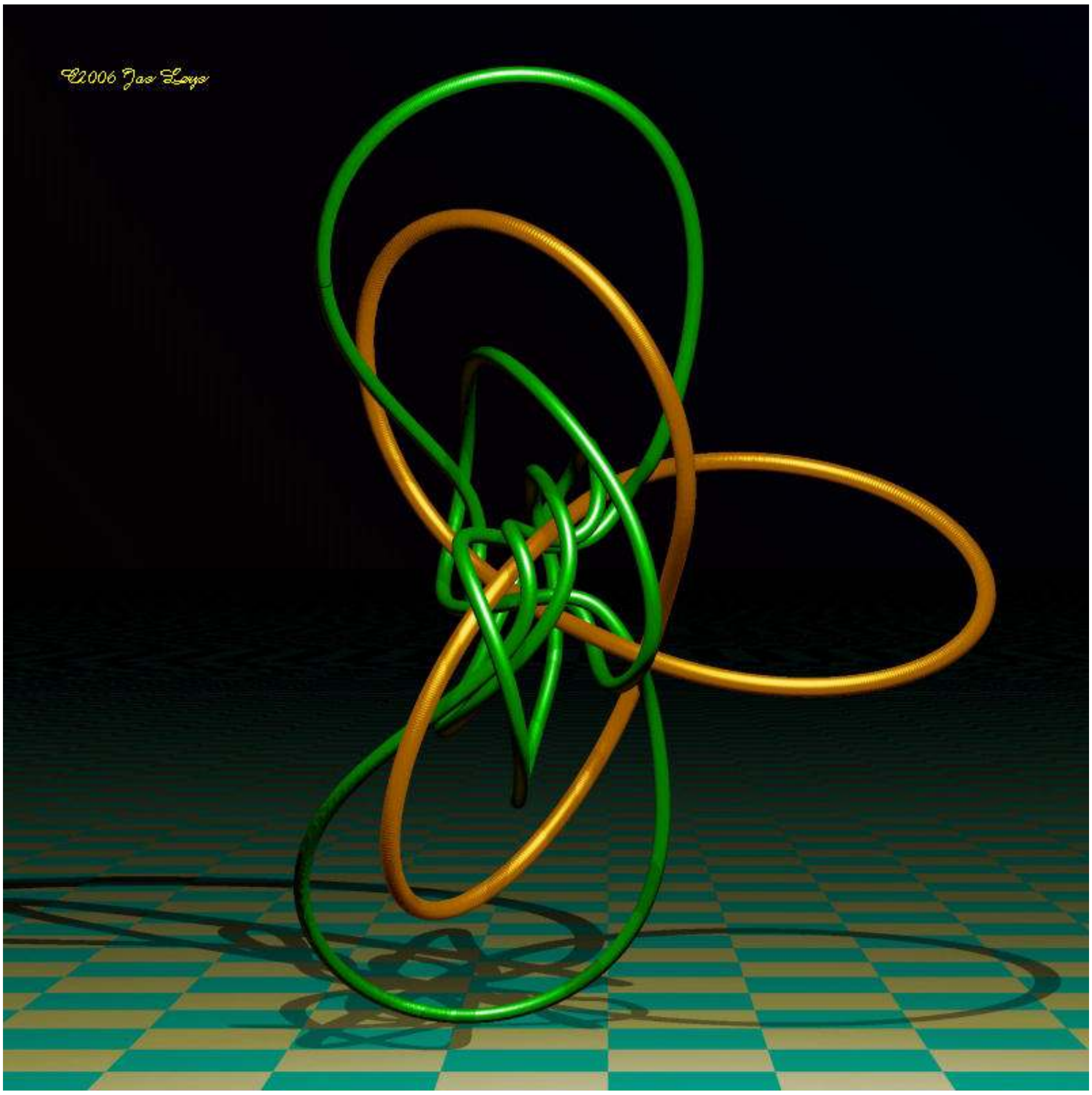
Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 093 - Ottobre 2006 - Anno Ottavo



Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio da

Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S)

rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)

piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)

alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM 092 ha diffuso 1133 copie e il 30/09/2006 per Google eravamo in 26100 pagine.

L'altra volta abbiamo attribuito a Jos Leys un'opera che era, in realtà, di ***Andrew Lipson*** e per rimediare mettiamo anche questa volta in grassetto il nome sbagliato. In copertina, la proiezione nello spazio tridimensionale dell'immagine di una matrice a coefficienti interi e determinante unitario di C^2.

1. Lessico Famigliare

Nella mia casa paterna, quand'ero ragazzina, a tavola,
se io o i miei fratelli rovesciavamo il bicchiere sulla tovaglia,
o lasciavamo cadere un coltello, la voce di mio padre tuonava:
"Non fate malagrazie!"
(Natalia Ginzburg, "Lessico Famigliare")

Il nostro nome è Trotta.
La nostra casata è originaria di Sipolje in Slovenia.
Casata, dico, perché noi non siamo una famiglia.
(Joseph Roth, "La Cripta dei Cappuccini")

Tutte le famiglie felici si somigliano;
ogni famiglia infelice è invece disgraziata a modo suo.
(Lev Tolstoj, "Anna Karenina")

Sono nato a Ginevra e la mia famiglia
è una tra le più in vista di quella repubblica .
(Mary Wollstonecraft Shelley, "Frankenstein")

I primi dati di questa nostra storia consistono, molto
modestamente, nella descrizione di una vita famigliare.
(Pier Paolo Pasolini, "Teorema")

Era un bel mattino, chiaro e caldo, verso la fine d'agosto.
La riunione della famiglia Karamazov in casa dello starets
Zosima doveva aver luogo alle undici e mezzo.
(Fedor Mikailovic Dostoevskij, "I Fratelli Karamazov")

Avrei desiderato che mio padre o mia madre, o meglio tutti e due,
giacché entrambi vi erano ugualmente tenuti, avessero badato
a quel che facevano, quando mi generarono.
(Laurence Sterne, "La vita e le opinioni di Tristam Shandy gentiluomo")

Molti anni dopo, di fronte al plotone d'esecuzione,
il colonnello Aureliano Buendìa si sarebbe ricordato
di quel remoto pomeriggio in cui suo padre lo aveva
condotto a conoscere il ghiaccio.
(Gabriel Garcia Marquez, "Cent'anni di Solitudine")

Se, per una volta, si decidesse di giocare in attacco anziché in difesa, quale sarebbe la strategia migliore? Se, una volta tanto, anziché rivendicare pari dignità e diritti, si cedesse alla tentazione (nonché all'arroganza) dell'orgoglio, quali tattiche dialettiche sarebbe opportuno adottare?

Il tema, ormai frusto e logoro, è sempre quello delle "due culture"; è nostra opinione che la polverosa distinzione tra cultura classica e cultura scientifica, già limitata nello spazio (non trovando questa ipotesi molti proseliti al di fuori dei patri confini), sia anche destinata ad essere circoscritta nei tempi dell'ormai defunto ventesimo secolo. Riesumare la diatriba rischia quindi di essere azione sacrilega oltre che pericolosa, soprattutto in periodi grigi e tristi come questi nei quali si registrano ancora ulteriori cedimenti in classifica del nostro sistema scolastico. Stiamo accanitamente lottando per raggiungere l'ultimo posto nella classifica della formazione scolastica europea, ed è verosimile che l'atmosfera culturale italiana abbia bisogno d'una rinnovellata *querelle* sulle due culture quanto di una martellata in fronte. Per quanto questo sia ben noto, anni di (immeritata e forzata) sudditanza culturale lasciano inequivocabilmente il segno, e non è insolito assistere a rigolettesche urla di "vendetta, tremenda vendetta!" da parte degli alfieri della cultura scientifica. La cosa che probabilmente resta più stupefacente, in questa – per lo più ipotetica – disfida, è che se i "Cultori della Scienza" volessero davvero scimmiottare Vincenzo Gioberti e decidessero di scrivere un manifesto sul "Primato Morale e Civile dei Matematici", avrebbero davvero una bella arma da gettare nella mischia. Un argomento stringente e profondo, tale da gettare nel panico la parte avversa (come chiamarli… "Propugnatori delle Belle Lettere"?) proprio perché si basa su una vigorosa rottura di simmetria. Il punto è, insomma, che chi ritiene importante la cultura umanistica usualmente snobba (e talvolta deride con aristocratico distacco) quella scientifica, mentre chi riconosce un ruolo centrale alla Scienza di solito non disdegna affatto i beni della Letteratura. Insomma, i matematici leggono i romanzi, mentre i letterati si guardano bene dal leggere le pubblicazioni scientifiche[1]. È qui che la simmetria si rompe, qui che si mostra che entrambe le culture sono preziose, ma solo uno dei partiti si preoccupa di conoscerle entrambe.

Certo, si potrà obiettare che è ben diverso il modo di leggere ed intendere un classico della letteratura da parte di un letterato che riesce ad inserirlo pienamente nel giusto contesto storico, critico, letterario, rispetto a quel che può fare, a puro scopo di diletto, l'algebrista che timidamente decide di confrontarsi in poltrona con Dante o Gadda. Ma, per la miseria, non è che al letterato di cui sopra si stia chiedendo di confrontarsi direttamente con l'Ipotesi del Continuo o con gli integrali ellittici. Quasi sempre, ci si contenterebbe di verificare che il nostro eroe non venga messo al tappeto dal calcolo d'una percentuale.

Quel che più dispiace è che, una volta superata definitivamente la scollatura tra cultura umanistica e cultura scientifica, è virtualmente certo che la Cultura (quella autentica, con la maiuscola e senza aggettivi di sorta) trarrebbe autentico vantaggio dalla sinergia generata dall'interdisciplinarietà. Filoscientisti troppo spesso tacciati di aridità, di mancanza di immaginazione, di bassi intenti classificatori senza fantasia, potrebbero dimostrare di possedere uno spirito poetico profondo, una volta contaminati dagli aggettivi immaginifici dei novellieri. Protoumanisti ancora vincolati ad una logica più vetusta di quella aristotelica potrebbero cantare il sublime apollineo e il sulfureo dionisiaco contrapponendoli con feroce e stringente argomentazione booleana, tale da lasciare inebetito qualsiasi antagonista meno ferrato nella rigorosa scienza del logos, dopo un salutare bagno rinfrescante nella logica matematica. Entrambi potrebbero trovare diletto e meraviglia nel constatare che, in ultima analisi, ambedue le discipline studiano il linguaggio, la parola, il verbo, insomma; e solo il persistere della minuscola concederà alle religioni di perseverare nel monopolio della loro propria ricerca del Verbo (con la maiuscola).

E se anche tutto questo non dovesse mai accadere, beh, diamine… quantomeno, si perde l'occasione di divertirsi con dei giochi ibridi. Pochi istanti di meditazione (unita alla solita dose di spudorata incoscienza) sulla sinergia matematico-letteraria ci hanno fatto inventare un gioco semplicissimo, che potremmo chiamare "gli Incipit di Markov". Un esempio di "partita" lo abbiamo riportato sotto il titolo di quest'articolo, sotto forma di citazioni ripetute: semplicemente, occorre mettersi d'accordo su una parola (o su un concetto), e poi si passano ad elencare tutti i romanzi che hanno la tal parola (o il tal concetto) citata nel loro incipit. Come è facile vedere, negli esempi riportati tale parola è "famiglia", anche se si sono accettati le estensioni concettuali di "padre" e "madre". Inutile dire che quella mostrata è solo una piccola parte della catena (di Markov) possibile.

Prima che, colti da entusiasmo ludico-letterario, decidiate di lanciarvi in sfide all'ultimo sangue, alcune raccomandazioni sono necessarie. La prima è che – ovviamente – il gioco è giocabile in qualsiasi luogo, ma riesce meglio se ci si affronta suddivisi in due squadre ben

[1] Sicuramente lo abbiamo già citato, ma vale la pena di ricordarlo: "*Ho conosciuto poeti che non conoscevano Newton, e se ne vantavano. Ho conosciuto scienziati che non conoscevano Shakespeare, e se ne vergognavano*" 't Hooft, Nobel per la Fisica

disposte all'interno d'una biblioteca (pubblica o privata che sia), avendo la possibilità di sfogliare barbaramente le pagine dei libri ivi riposti. Questo non solo prolunga la durata del gioco, ma favorisce anche un sano movimento muscolare che quasi promuove il diletto intellettuale ad autentica disciplina sportiva. Un secondo accorgimento (che rivolgiamo soprattutto alla squadra degli Scientisti, che immaginiamo contrapposta a quella degli Umanisti) è quello di scegliere una parola acconcia come terreno di sfida. L'esempio da noi riportato rischia di essere fin troppo banale, visto che molti romanzi iniziano parlando dell'infanzia dei protagonisti, e di solito l'infanzia si passa in famiglia. Ma il rischio opposto è di gran lunga più pericoloso. Se decidete di accordarvi sulla parola "Venticinque", il gioco rischia di finire presto[2], se optate per "Sfinge" o "Vombato", è assai difficile che riusciate anche solo a cominciare, a meno che non siate dei mostri di cultura ottimamente documentati[3]. Infine, per coloro che si stanno interrogando ancora sul nome del gioco: è del tutto evidente che questo è assai più letterario che matematico, e che se non fosse per la forzosa presenza di Andrei Andreyevich Markov nel nome, potrebbe passare per intrattenimento tutt'altro che ibrido. Ciò non di meno, esso è stato inventato da una prestigiosa rivista di matematica ricreativa, e anche se le catene di Markov c'entrano davvero poco con la dinamica ludica, quantomeno il nome dovrebbe incuriosire i componenti della squadra degli Umanisti, che potrebbero chiedere lumi in merito. E, nella rivelazione dell'origine del nome, la conoscenza globale della storia della matematica aumenterà di un intero epsilon.

Giochi simili, più o meno complessi, sono sempre possibili e pronti ad essere scoperti o reinventati: se volete rafforzare un po' (ma appena appena) la componente matematica, può bastare decidere di elencare il maggior numero possibile di romanzi che abbiano un numero[4] nel titolo; non è un gioco ripetibile a breve distanza di tempo, ma per un po' riesce a tenere impegnate un paio di squadre di buoni lettori.

Abbastanza curiosamente, l'ultimo incipit citato nella lista d'apertura appartiene ad un romanzo che è buona intersezione dell'insieme dei romanzi con termini familiari nell'incipit con l'insieme dei libri con un numero nel titolo. Nonostante questo, il capolavoro di Gabriel Garcìa Marquez non sembra essere un romanzo particolarmente amato dagli Scientisti: e le ragioni – a volerle cercare – possono essere davvero tante. Tanto per cominciare, "Cent'anni di solitudine" viola serenamente le leggi della fisica; ma questo è in fondo perdonabile, se non fosse per il modo in cui la violazione viene perpetrata. È infatti evidente che sono molti i libri che non si preoccupano troppo di rispettare i fondamenti della filosofia naturale, e tutt'altro che insoliti: libri di favole, mostri, fantasmi; racconti ucronici, surreali, fantastici; e interi generi come la fantascienza, dagli Scientisti amatissima, che è per sua stessa costituzione costretta alla violazione delle leggi fisiche, descrivendo il mondo come non è, ma come potrebbe essere se la tale legge potesse essere opportunamente aggirata. E allora, perché dovrebbe stupire il modo in cui le regole naturali sono violate nella storia di Marquez? Probabilmente

[2] Presto, ma non prestissimo. Almeno quattro o cinque romanzi o racconti dovreste trovarli, tra cui un paio di autentici capolavori. E uno di questi è il capolavoro dello scrittore del XX secolo che più ha amato la matematica. Un abbonamento vitalizio a RM a chi indovina il romanzo – e a fortiori l'autore - in questione.

[3] Con la parola "sfinge" è forse più facile giocare agli "incipit di città", piuttosto che con gli incipit di libri. Per quanto possa sorprendere, cominciano (più o meno) con un sfinge sia il Cairo (entrandovi da Sud-Ovest), sia Torino (entrandovi da Nord). Per quanto notoriamente campanilisti, non abbiamo difficoltà a riconoscere che quella cairota è decisamente più bella di quella torinese. Per quanto riguarda il vombato, non alzate troppi sopraccigli di sufficienza. Il motore di Internetbookshop trova due titoli italiani con la parola "vombato" (il che ci rende ottimisti nella possibile presenza della stessa negli incipit), ma se appena si prova a passare all'inglese (digitando "wombat" in Amazon), ci si ritrova sommersi dalla bellezza di 2352 risultati.

[4] Attenzione alle possibili cause di contestazione: gli articoli indeterminativi non dovrebbero essere generalmente accettati. Il termine "uno" deve essere indiscutibilmente riferito ad un valore numerico, come in "Champagne per uno" (Rex Stout), e non come in "La giornata di uno scrutatore" (Italo Calvino). Per il resto, vale la più ampia libertà di accordi (nonché di litigi: degli Umanisti arrabbiati si sono a lungo rifiutati di accettare come risposta valida "l'"Aleph" di Borges. Una buona occasione per inoculare le delizie di Cantor agli avversari, tra un pugno e l'altro).

perché la sua narrazione non è palesemente fantastica, ma lo è solo occasionalmente. I tappeti volanti degli zingari appaiono improvvisamente nella quotidianità normalissima di un apparentemente realistico Venezuela, senza preavviso alcuno, e il registro del lettore fa un salto imprevisto: "Ah, ma allora non è solo libro di fantasia, è anche libro di fantasy…". E così continua: l'impossibile si coniuga senza strappi col possibile, spiazzando il lettore, almeno quello razionalista; i personaggi della narrazione nascono vivono e muoiono, ma ogni tanto vengono anche assunti in cielo con anima, corpo, vestiti e ninnoli. E questa difficoltà di classificazione del romanzo che irrita (forse) il razionalista che cerca di seguire gli sviluppi della storia.

Ma questa è solo un'ipotesi; la fantasia che è richiesta ad un matematico di media caratura per comprendere che l'infinito non è maggiore delle sue parti, o per muoversi serenamente nella semplificazione di infinitesimi che altro non sono che il nulla materializzato da un nome, in genere accorre pietosa ad aiutare il lettore scientista anche quando il baffuto autore venezuelano sconvolge Macondo con trentadue rivoluzioni fallite (violazione della teoria delle probabilità), con anni consecutivi di pioggia (violazione dei meccanismi meteorologici), o con vecchiette di centocinquanta anni (violazione dei limiti della biologia, nonché del Guinness dei Primati). È allora possibile che la palesata difficoltà dei nuovi illuministi di raggiungere l'ultimo capitolo di "Cien años de soledad" abbia radici più profonde e serie di qualche ingiustificato evento miracoloso. Si può tentare allora di approfondire l'analisi considerando come, quasi senza eccezioni, i frequentatori delle facoltà scientifiche recriminino sul fatto che un altro sommo maestro sudamericano sia rimasto privo di quel Nobel per la Letteratura che invece è riuscito ad ottenere lo scrittore colombiano. La cosa è solo parzialmente giustificabile: se è infatti indiscutibile che Jorge Luis Borges, essendo forse il più grande scrittore di tutto il Novecento, avrebbe meritato anche più di un Nobel, non si capisce però perché mai questo famigerato mancato premio a Borges debba essere sempre messo in contrapposizione a quello assegnato a Marquez[5]. È però quantomeno palese che le preferenze degli scientisti vadano senza dubbio all'argentino, e la ragione, questa volta, potrebbe addirittura essere più filosofica che stilistica. La narrativa di Marquez – e di "Cento Anni di Solitudine" in particolare – è infatti profondamente fatalista e rassegnata alla predestinazione: la famiglia Buendìa, protagonista del racconto, è vivacissima e articolatissima, ma non di meno è del tutto impotente di fronte al Fato e allo stanco e perpetuo ripetersi della storia. Amori, battaglie, guerre, sconvolgimenti, nascite, morti, si alternano ad un ritmo parossistico, quasi una per pagina, eppure il disegno globale della casata rimane immobile e deciso. La storia si ripete nel ripetersi dei nomi e delle azioni, la storia è già nota e scritta – incisa fin dall'inizio nelle misteriose pergamene di Melquiades, zingaro e sapiente; e, per quanto la casa della famiglia sia quasi sempre trabocchevole di gente, la predestinazione di ognuno è repentinamente trasformata in incrollabile isolamento. Ogni personaggio, per quanto appassionato e iperattivo possa essere, finisce sempre con il chiudersi in una sua propria e immutabile solitudine, che da il ritmo alla narrazione e il titolo al libro. Il Destino, il Fato sudamericano, spagnolo e mediterraneo rimane invitto e quasi neppure sfiorato dalle vite dei personaggi.

È possibile che questo atteggiamento fatalista – per altro ancora imperante in quasi tutte le culture umane contemporanee, che all'Enciclopedia dell'Illuminismo preferiscono di

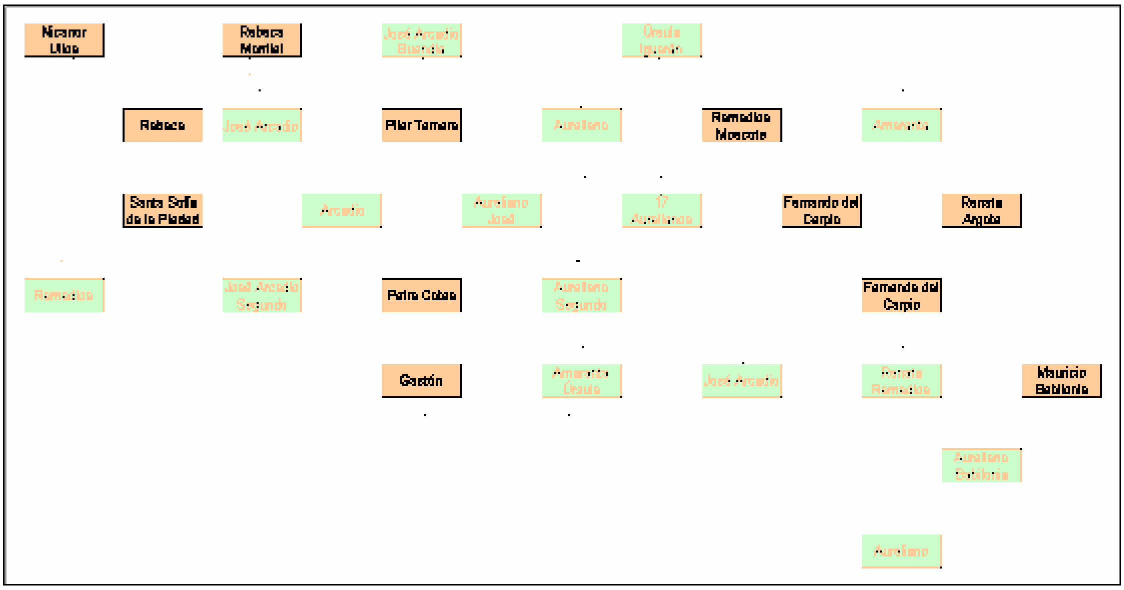
[5] A dire il vero, la contrapposizione aveva un suo (perfido) senso nel 1982, anno dell'assegnazione del premio a Marquez. È risaputo infatti che, essendo assai difficile comparare in senso assoluto opere letterarie in lingue e culture diverse, i saggi di Stoccolma attuino una certa "rotazione" nelle assegnazioni dei premi, non troppo diversa da quanto fa il Comitato Internazionale Olimpico per l'assegnazione delle città sedi dei Giochi Olimpici. Quando ci si avvide che quell'anno il premio sarebbe andato ad uno scrittore sudamericano, furono in molti ad osservare che il cinquantacinquenne Marquez aveva probabilmente impedito per sempre l'assegnazione del Nobel a Borges, perché il vecchio argentino aveva allora già ottantasette anni, e assai difficilmente sarebbe riuscito a vivere abbastanza a lungo per vedere il Nobel della Letteratura arrivare nuovamente in America Latina. Così fu, infatti, perché Borges morì solo quattro anni dopo, nel 1986. Ma ciò non toglie che le crudeli rotazioni svedesi ben poco hanno a che vedere col merito o con le colpe di Marquez, e che continuare la contrapposizione un quarto di secolo dopo il fattaccio sia cosa del tutto ridicola.

gran lunga la Pagina degli Oroscopi – irriti in maniera sottile la predominate vena razionalista e rivoluzionaria dello scientista medio. L'ubriacatura perfetta del matematico la si può ritrovare nell'infinita e mai ripetuta Biblioteca di Babele; la quantistica e cruciale indeterminazione del fisico ha il suo cantico delle creature nel Giardino dei Sentieri che si Biforcano; in generale, l'abisso del non-prevedibile, del sempre mutabile, del catastrofico effetto provocato dalla causa minuscola e irrisoria riproduce il senso di impotenza e di sfida della Scienza, che è tanto decisa a determinare quanto restìa ad essere predeterminata.

Fosse davvero questa, la causa della ritrosia verso Marquez, dovremmo allora quasi assolvere lo scrittore colombiano per porre sul banco degli accusati nientemeno che il Fato. Consolatorio per gli uomini disperati, narcotizzante per l'impulso creativo, alibi per le rassegnazioni, il Destino è di solito quanto serve al soldato per gettarsi in battaglia, ma è esattamente anche ciò che cerca di combattere lo scienziato. È curioso notare come l'etimologia di entrambe le parole "Fato" e "Destino" sia assai meno imponente delle parole stesse: "Fato" viene dalla radice greca del verbo "dire"[6], ed è grossolanamente traducibile con "ciò che è detto", nel senso ovviamente oracolare di "ciò che è stato già detto, fissato una volta per tutte". Il significato originario di "Destino", invece, è conservato intatto ancora nello spagnolo, che usa la parola nel senso di "destinazione"; ovvero "fermata", luogo dove "si sta fermi" (non a caso "sti-nare" è la forma estesa di quel che poi è diventato "stare"). L'immobilità pregiudicata e decisa, insomma: ottima per accettare la necessità della morte, forse; splendida per gettarsi in situazioni pericolose e temerarie ("Tanto, se deve succedere, succederà… è già scritto"); ma assolutamente distruttiva per la ricerca che si propone di comprendere un universo dinamico e tutt'altro che precognito. Ah, sarebbe bello, fosse davvero questa la ragione; anche perché entrambi gli approcci ne uscirebbero bene, con una propria dignità rafforzata. I poeti e letterati che si esaltano nella saga della famiglia di Macondo perché solo grazie alla loro profonda predisposizione alla lettura dei segni, degli indizi vitali, riescono ad estrarre dal racconto eternato nuove ragioni di stupore e di immaginazione, nuovi disegni e nuovi sogni in un mondo perfettamente noto e conoscibile; gli scienziati che invece rifiutano le costrizioni del Destino per la loro ribellione alla stasi, all'immobilità, e per la fame di ricerca dinamica ed evolutiva. Meditazione contro concentrazione, olismo contro riduzionismo, sintesi contro analisi. Sarebbe bello, sì, fosse questa la ragione ultima dell'adorazione o del rifiuto di Marquez.

Ma probabilmente tutto questo non c'entra niente. Non la natura sconvolta, non l'odio arcaico verso il Fato, non il rifiuto della predestinazione. Più semplicemente, i nostri eroi decifratori di formule impossibili si sentono disperatamente perduti nell'intreccio denso delle parentele e dei nomi della famiglia Buendìa. Alla fin fine fu proprio uno delle loro massime glorie, Leibnitz, a sollecitare l'introduzione del punto ("·") al posto della crocetta del "per" ("x") perché quest'ultima facilmente si confondeva con la lettera che per elezione rappresenta l'incognita. E se perfino i grandi della scienza scrivono lettere e scambiano lunghe e dotte chiacchierate perché impauriti dal duplice possibile significato d'un simbolo, come pensate che possano reagire di fronte ad una storia che si basa su un albero genealogico come questo?

[6] Radice presentissima ancora in italiano, come ad esempio in "ineffabile", che sta appunto a significare "indicibile, tale da non potere essere detto".



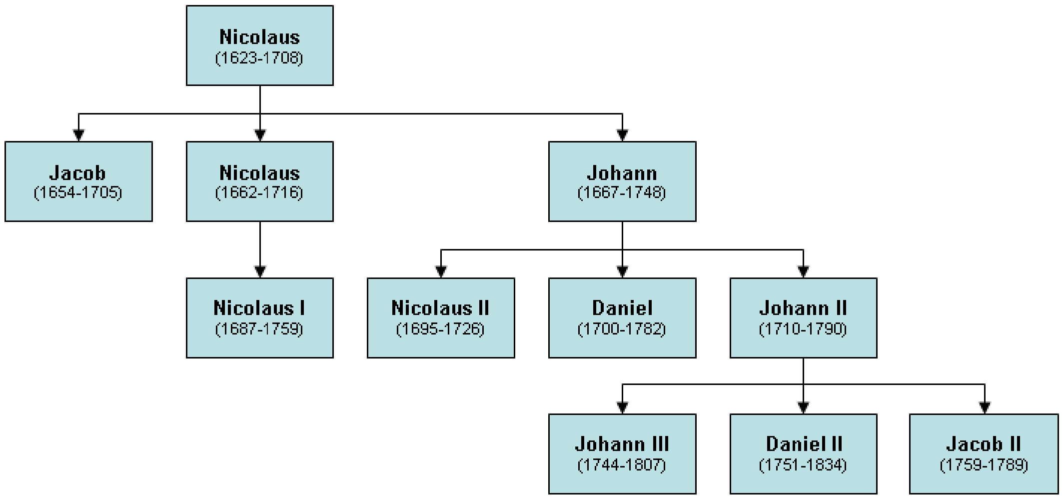
L'intrecciarsi delle linee e il ripetersi dei nomi nella figura precedente basta e avanza a gettare nel panico più profondo qualsiasi Scientista degno dell'appellativo. Innanzitutto perché il grafico della genealogia Buendìa non è certo presente nelle pagine del romanzo: se lo si vuole, bisogna disegnarselo da soli[7]. Poi, è palese che là dove un esperto esploratore di saghe familiari legge rapidamente ardite implicazioni erotiche (non sfugge certo, all'Esperto di Cose Umane, quell'annodarsi di sensazioni in seconda riga, quando due fratelli condividono la stessa donna e con essa entrambi generano figli, che saranno tra loro pertanto fratellastri e cugini al tempo stesso); là dove esperti analisti del comportamento riconoscono istantaneamente l'incesto che si consuma tra la terzultima e penultima riga (tra zia e nipote), con conseguente colpevolissimo concepimento dell'ultima generazione; là, dove chiunque con un minimo di esperienza (non necessariamente araldica) riesce più o meno a barcamenarsi nel groviglio delle parentele; ebbene là il logico, il matematico, il fisico, si perdono ineluttabilmente[8].

Aggiungendo a ciò il perverso ripetersi di "Josè Arcadio" e di "Aureliano" nello svolgimento della trama (a puro titolo di compassionevole condivisione del dolore, si noti che la quarta casella della terza riga contiene la scritta "17 Aurelianos", e nessun errore di stampa; sono proprio diciassette figli di un Aureliano che si chiamano tutti, a loro volta, Aureliano); considerando il saltuario – ma forse per questo più subdolo - ripetersi di Remedios, Ursula o Amaranta; prendendo atto del fatto che buona parte dei protagonisti campa ben più di un secolo, intrecciando e rendendo di fatto contemporanee quasi tutte le sette generazioni; tenendo insomma in debito conto tutto questo, risulta alla fine del tutto evidente che nessun seguace dell'organizzazione scientifica del sapere sarà mai in grado di proseguire nella lettura oltre la comparsa del terzo o quarto Aureliano Buendìa.

Oltre alla difficoltà di classificazione, è possibile anche che alcuni matematici riconoscano – più o meno consciamente – una precedente e più fatale nemesi, nel tentativo di seguire le vicende della famiglia di Macondo. Tornando dagli ameni spazi del romanzo alle calli petrose della realtà, lasciando le fantasiose famiglie letterarie per confrontarsi con le reali famiglie della vita e della scienza, è possibile che il matematico resti terrorizzato dalla complessità della famiglia Buendìa solo perché gli rinnovella il dolore di non aver realmente mai capito le relazioni della famiglia Bernoulli.

[7] Oppure si fa come noi, e lo si cerca in rete. Quello riportato viene dalla Wikipedia spagnola.

[8] È scientificamente provato (beh, insomma…quasi) che il 90% dei docenti di Logica, interrogati su quale grado di parentela (diretta o acquisita) intercorra tra loro stessi e la suocera del loro coniuge, risponda con orgogliosa sicurezza: "Nessunissimo".



Prendete il nome "Aureliano" e scambiatelo con "Nicolaus"; sia "José Arcadio" clonato in "Johann", arrivino poi "Jacob" e "Daniel" a riempire altre caselle zeppe di ordinali in cifra romana, ed ecco compiuta la vendetta matematica sulle genealogie notevoli. Se a prima vista il grafico della famiglia Bernoulli può apparire più semplice di quello della famiglia Buendìa, questo dipende solamente dal fatto che i matematici non sono in grado di trattenere (simultaneamente) un numero eccessivo di nozioni, e di conseguenza hanno radicalmente semplificato il grafico. Infatti, se si volesse imbastire un crudele gioco di oggettive complicazioni, si dovrebbe tener conto almeno dei seguenti fattori:

a) I misogini storici della matematica hanno crudelmente tralasciato tutte le spose e genitrici, lasciando in bell'evidenza solo la linea patronimica, quasi come se i matematici svizzeri del Seicento e Settecento si riproducessero solo tramite partenogesi.

b) I nomi sono stati semplificati: anche se non è evidente dal disegno, una delle maggiori difficoltà nel districarsi nella genealogia dei Bernoulli è che, essendo svizzeri e cittadini del mondo, i loro nomi sono spesso ricordati in lingue diverse. Ne segue che gli Jacob sono spesso riportati anche come Jakob (tedesco) e Jascques (francese), e non è impossibile trovare qualche vecchio libro italiano in cui vengono ricordati con l'affettuoso e patrio Giacomo. In maniera analoga, Johann non è diverso dal francofono Jean o dall'italico Giovanni, e così via…

c) L'albero riportato è limitato a solo quattro generazioni, praticamente la metà di quelle presenti in "Cento Anni di Solitudine". A prima vista non questa può non sembrare affatto una semplificazione: in fondo si sta parlando di matematici, e se la famiglia Bernoulli è "matematicamente" limitata a quattro generazioni (nel senso che i rappresentanti successivi potrebbero non essere matematicamente significativi, anche se magari pienamente esistenti) ci sarebbe stato ben poco da "semplificare" e ancor meno da contestare semplificazioni. In realtà, invece, una vera semplificazione è stata invece attuata anche in quest'aspetto: pazienti studiosi hanno appurato che, tra grandi e piccoli contributori, i membri della famiglia Bernoulli che hanno in qualche misura lasciato il segno nella storia della matematica sono 120 (leggasi centoventi), e gli ultimi rappresentanti giungono allegramente fino ai giorni nostri.

La celebrazione di una così vasta genìa di matematici ovviamente trascende le possibilità e le dimensioni di una rivista come la nostra: questo articolo è stato scritto soprattutto per ovviare ad una sua intrinseca e drammatica ineluttabilità, come se il Fato cantato da Marquez si riproponesse per noi, con crudele puntualità, all'inizio di ogni mese. Dovrebbe essere evidente anche ai lettori più disattenti che, per scegliere ogni mese il matematico da celebrare nell'articolo di apertura di questo giornalino, i vostri umili cronisti sono costretti ad esaminare attentamente il foglio opportuno nel Calendario di Rudi Mathematici[9]: occhi e dita scorrono frementi alla ricerca del nome e dell'uomo che più è in grado, di volta in volta, di recitare il ruolo di protagonista delle nostre modeste agiografie. In tale prospettiva, è altrettanto evidente che ogni santa volta, praticamente ogni santo mese, i cognomi "Bernoulli" saltino fuori come i proverbiali funghi. Ogni volta entrano nel novero dei candidati, al punto che il rischio era quello – non per disdegno, ma per puro esaurimento di pazienza – di toglierli d'ufficio dalle candidature.

Di qui, la scelta di un "compleanno" famigliare, collettivo, che come tale ha molti difetti (soprattutto quello di non poter parlare con degna attenzione di nessuno dei molti possibili protagonisti), ma quantomeno riesce a tacitare – almeno per un po' – il senso di colpa e di costante omissione dei doveri. La scelta del mese in cui pubblicarlo – vista l'ampissima possibilità di scelta – è caduta su Ottobre perché è uno dei mesi che ospita più elementi della famiglia svizzera: ma, di fatto, nel mazzo delle carte dei matematici famosi, il jolly ha senza dubbio la faccia di un Bernoulli:

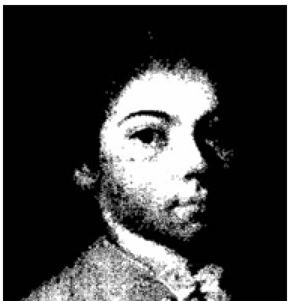
Jacob (1654-1705)

Johann (1667-1748)

Nicolaus II (1695-1726)

Daniel (1700-1782)

Johann III (1744-1807)



Jacob II (1759-1789)

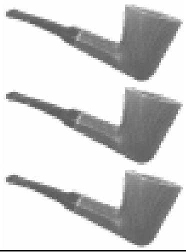
[9] Il GC conferma: come avvenuto per tutte le edizioni precedenti, anche la redazione del Calendario 2007 è in ritardo (ma, come sempre, questo non impedirà affatto che anche questa edizione esca puntualissima).

Troppe vite, troppi aneddoti, troppe passioni e soprattutto – semplicemente – troppi dati da assemblare: prima di riservarci di tornare su ogni Bernoulli con maggiore e singolare attenzione[10], potremmo limitarci a solleticare un po' l'appetito del lettore ricordando che perfino una esaustiva trattazione delle opere di tutti i componenti la famiglia potrebbe non bastare: dal 1950 è ormai noto che anche tutta (o quasi) l'opera di De l'Hopital è in realtà frutto dell'inventiva di un Bernoulli (Johann, per la precisione: quello senza numero romano, o al massimo, se proprio volete attribuirgliene uno, il detentore dell'ordinale "primo").

Almeno i Buendìa hanno il pudore di sparire definitivamente, dopo sette generazioni.

[10] "Cras" è come i Latini chiamavano il "domani". La radice è ben presente ancora in alcune parole italiane, e la più comune di queste è probabilmente "procrastinare", il cui significato (pro-cras) è palesemente riducibile alla locuzione italiana "rimandare a domani". Se tutta la frase del testo vi è sembrata una bassa tecnica di procrastinazione, non ce la sentiremmo di contraddirvi con troppa veemenza.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Chi va a prendere la birra?			
La Matematica e i Maiali			

2.1 Chi va a prendere la birra?

Stiamo cercando di mettere giù il progetto della Redazione Virtuale. Siccome Rudy ha intenzione di portarsi tutti i suoi Fogli&Foglietti (non lamentatevi: ogni tanto servono, vedi alcuni degli ultimi problemi), abbiamo bisogno di un mucchio di spazio; siccome però il Capo è un incapace a disegnare, più che il progetto vi diamo la regola per tracciarlo. È semplicissimo (dice lui), basta ricordarsi che lavoriamo in *base* 2; ce la farebbe anche un PC.

Tutte le stanze sono numerate con numeri primi.

L'ingresso è la stanza 10_2 (10 in base 2).

Una stanza è collegata ad un'altra se, preso il numero della prima stanza (che è primo), potete applicare una delle due regole seguenti ottenendo un numero primo:

- Cambiare uno (e uno solo) dei bit del numero
- Aggiungere un 1 davanti al numero

Attenzione che dovete sempre lavorare in base 2 e con numeri *primi*.

"Rudy, dove hai messo la birra?"

"Nella stanza 11_{10} ..."

Secondo voi, dopo quanto beviamo?

2.2 La Matematica e i Maiali

Questo problema ha alcune premesse; russellianamente, la prima premessa è che ci sono delle premesse.

*Come dovreste sapere, scriviamo anche per una rivista di astronomia, curando una rubrica di problemi; nel numero di luglio, tra le divagazioni inserite, comparivano le parole "***Frati Trappisti***"; il solito typo (o forse l'uso di un correttore automatico con tendenze agnostiche) ha trasformato il tutto in "***Frati Frappisti***"; la cosa ci è sembrata troppo bella per non parlarne, e abbiamo impostato il pezzo per settembre (ad agosto non esce) su questo punto; piccolo problema, la cosa non è piaciuta alla redazione della rivista, che lo ha bocciato.*

> *Ora, in noi è ferma una convinzione:* La matematica è come il maiale: non si butta via niente *(da cui, il titolo del problema). Quindi, lo presentiamo qui. Non tanto per avere le soluzioni (li riteniamo decisamente facili e alcuni anziani probabilmente ricordano il primo), ma per farvi vedere, nel caso vi interessaste rubarci il lavoro, come* non *scrivere per le riviste di astronomia.*
>
> *Basta premesse, altrimenti questo problema viene lungo come un Compleanno.*

Non vogliamo sviluppare ipotesi di quanto siate attenti lettori di questa rubrica, ma qualcuno è più attento degli altri: infatti, ***Susanna*** ci fa notare che sul numero di luglio citiamo l'ordine dei frati "frappisti", e ci chiede ulteriori notizie in merito.

Ora, noi quello che possiamo affermare con ragionevole sicurezza è che non ci siamo sbagliati. Essendo interessati alla nostra conservazione in vita, non ci sognamo neppure di attribuire un errore di stampa al Direttore o ad un qualsiasi membro della Redazione.

Quindi, i Frati Frappisti esistono. Basta cercare bene. E noi, approfittando della pausa agostana, siamo riusciti a recuperare alcune informazioni in merito.

Come alcuni di voi hanno giustamente immaginato, i Frati Frappisti rappresentano una costola impazzita e fuoriuscita dei più celebri Frati Trappisti. La sanguinosa scissione si consumò durante la Dieta del 1228 nel monastero di Notre Dame du Loupole, quando un gruppo di ventisette monaci astemi e scarsamente amanti delle complicazioni matematiche assalirono il Cervisiario dell'Abbazia.

Costui, infatti, era il detentore della ricetta per la produzione della rinomata birra locale, considerata all'epoca la migliore in assoluto; per il dosaggio degli ingredienti venivano utilizzati antichi vasi in vetro che, si sosteneva, fornivano le inarrivabili caratteristiche organolettiche al prodotto finale.

Il tempo e le invasioni barbariche, però, avevano ridotto in misura notevole la dotazione di questi pregiati recipienti; al momento, ne sopravvivevano due, in grado di contenere 11 e 7 litri: il problema era rappresentato dal fatto che la ricetta richiedeva espressamente l'utilizzo di 2 litri di acqua, e questa andava misurata con i recipienti dati. ***Come fa, il Cervisiario, a ottenere la quantità richiesta?***

Va detto che costui non era propriamente una persona simpaticissima: infatti, si vantava di aver trovato un metodo generale per risolvere questo tipo di problemi, evitando di dover procedere per tentativi e, nel caso particolare, di essere in grado di ottenere qualsiasi valore intero di litri; quindi forse i Frappisti non avevano poi tutti i torti.

Già, i Frappisti. Dopo questo assalto, per evitare le ire dell'Abate, si trovarono costretti a lasciare in tutta fretta il monastero; dopo alterne vicende, riuscirono a stabilirsi nelle vicinanze del paese di Frap e da lì diffusero la loro "birra analcolica a base di latte vaccino" che ancora adesso conosciamo come Frappè.

Sorge spontaneo, a questo punto, il dubbio: ma se la loro bevanda è diventata così famosa, perchè di questo ordine si sa così poco? I nostri più attenti storici hanno sviluppato l'ipotesi che la loro nemesi sia stata, ancora una volta, la matematica.

Infatti, la produzione del Frappè prevedeva l'utilizzo di precise dosi di latte e sciroppo, ma (volendo mantenere riservata la ricetta) queste dosi erano espresse in modo piuttosto ostico:

Lo sciroppo, venduto da solo, costa 17 centesimi di denaro.

Il latte, venduto da solo, costa 85 centesimi di denaro.

Entrambi gli ingredienti sono contenuti in barili della capacità di 31,5 litri.

Il mescitore ha a disposizione per il travaso due brocche da 2 e 4 litri.

Il costo di un barile da 26 litri di frappè è di 21,06 denari (il barile è gratis).

Capite ora come mai i nostri Frappisti riescano a realizzare così poche vendite della bevanda: ***Qual è la proporzione corretta di latte e sciroppo, e come fate a crearla nel barile, al litro?***

3. Bungee Jumpers

Provate che tutte le radici razionali di un polinomio a coefficienti interi e con coefficiente del termine di grado massimo pari a 1 sono intere.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Ottobre. Di certo questo mese abbiamo molto da raccontarvi.

Per prima cosa ci cospargiamo il capo di cenere per le solite sviste sparse sul numero precedente: oltre alla copertina con l'autore sbagliato, ci sono almeno due errori (probabilmente di più, ma ***PuntoMauPunto*** ce ne ha segnalati solo due, e solo di quelli possiamo parlarvi…) in merito alle considerazioni sui Numeri di Mersenne. Il primo errore, molto evidente ma tutto sommato non particolarmente devastante, è che nell'articolo parliamo della "recente" scoperta del 42° Numero di Mersenne, mentre sembra ormai che il GIMPS abbia sfornato addirittura già il 44°[11]. In realtà, prima che la primalità di numeri così grandi venga controllata e verificata ufficialmente c'è spesso uno iato di tempo sufficientemente grande a che nuovi candidati primi di Mersenne vengano proposti, quindi abbiamo pronta la scusa buona: "Noi parlavamo dei numeri di Mersenne ufficiali…". Naturalmente è una balla, ma una corte d'assise matematica potrebbe prendere l'alibi in seria considerazione.

L'altro errore è – au contraire – assai meno appariscente ma decisamente più grave. Con un po' di leggerezza abbiamo definito la formula di Mersenne come "buona generatrice di primi", ma in verità, per quanto tale frase sia sufficientemente vaga e approssimata da sembrare inattaccabile, a ben vedere essa è abbastanza chiaramente falsa.

Come fa notare lo stesso ***PuntoMauPunto***, *"Non è che la formula di Mersenne sia una buona generatrice di primi, anzi; ne ha trovati* 44 *sui primi da* 1 *a* 9 *milioni, che saranno circa* 600.000 *se non ho sbagliato i conti, puoi immaginare la percentuale di hit."* E questo è tanto semplice da essere davvero indiscutibile: la percentuale di successi è infima. Il fatto che – forse – non sono ancora state trovate formule generatrici di primi "più efficienti" comunque non giustifica l'attribuzione dell'attributo "efficiente" ad un simile disastro percentuale.

Sempre il nostro ci racconta che la ragione del successo della formula è sostanzialmente operativa: *"(…) ci sono algoritmi di primalità (quello di Lucas-Lehmer, insomma) che sono molto rapidi nel caso di numeri della forma di Mersenne, a differenza di quelli per i numeri standard. Quindi a parità di ordine di grandezza si preferisce testare quei numeri e non altri."*[12]

Va bene, non ci dispiace troppo sbagliare, se poi si scoprono cose interessanti come queste… noi della Redazione infatti siamo veramente distratti: non vi abbiamo nemmeno detto nulla dell'assegnazione del Premio Abel di quest'anno, per non parlare della straordinaria storia della Medaglia Fields; per fortuna ***Zar*** ci fa sapere che la congettura di Poincaré è stata dimostrata, e noi vi consigliamo questo link ad una rivista amica, per un approfondimento sull'originale matematico che ha compiuto il prodigio: http://www2.polito.it/didattica/polymath/htmlS/info/NOTIZIE/Perelman/Perelman.htm. Il

[11] Mentre stavamo andando in stampa è arrivata analoga segnalazione da ***Michele***, che ringraziamo.

[12] A questo punto il Capo ha detto "Da qualche parte ho qualcosa..." ed e` sparito. Siate molto preoccupati, potrebbe uscirne un PM.

nostro eroe pare abbia rifiutato la Medaglia Fields ed il premio in denaro (del resto si trattava di solo un milione di dollari...), per andare a vivere in una minuscola stanza con la madre lontano dall'attenzione dei media.

Sempre a proposito di informazioni su internet, abbiamo scoperto un sito divertentissimo che ci cita come "sito del mese": http://scienzapertutti.lnf.infn.it/dele.html. Ora sappiamo come nascono le leggende metropolitane: durante settembre abbiamo ricevuto alcune iscrizioni con commenti del tipo "sono anch'io un insegnante...". Bene, ricordiamo a quelli che ci leggono che non siamo affatto insegnanti, basta andare a consultare il nostro sito per sapere chi siamo e perché lo facciamo, anche se ci sembra veramente strano che ancora ci sia qualcuno che non sa che RM nasce per il puro piacere della Redazione, per riscoprire quanto la matematica possa essere divertente e stimolante, contrariamente purtroppo all'opinione comune.

Forse anche per questo accettiamo volentieri la tirata d'orecchi di ***Gnugnu***, che invece professore è, e che critica le nostre scelte nel proporre soluzioni e note, critiche assolutamente ragionevoli e motivate. Resistiamo alla tentazione di pubblicarle in toto solo perché Alice, che redige ormai da qualche anno le infami S&N, non voleva autopubblicarsi troppe critiche... ma cercheremo di utilizzarle in modo costruttivo o licenzieremo Alice da redattrice delle S&N.

4.1 [088]

4.1.1 Festa di RM, o meglio: Dove sono le vostre scatole?

Solo velocemente riprendiamo questo problema per riportare il commento (giustissimo) di ***Gnugnu*** sulla distribuzione dei pasticcini:

> (...) Qualcosa da ridire sulla conclusione della frase introduttiva: "speriamo che prima di giungere all'ambito iscritto numero duemila saremo in grado di sapere a chi vanno più pasticcini".
>
> Non ritengo lecito raccontare frottole:
>
> - già nella formulazione del problema era detto a chiare regole era, se non ricordo male, scritto che Rudy conosceva la risposta e cercasse solo la sua generalizzazione;
> - Cid ne propone una, 1000;
> - io vi fornisco un algoritmo per trovarla, qualsiasi sia n, e in una mail vi segnalo, ad evitare polemiche su RM, che il risultato corretto è 997;
> - se non bastasse, sostengo anche di aver trovato un secondo algoritmo, decisamente migliore del primo, che vi 'sfidavo' a ricavare dal foglio elettronico che lo utilizza.
>
> Mi pare che le informazioni siano più che sufficienti, d'accordo Excel vi procura nausea, anche a me fa lo stesso effetto, ma innegabilmente ha il vantaggio di essere l'unico strumento di 'programmazione' in lecito possesso di chiunque legga RM (Open Office è non solo open ma anche free).

Vero.

4.2 [092]

A settembre eravate tutti in vacanza e ce ne siamo accorti: pochissime soluzioni questo mese, riusciamo a pubblicarle tutte per intero.

4.2.1 Missioni pericolose

I due solutori che si sono avventurati a risolvere la diatriba tra Alberto e Fred sul gioco dell'anno sono ***Toki*** e ***Cid***; cominciamo dalla versione di ***Toki***:

Per comodità supponiamo che le *bustine* (in *Magic* non esistono i pacchetti ma solo le bustine o i mazzi) costino ciascuna 1 Euro. Supponiamo che Alberto abbia a disposizione N Euro.

La prima considerazione ovvia è questa: se dovesse ricorrere a sua madre, che gliele fa pagare doppio, alla fine si troverebbe con $\frac{N}{2}$ bustine se N è pari, con $\frac{N-1}{2}$ bustine se N è dispari. Il suo scopo è ovviamente poter trovarsi con un numero maggiore di bustine…ed è per questo che stipula un accordo con Fred e gli comunica la successione $x_1, x_2, \ldots, x_{k-1}, x_k$: sono gli Euro che Alberto darà a Fred ad ogni "spedizione". L'accordo può manifestarsi in due modi.

1° modo – Fred dice "Se per me il guadagno restando onesto sarà pari a quello che avrei fregandoti, sarò onesto".

La perdita minima per A si ha se, per ogni spedizione, riesce a perdere il minimo, vale a dire l'1 Euro/bustina di commissione che gli chiede F.

Partiamo dall'ultima spedizione, alla quale si arriva se F è stato sempre onesto. Ovviamente, giunti alla fine, F smetterà di fare l'onesto e si terrà gli x_k Euro/bustine. Volendo minimizzare questa perdita, ad A conviene che $x_k = 1$.

Ma per arrivare alla k-esima spedizione, occorre che F sia motivato ad essere onesto alla *k*-esima; A ed F sanno che, se F resta onesto alla $(k-1)$-esima spedizione, guadagnerà, oltre all'1 di commissione di questa $(k-1)$-esima spedizione, ancora solo $x_k = 1$, per un totale di 2; quindi ad A non conviene porre $x_{k-1} \geq 3$ (altrimenti F se li tiene per avere un guadagno maggiore di 2) e sarà $x_{k-1} = 2$.

Con analogo ragionamento, si deduce che: $x_{k-2} = 3$, $x_{k-3} = 4$, $x_{k-4} = 5$, eccetera. Nelle ultime l spedizioni, quindi A pagherà l e otterrà $\frac{l(l+1)}{2} - l = \frac{l(l-1)}{2}$ bustine. Considerato ciò, A deve comportarsi così:

- Sceglie il minimo k tale che $\frac{k(k+1)}{2} \geq N$.
- Se la disuguaglianza è stretta, allora $x_1 = N - \frac{(k-1)k}{2}$, $x_2 = k-1$, $x_3 = k-2$, ..., $x_{k-1} = 2$, $x_k = 1$..
- Altrimenti $x_1 = k$, $x_2 = k-1$, $x_3 = k-2$, ..., $x_{k-1} = 2$, $x_k = 1$..

In entrambi i casi otterrà $N-k$ bustine.

Nei casi specifici:

- N=10: k=4, bustine ottenute 6 (contro le 5 che avrebbe ottenuto da sua madre)
- N=20: k=6, bustine ottenute 14 (la prima spedizione è da 5, di cui 1 a F)
- N=50: k=10, bustine ottenute 40 (la prima spedizione è da 5, di cui 1 a F)

2° modo – Fred dice "In caso di guadagno pari, non ti darò nulla".

Cambia poco rispetto al caso ragionamento precedente, solo che per soddisfare la richiesta di F di un guadagno superiore, deve essere $x_k = 2$, mentre le altre spedizioni restano inalterate.

A deve comportarsi così:

- Sceglie il minimo *k* tale che $\frac{k(k+1)}{2} \geq N - 1$.
- Se la disuguaglianza è stretta, allora $x_1 = N - 1 - \frac{(k-1)k}{2}$, $x_2 = k - 1$, $x_3 = k - 2$, ..., $x_{k-1} = 2$, $x_k = 2$.
- Altrimenti $x_1 = k$, $x_2 = k - 1$, $x_3 = k - 2$, ..., $x_{k-1} = 2$, $x_k = 2$.

In entrambi i casi otterrà $N - k - 1$ bustine.

Nei casi specifici:

- N=10: k=4, bustine ottenute 5 (così come avrebbe ottenuto da sua madre)
- N=20: k=6, bustine ottenute 13
- N=50: k=10, bustine ottenute 39.

Ed ecco la versione di ***Cid***:

Con 10 pacchetti non esiste un modo per spendere meno rispettando il protocollo Fred-Alberto.

Con 20 pacchetti è possibile spendere meno utilizzando il protocollo Fred-Alberto utilizzando spedizioni da 4 pacchetti.

Con 50 pacchetti è possibile spendere meno utilizzando il protocollo Fred-Alberto utilizzando spedizioni da 7 pacchetti.

Ciò che fa Fred, nel caso di guadagno pari per lui, non altera questi risultati (per i casi di 10, 20 e 50 pacchetti.)

In generale, con N pacchetti conviene effettuare spedizioni aventi un numero di pacchetti uguale a:

$$M = Int\sqrt{N}$$

Definiamo $K = Int\frac{N}{M}$.

Il numero di pacchetti che vengono trattenuti da Fred è uguale a: $F = M + K - 1$

- Se Fred nel caso di guadagno pari per lui è onesto, allora conviene l'aiuto di Fred (rispettando il protocollo Fred-Alberto) con N=11 o con N>12
- Se invece Fred nel caso di guadagno pari per lui si trattiene i pacchetti, allora conviene l'aiuto di Fred (rispettando il protocollo Fred-Alberto) con N>12

Dimostrazione

L'insieme delle spedizioni dei pacchetti si può considerare come un rettangolo, di cui l'ultimo pacchetto di ogni spedizione rappresenta uno dei 2 lati verticali e l'ultima spedizione rappresenta uno dei 2 lati orizzontali.

Pertanto il problema equivale a trovare qual è il rettangolo che a parità di area ha il perimetro minore, siccome è noto che il quadrato è il rettangolo con minor perimetro a parità di area, la soluzione dovrà approssimarsi al quadrato per quanto possibile.

Da ciò deriva che con N pacchetti conviene effettuare spedizioni aventi un numero di pacchetti uguale a: $M = Int\sqrt{N}$.

Fred trattiene un pacchetto per ognuna delle spedizioni, inoltre trattiene per intero l'ultima spedizione; per cui il numero di pacchetti che trattiene Fred è: $F = M + K - 1$.

Per N=10, si ricava M=3 e K=3.

Il numero di pacchetti che vengono trattenuti da Fred è uguale a: $F = M + K - 1 = 3 + 3 - 1 = 5$.

Infatti Fred trattiene un pacchetto per ognuna delle 3 spedizioni e i 3 pacchetti dell'ultima spedizione e siccome l'ultimo pacchetto dell'ultima spedizione risulta contato 2 volte occorre anche sottrarre 1.

Quindi per N=10, Fred trattiene almeno 5 pacchetti per cui l'aiuto di Fred non risulta conveniente.

Per N=20, si ricava M=4 e K=5.

Il numero di pacchetti che vengono trattenuti da Fred è uguale a:
$F = M + K - 1 = 4 + 5 - 1 = 8$.

Infatti Fred trattiene un pacchetto per ognuna delle 5 spedizioni e i 4 pacchetti dell'ultima spedizione e siccome l'ultimo pacchetto dell'ultima spedizione risulta contato 2 volte occorre anche sottrarre 1.

Quindi per N=20, Fred trattiene 8 pacchetti per cui l'aiuto di Fred risulta conveniente.

Per N=50, si ricava M=7 e K=7.

Il numero di pacchetti che vengono trattenuti da Fred è uguale a:
$F = M + K - 1 = 7 + 7 - 1 = 13$

Infatti Fred trattiene un pacchetto per ognuna delle 7 spedizioni e i 7 pacchetti dell'ultima spedizione e siccome l'ultimo pacchetto dell'ultima spedizione risulta contato 2 volte occorre anche sottrarre 1.

Quindi per N=50, Fred trattiene 13 pacchetti per cui l'aiuto di Fred risulta conveniente. In generale:

Se N<9 si ottengono spedizioni di $M = Int\sqrt{N} < 3$ pacchetti e quindi l'aiuto di Fred non risulta conveniente.

Per N=9 Fred trattiene un numero di pacchetti uguale a $F = M + K - 1 = 3 + 3 - 1 = 5$ e quindi l'aiuto di Fred non risulta conveniente.

Per N=10 abbiamo già visto che l'aiuto di Fred non risulta conveniente.

Per N=11 abbiamo M=3 e K=3:

A) Se Fred nel caso di guadagno pari per lui è onesto avremo 4 spedizioni: 3 spedizioni da 3 pacchetti e l'ultima da 2 pacchetti e Fred tratterrà 3 pacchetti dalle prime spedizioni + 2 dell'ultima spedizione; Alberto riceve $(6 = 11 - 5)$ pacchetti e l'aiuto di Fred gli risulta conveniente.

B) Se Fred nel caso di guadagno pari si trattiene i pacchetti avremo 4 spedizioni: 3 spedizioni da 3 pacchetti con Fred e l'ultima da 2 pacchetti tramite la mamma e Fred tratterrà 2 pacchetti dalle prime due spedizioni + 3 dalla terza spedizione;

Alberto riceve $\left(5 = 11 - 5 - \frac{2}{2}\right)$ pacchetti e l'aiuto di Fred non gli risulta conveniente.

Per 15>N>11 abbiamo M=3 e K=4:

Fred trattiene un numero di pacchetti uguale a $F = M + K - 1 = 3 + 4 - 1 = 6$ e quindi l'aiuto di Fred risulta conveniente se N>12.

Per N=15 abbiamo M=3 e K=5:

Fred trattiene un numero di pacchetti uguale a $F = M + K - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$ e quindi l'aiuto di Fred risulta conveniente.

Per N>15 abbiamo M>3 e K>3:

Fred trattiene un numero di pacchetti uguale a $F = M + K - 1$. Al variare di M ci sono 3 valori possibili per K: K=M, K=M+1, K=M+2; l'aiuto di Fred risulta conveniente se Fred trattiene meno della metà dei pacchetti, per cui occorre che sia: $2 * (M + K - 1) < M * K$.

A) K=M

$$4 * M - 2 < M^2$$

$$M^2 - 4 * M + 2 > 0$$

Sempre vera per M>3

B) K=M+1

$$4 * M < M^2 + M$$

$$4 < M + 1$$

$$M > 3$$

Sempre vera per M>3

C) K=M+2

$$4 * M + 2 < M^2 + 2 * M$$

$$M^2 - 2 * M - 2 > 0$$

Sempre vera per M>3

E quindi l'aiuto di Fred risulta conveniente per qualsiasi N>15.

4.2.2 Visita allo Zoo

Solo ***Frapao*** si è dato alla soluzione di questo problema, ma di sicuro ***Mash*** è stato il più entusiasta su uno dei nomi di animali proposti dal Capo:

Mascellodons Vulgaris, "ma che animale strano che esiste?" mi chiedo. Di sicuro è la mia mascotte[13]! Anche perché io mi sento molto Vulgaris... E pensando che fosse un animale vero e pensando anche che voi di Rudi Mathematici ne sapete veramente una più del diavolo (perché io proprio non ne avevo sentito parlare altrimenti ne sarei rimasto colpito) dove lo vado a cercare? In Wikipedia? No,

[13] E qui, se uno non sa che "***Mash***" deriva da "Mascella", soprannome dovuto ad un prominente tratto fisico del Nostro, come fa a godersi il suo entusiasmo?

troppo culturale (che Vulgaris sarei se andassi in Wikipedia?), lo butto in Google e cosa mi viene fuori? (...)"

...ovviamente non ha trovato altro che un pezzo di RM perché il povero animale non esiste. Il problema è famoso ed il Capo non voleva che qualcuno ne trovasse la soluzione in internet, per cui i nomi degli animali sono dei miscugli tra le differenti traduzioni in italiano di Carroll (Jabberwocky) con quella di Masolino d'Amico (che traduce sempre la stessa poesia di Carroll).

Ed ecco la versione di ***Frapao***, anche se lui non ne è molto contento *("non mi piace molto, dal momento che l'approccio è più quello della ricerca operativa piuttosto che di una rigorosa trattazione matematica con dimostrazioni e formule")*:

Convenzioni e nomenclatura:

Prologo

ci sono 4 specie animali A, B, C, D: il maschio della specie A si chiama A, la femmina di A si chiama a; sulla brillante idea del maiuscolo-minuscolo tra maschio e femmina scommetto che sarò l'unico!... Scommetto che sarò l'unico anche a rinunciare ai fantasiosi nomi che avete affibbiato alle povere bestie.

Notazione di singole supposizioni (supposte mi pareva brutto)

AB= ritengo che l'animale che nella realtà è B (maschio) si chiami A (maschio)

Cd= ritengo che l'animale che nella realtà è d (femmina) si chiami C (maschio)

… ecc.

Notazione di liste di supposizioni

Lista i: AB, ab, ….= 8 combinazioni xy in cui xy assumono valori compresi in (A, B, C, D, a, b, c, d)

Es. Lista di Arturo: AC, CA, ac, ca, Bd, dB, bD, Db

Regola 1 (*"..non era difficile associare i due rappresentanti della stessa specie, in quanto tra il maschio e la femmina c'era una decisa rassomiglianza…"*) = In ogni lista j (di peste maschio o femmina), se c'è la coppia XY, c'è anche la xy, se c'è la Xy c'è anche la xY.

Regola 2 (da mal di testa: *"l'animale che Ivan suppone essere l'animale che Consuelo suppone essere il Fangagile è l'animale che Consuelo suppone essere l'animale che Ivan suppone essere la Fangagile. Questo è vero per ogni coppia di liste e per tutte e quattro le specie."*) = se nella lista i c'è: … Mx, yz, … allora nella lista j c'è: … xz, my, … dove M è l'animale maschio che assume valore A, B, C, D e m la relativa "animala" (valori a, b, c, d); x, y, z sono animali incogniti (per specie e sesso).

Regola 3 (*"Ogni ragazzo ritiene che il Fangagile sia l'animale che lui ritiene sia il Fangagile, …"*) = Lista di peste maschio: …Mx, xM, … Dove M è l'animale maschio A, B, C, D e x l'animale generico (che può coincidere anche con M)

Regola 4 (*"per ogni ragazza quello che lei suppone il Fangagile è in realtà l'animale che da lei è supposto essere la Fangagile..."*) = Lista di peste femmina: …Mx, xm, … Dove per M, m e x già si è detto sopra.

Svolgimento

Si tratta di trovare il massimo di liste possibili con i vincoli dati dalle regole di cui sopra.

Ciò si evince dalle parole del vecchio Dogson: *"…una coincidenza interessante... e non sarebbe potuta avvenire se aveste portato un numero maggiore di ragazzi, maschi o femmine"*.

Dalla regola 4 (con la 1) mi sembra di arguire che una peste femmina non ci azzecca mai: scambia sempre le specie fra di loro; l'unica cosa che talvolta può indovinare è il sesso (es. supposizione AB), mentre invece per la regola 3 (sempre combinata con la 1) una peste maschio può azzeccare anche la specie, e può azzeccarla equivocando sul sesso (es. Aa) ma può anche fare Bingo (es. AA).

Una lista di peste femmina può essere preparata a partire ad es. dagli equivoci AB e CD. Applicando tutte le regole eccetto ovviamente la 2 (valida per coppie di liste) abbiamo:

Lista di femmina 1: AB, Ba, ab, bA, CD, Dc, cd, dC

Per la lista di femmina 2 possiamo cominciare dall'equivoco AC (ma anche Ac andrebbe bene, perché poi il resto è conseguente):

Lista di femmina 2: AC, Ca, ac, cA, ….

Ma ci dobbiamo fermare ad applicare la regola 2 sulla coppia delle liste per verificare se l'equivoco sia BD oppure Bd. Applicando la regola 2, la combinazione BD risulta impossibile, mentre la Bd rispetta in pieno la regola.

Lista di femmina 2: AC, Ca, ac, cA, DB, Bd, db, bD

Per la terza peste femmina possiamo chiudere con l'equivoco AD (ma anche Ad andrebbe bene, perché poi il resto è conseguente, come già detto).

C'è da dire che riproporre un equivoco già "usato" non funzionerebbe (solo per liste femminili) perché la regola 2 non potrebbe essere rispettata.

Lista di femmina 3: AD, Da, ad, dA, …

Al solito, per decidere se l'altro equivoco debba essere BC o Bc ci fermiamo un attimo a verificare il rispetto della regola 2 ad esempio per la coppia di liste 1 e 3 (in corso), ma poi verificando che tale regola sia rispettata anche per le coppie di liste 2 e 3. Il risultato è

Lista di femmina 3: AD, Da, ad, dA, BC, Cb, bc, cB

Con le femmine abbiamo concluso perché altri equivoci possibili (tra specie già equivocate ma con distinzione di sesso, es. Ac) non possono rispettare la regola 2.

Ora proviamo ad inserire una lista maschile, e ci accorgiamo che la regola 2 può essere rispettata solo nei confronti di 2 liste femminili, ma non con la terza.

Ad esempio

Lista di maschio 1: AB, BA, ab, ba, CD, DC, cd, dc

Rispetta la regola 2 sia con la

Lista di femmina 1: AB, Ba, ab, bA, CD, Dc, cd, dC

che con la

Lista di femmina 2: AC, Ca, ac, cA, DB, Bd, db, bD

ma non con la

Lista di femmina 3: AD, Da, ad, dA, BC, Cb, bc, cB

Scegliendo diversamente la lista di maschio 1 come

AB, BA, ab, ba, Cd, dC, cD, Dc

vediamo che stavolta è coerente con le liste femminili 1 e 3 ma non con la lista 2.

Siamo pertanto costretti a rinunciare ad una peste femmina; facciamo fuori la terza e abbiamo quindi:

Lista di femmina 1: AB, Ba, ab, bA, CD, Dc, cd, dC

Lista di femmina 2: AC, Ca, ac, cA, DB, Bd, db, bD

Lista di maschio 1: AB, BA, ab, ba, CD, DC, cd, dc

C'è ancora posto per una lista maschile ? Sì, ma una sola basata su tutti equivoci

Lista di femmina 1: AB, Ba, ab, bA, CD, Dc, cd, dC

Lista di femmina 2: AC, Ca, ac, cA, DB, Bd, db, bD

Lista di maschio 1: AB, BA, ab, ba, CD, DC, cd, dc

Lista di maschio 2: AC, CA, ac, ca, Bd, dB, bD, Db

Si noti che in ogni lista c'è una coppia di equivoci fissati i quali sono determinabili tutti gli altri 6. Ad es. nella lista di femmina 1 dalla coppia di equivoci AB e CD (con specie tutte diverse) sono univocamente determinati gli altri.

Si noti anche che gli equivoci "generatori" (di lista) di maschio 1 e maschio 2 sono gli stessi di femmina 1 e femmina 2: AB, CD per maschio 1 e femmina 1; AC, Bd per maschio 2 e femmina 2.

Queste sono le condizioni per avere il massimo numero di femmine e maschi con tutti errori nelle loro liste (per le femmine già sapevamo).

Ora dobbiamo verificare se c'è spazio per una lista maschile in cui venga azzeccato qualche animale.

Se per il terzo maschio abbiamo AA, aa…applicando la regola 2 verso la lista di femmina 1 viene determinato anche Bb, bB; applicandola verso la lista di femmina 2 si determina anche Cc, cC… e DD, dd.

Se verifichiamo la terza lista maschile con quella degli altri maschi appuriamo che la regola 2 è rispettata. Quindi

Lista di maschio 3: AA, aa, Bb, bB, Cc, cC, DD, dd

Ovviamente un'altra lista di maschio 3 possibile può essere generata a partire da BB, bb (per simmetria) e avremmo quindi

Lista di maschio 3 bis: BB, bb, aA, Aa, CC, cc, Dd, dD

Ma la compresenza di maschio 3 e maschio 3 bis è impossibile (regola 2 ko).

Pertanto una soluzione finale può essere:

Lista di femmina 1: AB, Ba, ab, bA, CD, Dc, cd, dC

Lista di femmina 2: AC, Ca, ac, cA, DB, Bd, db, bD

Lista di maschio 1: AB, BA, ab, ba, CD, DC, cd, dc

Lista di maschio 2: AC, CA, ac, ca, Bd, dB, bD, Db

Lista di maschio 3: AA, aa, Bb, bB, Cc, cC, DD, dd

Ovviamente ce ne sono tante altre, ma tutte con la stessa configurazione: 2 femmine, 3 maschi fra cui un solo maschio che fa 4 centri.

Alla prossima!

5. Quick & Dirty

Grazie ad alcuni inetti al volo nel campo della matematica, stiamo riuscendo a convincere Doc che non è l'incapace che si professa, in questo campo. Di seguito, l'accorata lamentazione di Doc con Rudy: purtroppo, la cosa è vera.

"Insomma, mi racconta che c'era uno sconto del 20% e alla fine veniva a costare cento euro; e poi se ne esce con un 'quindi, il prezzo originale era 120 euro!!!"

Dal fuoco e fiamme che emanavano dal normalmente placido Doc, era evidente che non potevo dirgli "beh, capita... un mucchio di gente fa i conti così." La cosa però mi ha ricordato un problema classico in grado di mettere in crisi un mucchio di gente; quello che chiediamo a voi è di risolverlo velocemente, *senza usare incognite e equazioni*, ma solo un'aritmetica da terza elementare.

Alle recenti elezioni, al Paesello (quello grosso, non il Luogo da Cui) si è verificata la seguente situazione:

I 4 candidati hanno ricevuto in totale 5219 voti; il vincitore ha superato i concorrenti di 22, 30 e 73 voti. Riuscite, con semplici passaggi, a ricavare quanti voti ha preso ognuno di loro?

6. Pagina 46

Sia il polinomio

$$P(x) = x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n;$$

proveremo che per qualsiasi valore razionale ma non intero di x il polinomio non assume valore intero.

Sia $x = \frac{p}{q}$, dove p e q sono primi tra loro e quindi la frazione è irriducibile; allora,

$$\begin{aligned}
P(x) &= x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \ldots + a_{n-1} x + a_n \\
&= \frac{p^n}{q^n} + a_1 \frac{p^{n-1}}{q^{n-1}} + a_2 \frac{p^{n-2}}{q^{n-2}} + \ldots + a_{n-1} \frac{p}{q} + a_n \\
&= \frac{p^n + a_1 p^{n-1} q + a_2 p^{n-2} q^2 + \ldots + a_{n-1} p q^{n-1} + a_n q^n}{q^n} \\
&= \frac{p^n + q\left(a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} q + \ldots + a_{n-1} p q^{n-2} + a_n q^{n-1}\right)}{q^n}.
\end{aligned}$$

Noto dalle ipotesi che p^n, così come p, è primo rispetto a q, abbiamo che nell'ultima espressione il numeratore deve essere primo rispetto a q e, *a fortiori*, deve esserlo rispetto a q^n.

Quindi $P\left(\frac{p}{q}\right)$ è una frazione irriducibile, e quindi non intera.

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 In teoria, è un gioco... [004] – Senza Cuore!

Abbiamo visto nella puntata precedente che non è difficile (anche se piuttosto calcoloso) trovare il Core di un mercato; anche se piuttosto graziosa, la cosa non necessariamente funziona sempre; esistono dei "giochi" che sono *senza nucleo*, da cui il gioco di parole del titolo.

Anche se dal punto di vista matematico la cosa può sembrare un guaio, nella vita reale secondo qualcuno è un punto a favore; *Lestel Tesler*[14], ad esempio, sostiene che i "giochi con C*ore* vuoto" rappresentano un ottimo metodo per il governo per la *governance* dei mercati; il Core è vuoto in quanto ogni allocazione efficiente è dominata: l'abbandonare una coalizione garantisce alla gente che ne esce guadagni maggiori, e quindi l'azione del governo in questi casi deve essere quella di proibire determinate allocazioni[15]; in questo modo, le allocazioni efficienti possono formarsi e restare stabili, in quanto le coalizioni che potrebbero dominarle sono vietate.

Se vi ricordate, tempo fa abbiamo parlato di giochi in cui esisteva un equilibrio efficiente *non cooperativo*, derivato direttamente dal Dilemma del Prigioniero: la ***Coda in Aeroporto***.

Prima la definizione teorica: vi ricordate che ogni allocazione nel Core deve essere ***Pareto-Ottimale***; in questo gioco (che presumiamo siate andati a rivedere) la "Pareto-Ottimalità" (terribile) presuppone una *Grosse-Koalition*[16] di tutti i giocatori per evitare che qualcuno faccia partire una nuova coda; quindi ci basta dimostrare che la coalizione unanime è instabile contro la defezione di un singolo che decida di formare una coalizione *singleton* dichiarando (all'inglese) che lui è una coda di una sola persona.

Se riprendiamo la tabella dei guadagni della nostra coda (per comodità, ve la riportiamo in ***Tabella 1***), vediamo alcuni fatti interessanti.

	Senza Coda		Con Coda
Ordine	**V. Atteso**	**V. Medio**	**V. Atteso**
Primo	20	12,5	18
Secondo	17	11	15
Terzo	14	9,5	12
Quarto	11	8	9
Quinto	8	6,5	6
Sesto	5	5	3

Tabella 1 – La "vecchia" coda

Come dicevamo all'epoca, è evidente che chi esce dalla coda (per formarne una propria, dichiarandosi "coda" anch'esso) sta meglio di chi resta nella coalizione, posto che nessuno contesti la sua posizione nella nuova coda formata; infatti il "disertore" ha un guadagno atteso pari a 18, contro un guadagno medio atteso di 12.5 che verrebbe ad avere nella coalizione comprendente tutti; e questo significa, semplicemente, che la grande coalizione non rappresenta un Equilibrio di Nash.

Sono anche possibili, da parte della coalizione rimasta, altre strategie; ad esempio potrebbe accettare il singolo transfuga come "fila", ma contestare la sua posizione di

[14] Qualcuno può spiegarci perché gli economisti hanno sempre dei nomi ridicoli? Secondo la Redazione i genitori lo hanno chiamato con l'insolito "Lestel" invece che col classico "Lester" (come Lester del Rey) solo per togliergli la soddisfazione di avere nome e cognome anagrammabili.

[15] Come abbiamo detto altrove, vorremmo tenere le considerazioni politiche e morali al di fuori di questa discussione; ma, se volete un esempio, potremmo dire "Chenneso, padrone di tre televisioni e Presidente del Consiglio..."

[16] Ogni riferimento a eventi realmente avvenuti è puramente *voluto*.

primo della fila e richiedere un'attribuzione della posizione (primo o secondo) casuale; in questo caso, il suo guadagno atteso sarebbe dato dal guadagno nella possibilità (una su sei) di essere primo più il guadagno della possibilità (cinque su sei) di non essere primo, ma secondo; ossia $\left(\frac{1}{6}\right)\cdot 18+\left(\frac{5}{6}\right)\cdot 15=15.5$; ossia, anche in questo caso conviene la diserzione.

Pos. Cont.	*Guad. T.*	*Guad. C.*
0	18	11
1	15.5	11.167
2	13.5	11.223
3	12	11.2
4	11.167	11.167
5	11.167	11.167

Tabella 2 – Si litiga in coda

Prima i risultati, poi il metodo: nella tabella in ***Tabella 2***; abbiamo calcolato in funzione del *numero di posizioni contestate* (Pos. Cont.) il guadagno per il transfuga (Guad. T.) e il guadagno meglio per la coalizione restante (Guad. C.); a titolo di esempio, vediamo il caso (ottimale per la coalizione restante) in cui vengono contestate le prime due posizioni.

Il separatista conquista con probabilità $\frac{1}{6}$ il primo posto, garantendosi un guadagno 18; con la stessa probabilità conquista il secondo posto, che gli garantisce un guadagno 15, e infine ha una probabilità $\frac{4}{6}$ di ritrovarsi al terzo posto con un guadagno 12 (questo posto non è contestato, quindi in questo caso gli conviene stare in fila); in totale, il guadagno atteso risulta:

$$18\cdot\frac{1}{6}+15\cdot\frac{1}{6}+12\cdot\frac{4}{6}=13.5\,.$$

Per coloro che sono rimasti in coda, la situazione è più complessa, in quanto dipende dalla posizione del separatista.

Se il separatista è *primo* si accaparra il guadagno 18 (e sappiamo che questo avviene con probabilità $\frac{1}{6}$); la coalizione restante deve dividersi i guadagni 15, 14, 11, 8, 5 (dal secondo posto in poi), ciascuno con probabilità $\frac{1}{5}$.

Se il separatista è *secondo* si accaparra il guadagno 15 (e sappiamo che questo avviene con probabilità $\frac{1}{6}$); la coalizione restante deve dividersi i guadagni 18, 14, 11, 8, 5 (il primo e dal terzo posto in poi), ciascuno con probabilità $\frac{1}{5}$.

Stesso ragionamento se il separatista è *terzo* (posizione non contestata); il guadagno da dividere all'interno della coalizione risulta 18, 15, 11, 8, 5. Quindi, per la coalizione, tenendo conto dei diversi casi:

$$\frac{1}{6}\left(\frac{15+14+11+8+5}{5}\right)+\frac{1}{6}\left(\frac{18+14+11+8+5}{5}\right)+\frac{4}{6}\left(\frac{18+15+11+8+5}{5}\right)=11.233$$

E, nello stesso modo, si calcolano gli altri valori.

Quindi nelle code non solo conviene essere maleducati, ma meglio esserlo per primi.

7.2 In teoria, è un gioco... [005] – Apologia dell'assenteismo

Dal titolo, dovreste capire come mai questa serie si ferma qui.

Cerchiamo di analizzare un gioco a *più stadi*: prima scegliete un lavoro, poi il vostro capo decide quanto pagarvi e infine decidete quanto valga la pena faticarci sopra.

Cerchiamo di essere più precisi.

Nella *prima fase* del gioco, potete scegliere tra due lavori. In entrambi i lavori potete decidere quanto sforzarvi: se vi impegnate molto ($S=1$) l'output O è 20 (sempre i famosi "widgets"), mentre se battete la fiacca ($S=0$) l'output è 10. La differenza tra i due lavori è che uno è interessante, emozionante, sfidante, e tutti gli altri "-ante" che di solito racconta l'ufficio del personale; il secondo, invece, è una noia pazzesca. La conseguenza di questo è che nel primo lavoro, se la vostra produttività scende sotto il 20 vi sentite tristi, scoraggiati e demotivati, e quindi il vostro guadagno G (inteso non come soldi, ma come gratificazione) scende; nel secondo lavoro non ve ne importa molto dell'output. Volendo quantificare le cose considerando anche il salario, la situazione potrebbe essere data dalle fomule:

primo lavoro: $$G = s - 0.3(20 - O) - 2S$$

secondo lavoro: $$G = s - 2S$$

Nella *seconda fase*, il capo decide quanto darvi come stipendio: i due valori ammessi sono $s=10$ o $s=15$.

Nella *terza fase*, infine, decidete se "sudare" ($S=1$) o no ($S=0$).

		Lavoro 1		Lavoro 2	
		Sforzo		Sforzo	
		0	1	0	1
Stipendio	15	-5 / 12	5 / 13	-5 / 15	5 / 13
	10	0 / 7	10 / 8	0 / 10	10 / 8

Tabella 3 – Sudore proletario

Trovate i guadagni finali nella ***Tabella 3***, dove dalla parte "stipendio" abbiamo inserito il guadagno del capo, considerato che lui non fa assolutamente niente e si tiene il vostro output che avanza dal pagamento dello stipendio.

Il fatto è che comunque vorremmo tenerlo, il lavoro, quindi ci conviene cercare l'allocazione più efficiente...

Proviamo a mettere tutto su un grafico. Lo trovate in ***Figura 1***, dove abbiamo tracciato i dati della Tabella qui sopra (attenzione che due punti sono "doppi"). E adesso, proviamo a ragionarci sopra.

Si vede subito che i tre (quattro, in realtà: il secondo è doppio) casi $(10,8)$, $(5,13)$ e $(-5,15)$ sulla spezzata sono quelli ottimali; ogni altra allocazione è inefficiente.

Inoltre, si vede che dal punto di vista del capo dare uno stipendio basso è una strategia dominante: in pratica, qualunque sia la strategia dell'impiegato, il capo sta meglio se lo paga poco (*e vorrei vedere...*), e quindi possiamo già anticipare che lo stipendio sarà basso.

Proviamo a lavorare al contrario? Supponiamo l'impiegato scelga il lavoro 2, quello noioso. In questo caso, il gioco viene limitato alla parte destra del diagramma, *che è identica al Dilemma del Prigioniero*. Qui, entrambi i giocatori hanno una strategia dominante, che li porta nel punto $(0,10)$ e non è ottimale.

Scegliendo invece il lavoro 1 (quello divertente), il gioco viene limitato alla parte sinistra; anche qui l'impiegato ha una strategia dominante, ma in questo caso è quella del massimo sforzo; qui la situazione è completamente diversa dal Dilemma del prigioniero, in quanto in questo caso la soluzione *è ottimale*: infatti, il punto $(10,8)$ appartiene alla linea di efficienza.

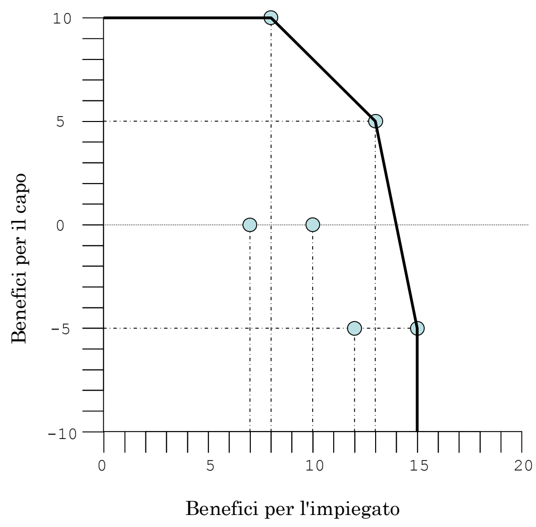


Figura 1 – Povero capo!

Però scegliendo il lavoro 2 l'impiegato si trova in una situazione decisamente migliore, e quindi sceglierà il lavoro insignificante, trasformando il punto $(0,10)$ in un Equilibrio di Nash; l'unico rimedio è che, fin dall'inizio, il capo si impegni a pagare lo stipendio più alto.

In realtà, qui è nascosta un'ambiguità rispetto al tempo: nei casi visti qui sopra, gli impegni sono "da qui alla pensione", inamovibili; solitamente, il passaggio a lavori più interessanti avviene quando ci si è fatta un'esperienza[17].

Le soluzioni, sempre secondo l'economia, sono due: o lo statalismo o il porre gli stipendi degli impiegati tra gli obiettivi dell'azienda: in questo modo, il sistema diventa in grado di "generare" lavori interessanti[18]

A questo punto, dovrebbe esservi chiaro perché ogni tanto siamo in ritardo...

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms

[17] Non solo, ma secondo alcuni economisti non è possibile, da parte del capo, mantenere le promesse di alti stipendi per l'intera vita lavorativa; quindi, in un'economia di mercato, qualsiasi lavoro interessante prima o poi crolla *[Tranquilli... non abbiamo mai capito niente, di Economia (La Redazione)]*.

[18] Preghiamo notare che, a prescindere dalle considerazioni politiche e morali, matematicamente questi due casi sono la stessa cosa: giochi cooperativi!