Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 080 – Settembre 2005 - Anno Settimo

Rudi Mathematici
Rivista Fondata nell'altro millennio da
Rudy d'Alembert (A.d.S., G.C., B.S.)
rudy.dalembert@rudimathematici.com

Piotr Rezierovic Silverbrahms (Doc)
piotr.silverbrahms@rudimathematici.com

Alice Riddle (Treccia)
alice.riddle@rudimathematici.com

www.rudimathematici.com

RM 079 ha diffuso ***740*** copie e il **18 Agosto** alle **06:45** per Google eravamo in **753** pagine

Era nostra intenzione pubblicarne uno di questi francobolli in occasione del Compleanno di Maggio, ma ci pareva brutto nei confronti degli altri. First Day of Issue: Yale, 4 Maggio 2005, 14:00.

1. Tutto sbagliato, tutto da rifare

"In fondo, non ho mai voluto fare matematica"

In teoria (ma solo in teoria), l'estate dovrebbe essere quella stagione in cui il calcio lascia un po' di spazio televisivo ad altri sport. I campionati mondiali di atletica e di nuoto, le maggiori corse ciclistiche, una pletora di sport minori attendono con pazienza l'arrivo del solstizio estivo sperando in una ribalta mediatica lasciata un po' più libera dall'onnivoro pallone di cuoio. Speranze che sono di solito disattese: non solo negli anni pari, in cui i campionati mondiali o europei del football giganteggiano con il loro potere d'attrazione, ma ormai anche in quelli dispari; di calcio si continua infatti a parlare anche d'estate a causa delle inevitabile code, giudiziarie o direttamente di cronaca, dei normali campionati nazionali.

Agli occhi di coloro che di calcio non s'interessano troppo, la mobilitazione dei media su eventi altamente drammatici quali una retrocessione d'ufficio ad una serie minore sembra davvero sovradimensionata; è però probabile che ad essere sovradimensionata sia non tanto l'attenzione che a certi fatti rivolgono televisioni e giornali, quanto piuttosto la passione che su certi argomenti investe gran parte della popolazione. I non tifosi guardano alle strade trasformate in campi di battaglia e ai blocchi delle vie di collegamento nazionale con un misto di sgomento e stupore. "E che sarà mai!" si ripetono osservando stupiti il dramma esistenziale degli appassionati feriti nella passione calcistica. Già, che sarà mai, in fondo?

È una domanda che non si attende risposta: se il tifoso medio italiano dovesse davvero rispondere a cotanto interrogativo sull'eventualità d'una retrocessione della squadra del cuore, risponderebbe semplicemente "È una catastrofe", ma è risposta incomprensibile per chi ha posto la domanda: se questi fosse davvero in grado di accettare la risposta non avrebbe neanche osato formulare l'interrogativo. Anche se il dialogo sembra insomma interrompersi prima ancora di cominciare, è forse bene disilludere almeno in parte il non-tifoso: tutto si può dire di certi atteggiamenti parossistici generati da malanni sportivi, tranne che siano caratteristici dei nostri tempi malandati, come alcuni commentatori sembrano volerci far credere. Ogni tanto qualche cronista coraggioso torna a tratteggiare il consunto parallelo tra gli stadi di oggi e i circhi dell'antica Roma, tra il calcio e il suo potere narcotico nei confronti delle masse e il ruolo analogo che avevano i giochi gladiatorii nel Colosseo. È certo parallelo legittimo, anche se forse ormai abusato al punto che sembrano risaltare più le differenze che le somiglianze con la situazione attuale; ma nella storia antica e recente altri esempi, più calzanti, abbondano.

Nel sesto secolo dopo Cristo il cuore della città di Costantinopoli era l'Ippodromo dove si svolgevano le corse delle bighe. Il solo fatto che l'impianto fosse in grado di contenere novantacinquemila spettatori dovrebbe bastare ad illustrare quanto fosse importante nella politica della capitale dell'Impero Romano d'Oriente l'esito delle corse e il ruolo degli "sportivi" del tempo, ma come al solito la realtà riesce a superare la fantasia. Le due squadre rivali nella corsa delle bighe erano identificate solo dai colori delle divise sportive, e venivano pertanto chiamate semplicemente i "Verdi" e gli "Azzurri". La loro popolarità arrivò al punto di coagulare attorno a loro l'intera politica metropolitana, e in breve le "tifoserie" assunsero il ruolo e l'aspetto di veri e propri partiti politici, con i "Verdi" a rappresentare i ceti più popolari e gli "Azzurri" preferiti invece dagli aristocratici. L'organizzazione spontanea in fazioni degli abitanti di Costantinopoli ebbe effetti devastanti sul governo reale e legittimo della città e dell'Impero, che era a quel tempo retto da Giustiniano: gli Azzurri, ad esempio, arrivarono ad un certo momento a detenere un tale potere da indurre l'imperatore ad intervenire in qualche modo. Almeno inizialmente, Giustiniano favorì la fazione politica dei Verdi, ma al solo scopo di contenere lo strapotere azzurro; in breve, però, le cose precipitarono: anche se separati dalla politica e dalla passione sportiva, i Verdi e gli Azzurri si riunirono in una rivolta nata principalmente per ragioni fiscali. Fu ribellione dura e violenta, venne chiamata "Insurrezione della Nika", e si concluse nel classico bagno di sangue nel 532 d.C. Il nome "Nika" viene dall'urlo greco che i tifosi lanciavano ai loro beniamini durante le corse delle bighe: "Vinci!". Un grido sportivo come fonte battesimale d'una rivoluzione, qualcosa che, a volerlo trasporre nel lessico sportivo corrente, potrebbe tradursi come "la Rivolta dell' Alè-o-o".

Se il nome può far sorridere[1], non fu affatto divertente l'esito dell'insurrezione: Giustiniano riuscì alla fine a risolvere la cosa solo grazie all'aiuto della moglie, d'un grande generale e di una buona dose di spietatezza. Mentre la città sul Bosforo impazziva nella ribellione, l'imperatore si lasciò impaurire al punto da prendere seriamente in considerazione l'abdicazione e la fuga; furono le insistenze e l'ascendente di Teodora[2] a convincerlo ad affrontare la situazione con il polso che spetta ad un sovrano. Una volta deciso di rimanere a palazzo e sul trono, Giustiniano affidò a Belisario la repressione armata e violenta, ma per quanto il generale fosse abile[3] nel suo mestiere la cosa si rivelò davvero difficile, visto che le legioni e l'esercito erano state inventati e addestrati per gli scontri campali e non per reprimere sedizioni nei vicoli di Bisanzio. È abbastanza triste riscoprire somiglianze così evidenti tra periodi divisi da quindici secoli: anche oggi, quando le guerre si insediano in città, si scopre quanto siano lunghe, difficili e sanguinose, a prescindere dalla potenza degli eserciti in campo; ma a volerle cercare, di somiglianze non si finisce mai di trovarne, perché l'uomo cambia più lentamente di quanto facciano i suoi stessi tempi. Per risolvere definitivamente la situazione, Giustiniano convocò tutte le parti coinvolte nella rivolta ad una grande assemblea plenaria da tenersi, naturalmente, proprio nel catino del gigantesco Ippodromo: e chissà, forse la gran parte del popolo pensava davvero che avesse deciso di annunciare il suo ritiro dal trono, o forse di fare qualche concessione a favore dei rivoltosi. Ma l'unica cosa che Giustiniano realmente voleva era avere i riottosi raggruppati e impossibilitati a fuggire: e anche in questo caso fu un precursore, perché anche l'utilizzo degli stadi come campi di concentramento è stata una lugubre riscoperta del ventesimo secolo. Finì come è facile immaginarsi: con un banale massacro. L'imperatore ordinò a Belisario di attaccare, e l'Ippodromo si trasformò in un macello: si stima che in quel mattatoio furono trucidate non meno di trentamila persone. Da quel momento in poi, Giustiniano non fu più messo in discussione dal popolo ammansito a colpi di spada, e poté dedicarsi con buon successo all'amministrazione del suo impero.

Commisurato ad eventi del genere, il chiamare "catastrofe" la paventata retrocessione in serie inferiore della squadra del cuore da parte d'un tifoso è decisamente eccessivo. Ma in parte questo può dipendere dal fatto che la parola "catastrofe" è spesso

---

[1] Ma non dovrebbe: almeno non in Italia e ai nostri tempi, visto che l'utilizzo di termini e simboli sportivi nell'agone politico nazionale è evidente in modo clamoroso.

[2] Personaggio che ha sempre intrigato gli storici e i curiosi, non fosse altro perché riuscì a scalare per intero la piramide sociale, partendo dal postribolo e arrivando fino al trono. È difficile immaginarsela brutta e senza carattere.

[3] Belisario è forse l'ultimo grande generale degli imperi romani. Quando Giustiniano prova a riconquistare almeno in parte l'Occidente, è proprio grazie a questo condottiero che ottiene dei buoni successi, per quanto effimeri dal punto di vista storico. Gli estimatori del "ciclo della Fondazione" di Isaac Asimov (e siamo certi che ce ne siano, tra i lettori di RM) sanno sicuramente che Asimov prese ispirazione dal "Declino e Caduta dell'Impero Romano" di Edward Gibbon, nel narrare del crollo dell'Impero Galattico di Trantor. È comunque possibile che anche i lettori accorti non abbiano colto il parallelo che ad un certo punto viene allacciato tra il periodo storico di Giustiniano e la "parziale rivincita" dell'Impero trantoriano descritta all'inizio del secondo volume ["Foundation and Empire" in inglese, "Il crollo della Galassia centrale" in italiano]. Ma se qualcuno riesce a ricordarsi il nome del valoroso generale dell'Impero Galattico che minaccia la sopravvivenza della "Fondazione" è probabile che abbia una piccola illuminazione, ora che abbiamo parlato di Belisario.

abusata, quando non semplicemente usata in senso esageratamente diverso dal suo significato naturale. Del resto, cosa si considera essere davvero una catastrofe, nell'uso colloquiale o dotto della lingua? Uno dei nostri dizionari preferiti[4] cita come primi due significati *"1. Cangiamento ordinariamente in peggio, rapido, e definitivo nelle condizioni fisiche e morali d'una persona. - 2. Grande sconvolgimento della natura."*, e un po' sorprende vedere quel primo significato come riservato alle persone, piuttosto che agli eventi esterni all'uomo. Nel secondo significato è invece più facile riconoscersi: le "catastrofi naturali" sono quelle che più facilmente vengono alla mente, quando si considera un termine così impegnativo. Forse perché riteniamo, probabilmente con eccesso di modestia, che gli eventi realmente catastrofici siano per forza d'origine naturale e non antropica; o forse soltanto perché i grandi sconvolgimenti della natura siamo da millenni abituati ad affrontarli con la dovuta rassegnazione, mentre i disastri che siamo in grado di combinare da soli non ci sembrano ancora sufficientemente rilevanti. È davvero uno dei pochi casi in cui la modestia cessa d'essere una virtù.

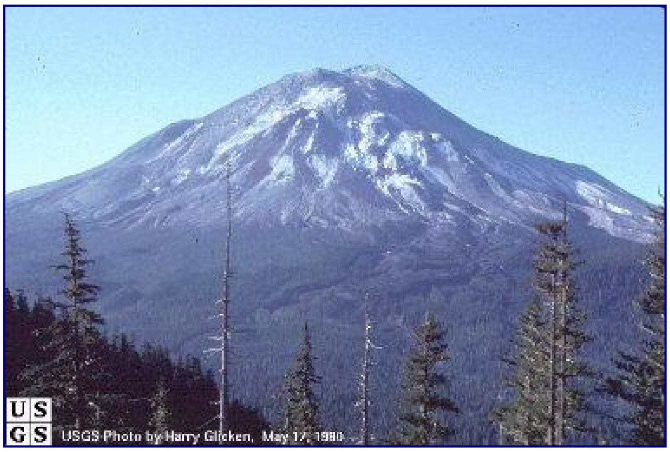
In ogni caso, ancora più significativo sembra essere quello stupefacente connotato negativo che, a dar retta al dizionario, è presente solo nel primo significato (quello relativo ai cambiamenti nelle persone) mentre nel caso degli sconvolgimenti naturali la catastrofe torna ad essere asettica e senza peculiari giudizi di merito, a parte l'attributo che ne esprime la grandezza. Una catastrofe naturale cambia grandemente il mondo, ma non necessariamente in peggio: una catastrofe personale è invece "ordinariamente in peggio". Forse per questa ragione Plinio il Vecchio, quasi duemila anni fa, descriveva la spaventosa eruzione del Vesuvio non con il termine catastrofe, ma con quello meno terrificante e più evocativo di "prodigio". Eppure non v'è dubbio che l'eruzione del 24 e 25 Agosto del 79 d.C. avesse tutte le caratteristiche dell'immane disastro: al termine dei due giorni nei quali il vulcano dette sfogo alla rabbia contenuta per secoli, lo spettacolo che i superstiti furono costretti a vedere consisteva in città bruciate e sepolte, persone cremate dall'aria incandescente, case crollate sotto il peso delle pomici, della cenere e del fango, col mare stesso trasformato in paesaggio lunare, riempito com'era di pietre galleggianti. Spettacolo terrificante e tremendo, che neanche Plinio poté vedere per intero, visto che rimase ucciso lui stesso, diligente cronista, dalla furia del Vesuvio.

È probabile che una delle ragioni per le quali Plinio usa e ripete il termine "prodigio" sia il senso di sorpresa che provava di fronte allo scatenarsi della montagna con fumo, fuoco e fiamme. Certo, conta anche il fatto che ai suoi tempi il termine "prodigio" aveva caratteristiche meno positive di quante siamo propensi a concedergliene oggi: la tentazione di omologare la lingua in binari troppo stretti e ripetitivi (o detto in altra maniera, la disdicevole abitudine di esprimerci per frasi fatte e luoghi comuni), fa sì che ormai si tenda troppo spesso a caratterizzare qualitativamente delle parole originariamente neutre: così "catastrofe" è quasi inevitabilmente uno sconvolgimento negativo, e "prodigio" è inteso quasi sempre come "stupefacente accadimento positivo". Ma il prodigio pliniano sta soprattutto a rimarcare il senso di cosa mai vista, mai esperita, totalmente sorprendente: e a ben vedere può sembrare parola eccessiva, per una eruzione vulcanica. In fondo, il Mediterraneo e le terre dell'Impero d'Augusto non sono prive di vulcani, e le eruzioni di lava e lapilli non sono fenomeni ignoti a chi, come Plinio, fa dell'osservazione degli eventi naturali la sua passione.

La sorpresa sta nel fatto che nessuno a quei tempi sospettava che il Vesuvio fosse un vulcano: era montagna conica e bella, appoggiata su uno del golfi più ammirati del mondo conosciuto, ed era vissuta dai campani del primo secolo come presenza rassicurante e familiare, e per niente affatto minacciosa. Nessuno sospettava che

[4] È tale perché antico, etimologico, gratuito e a portata di tastiera: www.etimo.it.

fosse in comunicazione diretta col ventre caldo del pianeta, nessuno la credeva pronta a saltare in aria spinta da forze incommensurabili. Sì, a suo tempo, Strabone si era mostrato stupito di alcune caratteristiche della sommità del monte: vi aveva notato somiglianze e caratteri già visti nei dintorni dell'Etna, ed era persino giunto ad ipotizzare che la fertilità delle terre alle pendici del monte fosse in qualche modo apparentata con quella delle terre catanesi, e per simili cause. Ma l'Etna era notoriamente un gigante pronto a vomitare fuoco e lava, al pari dello Stromboli: mentre niente del genere era mai stato notato da parte del placido Vesuvio. E anche in quel fatidico 24 Agosto, come poteva Plinio associare il comportamento della montagna napoletana alle eruzioni dell'Etna? Dalla sua casa di Capo Miseno lui avrà sentito certo il boato dell'esplosione, e volgendo lo sguardo a Sud-Est sarà rimasto impietrito nel vedere la colonna di ceneri e polveri salire dritta verso il cielo, incommensurabilmente alta: dieci, quindici, forse anche venti chilometri. Non è il comportamento che ci si attende da un vulcano come l'Etna: è qualcosa di radicalmente diverso. La colonna di fumo sale diritta e imponente, e quando infine ricade sotto il proprio peso disegna all'orizzonte un profilo simile a quello d'un pino marittimo: nel frattempo (ma questo, finché resta a Miseno, Plinio non può saperlo) sulle pendici del monte cominciano a piovere ceneri e pietre. Dapprima pietre leggerissime, pomici spugnose, che sembrano davvero null'altro che gas solidificato in fretta; così leggere da non affondare quando cadono in acqua. Poi, più avanti, anche pietre massicce e pesanti, basalti devastatori e terribili. Ma anche le pomici leggere sono tremende da ricevere addosso quando piombano dal cielo dopo una caduta di chilometri, e comunque distruttive quando precipitano in enorme quantità sui tetti piatti delle domus romane. Sono case da clima mite e marittimo, e non hanno bisogno di coperture spioventi per far defluire pioggia o neve: e le pomici si accumulano per decimetri, per metri, e per quanto leggere riescono infine a far crollare quei fragili tetti, e con loro le case. Dove cercare i riferimenti, si sarà chiesto uno scienziato come Plinio, dove e come scoprire possibili somiglianze? Quella che credeva essere una montagna è drasticamente cambiata, deformata, come se fosse stata morsa e mangiata da un dio più possente di Giove, e la sua furia è profondamente diversa da quella meno esplosiva dell'Etna e dello Stromboli.



Plinio è anche ammiraglio della flotta imperiale: comanda alle triremi di muoversi, le conduce al centro del cataclisma, vicino ad Ercolano, con l'intenzione di portare soccorso ai centri più esposti alla devastazione; ma la navigazione è resa impossibile dai venti, dalle ceneri, e soprattutto dall'incredibile tappeto di pomici che galleggiano nel golfo. Ripara allora a Stabia, e mentre naviga osserva, e continua a dettare le

sue osservazioni del prodigio. Non sa che il peggio deve ancora venire: non sa che non sono le pomici e le ceneri il pericolo più tremendo; e non è neanche quell'ombrello apocalittico della nuvola a forma di pino marittimo che viene ormai trascinato dal vento verso il basso, oscurando il cielo ed il sole. L'arma più spietata del vulcano è invece un rigetto d'aria caldissima e pesante che quando l'eruzione è prossima alla fine risale il camino del vulcano, su, su, fino ad uscire rovesciandosi subito in basso, a livello del suolo, tutt'intorno al cono eruttivo. È questa la vera furia omicida del Vesuvio: quello che adesso i vulcanologi chiamano "base-surge", un fiume d'aria a trecento e passa gradi centigradi, velocissimo, che brucia ogni cosa che incontra, vivente o meno. Sarà questa, con ogni probabilità, anche la causa della sua stessa morte.

Quella del 79 d.C. fu eruzione del tutto inattesa, da parte di quella che si credeva essere una montagna normale. La puntuale descrizione che ne fece Plinio è passata alla storia della scienza come una delle prime accurate descrizioni scientifiche di fenomeni naturali. Ancora oggi, le eruzioni di questo tipo sono dette "pliniane", e l'aggettivo caratterizza drammaticamente nel lessico della vulcanologia le manifestazioni più violente, quelle più drammaticamente esplosive. Ad esempio, fu "pliniana" l'eruzione del Mount St.Helen, nel 1980, di cui trovate in queste pagine le foto prima e dopo l'eruzione. Il Vesuvio, invece, dopo quella del 79 ha avuto diverse eruzioni, alcune anche disastrose per gli uomini e le cose, ma nessuna di queste è stata di tipo pliniano: le dinamiche geologiche richiedono condizioni particolari perché si abbiano eruzioni così esplosive e devastanti, e in genere queste accadono dopo periodi molto lunghi di quiete assoluta. L'ultima eruzione del Vesuvio è del 1944, e qualche anno dopo il vulcano ha cessato anche di emettere il pennacchio di fumo che caratterizzava tante vedute del Golfo di Napoli: se tale quiete dovesse protrarsi ancora per qualche secolo, è probabile che il risveglio del gigante sia allora nuovamente di tipo pliniano. E il termine "catastrofe" sarebbe certo consentito, almeno dal punto di vista dell'uomo e delle sue emozioni: non sono molti i vulcani del pianeta situati in zone così densamente popolate. È consolante quantomeno notare che sono oggi molto maggiori le conoscenze che abbiamo del comportamento dei vulcani rispetto a quante ne avessero Plinio e i suoi contemporanei duemila anni fa. I segni premonitori d'una eruzione sono molti e diversi, e talvolta evidenti in maniera clamorosa: l'eruzione del Mount St.Helen era prevista e attesa, e la montagna, prima di esplodere, aveva addirittura cambiato sensibilmente forma e profilo, sotto la spinta della pressione del magma e dei gas. Certo, il problema dell'evacuazione dei milioni di persone dalla zona partenopea sarebbe comunque imponente e altamente drammatico, ma quantomeno non dovrebbe più esserci la sorpresa. Anche se è triste scoprire, ad ulteriore conferma della scarsa cultura scientifica di base nazionale, che molti considerano il Vesuvio un vulcano "spento".

La catastrofe come semplice "cambiamento" in natura è forse paradossalmente confermata dalle insolite risposte che la vita è in grado di dare ai sussulti del pianeta. Come spiegare altrimenti lo stupefacente percorso evolutivo che porta alcune piante a generare semi in grado di germinare solo dopo un incendio? Esistono degli arbusti della specie dei Cisti che hanno sviluppato dei semi che resistono al calore dieci volte più delle piante concorrenti, e per i quali un incendio come quello causato da un'eruzione può risolversi in un beneficio dal punto di vista della sopravvivenza. È anzi curioso notare come questa strategia sia evoluzionisticamente complessa, perché l'arbusto, in quanto individuo, naturalmente muore nell'incendio, ma la sua specie aumenta le probabilità di sopravvivenza. Ed è ancora più stupefacente che "l'individuo" in qualche modo sembri favorire l'eventualità eccezionale del fuoco distruttore perché ha foglie e fusto particolarmente oleosi e infiammabili, e riesce a propagare bene l'incendio nelle sue immediate vicinanze. Ed esistono anche specie particolari di pini che producono pigne in grado di disserrarsi, liberando e disperdendo i semi, solo se viene raggiunta una ben determinata temperatura critica: sono dei veri e propri termometri biologici, dacché riescono a disperdere i semi, e quindi a propagare la specie, solo se l'incendio è di un certo grado di intensità, né troppo debole né troppo forte. Altre sottospecie sono ulteriormente specializzate, e sono in grado di produrre sia semi resistenti al fuoco, qualora prolifichino in zone ove gli incendi sono frequenti, sia semi a dispersione normale, se invece vivono in zone ove è raro che il fuoco divampi. E per quanto sia difficile immedesimarsi in un cisto o in un pino, non è difficile comprendere come, dal loro specifico punto di vista, anche una catastrofe come un'eruzione vulcanica possa assumere aspetti tutt'altro che catastrofici.

La natura sembra volerci insegnare una sorta di continuo relativismo: se non in senso filosofico o religioso, quantomeno in un più diretto, ma forse non meno profondo, senso di mera sopravvivenza. In fondo, è sempre una questione di prospettiva: nelle favole antropizzate di Esopo e di Fedro è normale che il lupo sia sempre cattivo e l'agnello sempre innocente. Ed è certamente anche "giusto", se non altro per l'obiettivo che quelle fiabe si prefiggono: ma non è certo sconveniente, quando si è alla ricerca dei meccanismi che regolano la vita e la natura, rammentare che dal punto di vista dell'erba il lupo non può non essere visto come un sacro eroe buono e vendicatore che di tanto in tanto elimina qualcuno di quei mostri bianchi dalle mascelle inarrestabili che fanno strage inaudita dei verdi e teneri elementi del prato.

Del resto, il significativo ambiguo e relativo della parola "catastrofe" è ben evidente anche negli ulteriori significati che il nostro dizionario riporta: *"3. Rovescio. - 4. Conclusione del poema epico. - 5. Scioglimento dell'intreccio nel fine del dramma o della tragedia."* Questi significati riportano tutti direttamente all'etimologia greca della parola, che in ultima analisi significa semplicemente "volgere sotto", generata com'è dalle parole "katà" (giù, sotto) e "strefein" (volgere, portare): il sopra che prende il posto del sotto, insomma, un capovolgimento, nulla di più di un'inversione di direzione. Nel teatro greco, la catastrofe arriva alla fine e interrompe la tragedia, risolvendola (e risolvere significa pur sempre sciogliere, annientare) e riconducendo la storia alla normalità, cioè a tutto quello che non è più tragedia degna di essere rappresentata, in quanto banale quotidianità. In altre parole, la catastrofe è certo il "sopra" che va "sotto", ma è anche e soprattutto un'interruzione. Neanche uno sconvolgimento pieno e conclusivo: non è niente di più di una mezza rivoluzione, a voler rammentare che per fare una rivoluzione occorre un giro completo e non ne basta il mezzo sancito dall'etimologia della parola. E comunque non sono certo pochi i personaggi per i quali una rivoluzione è davvero più letale d'una doppia catastrofe: il giocare con le parole e con il loro significato ci riconduce allora all'inizio, alle interazioni curiose tra sport e politica, quando un campione sportivo contribuì ad evitare un'autentica rivoluzione facendo il suo mestiere di pedalatore. E dire che, quasi a ribadire l'ironia del destino, lo sportivo in questione era almeno a parole un vero rivoluzionario, totalmente anti-conservatore, visto che il motto che regolarmente ripeteva era il giacobino "Tutto sbagliato, tutto da rifare", pronunciato con un dissacrante accento toscano.

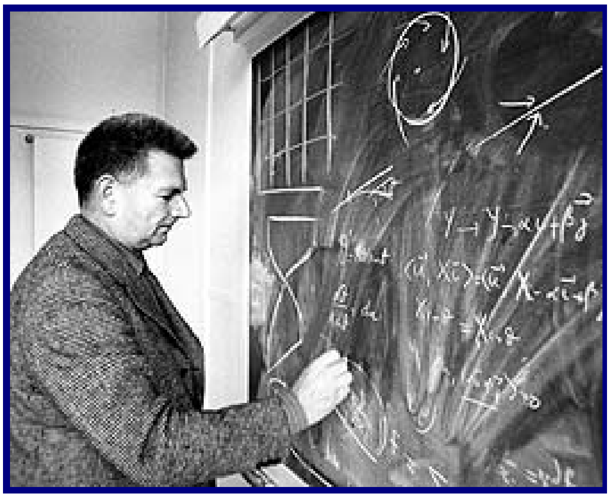
Gino Bartali sta correndo il Tour de France, quel 15 Luglio del 1948, mentre un'Italia con le ferite della guerra ancora aperte si trova letteralmente sul punto di esplodere a causa dell'attentato di cui era stato vittima Palmiro Togliatti, segretario del

Partito Comunista Italiano. Il giorno prima, mentre usciva da Montecitorio, l'uomo politico era stato colpito da tre proiettili esplosi dalla pistola di Antonio Pallante, uno studente venticinquenne che si dichiarava simpatizzante del Partito Liberale, e le sue condizioni erano subito state giudicate gravissime. La fragile e giovanissima Repubblica si trova istantaneamente sull'orlo del collasso. Il pericolo di disordini è immediatamente sentito: nel giro di un'ora il Ministero degli Interni emette una delibera che vieta qualsiasi forma di manifestazione: subito dopo la Camera del Lavoro risponde decretando la sospensione di ogni attività lavorativa. Nonostante il divieto del ministro, a Roma, Napoli, Livorno e Genova grandi manifestazioni di piazza hanno subito luogo: viene respinto dalla forza pubblica della capitale un attacco a Palazzo Chigi, mentre a Napoli due manifestanti rimangono uccisi dai colpi esplosi durante i disordini; stessa sorte tocca ad un giovane a Taranto, ad uno di Genova e ad un poliziotto a Livorno. Nonostante il proverbio, la notte non porta consiglio: la giornata del 15 si apre con Scelba che dal Viminale accusa i comunisti di voler strumentalizzare l'accaduto, esacerbando così gli animi già sconvolti dei militanti del partito di Togliatti. A Torino gli operai della Fiat sequestrano l'intera fabbrica e imprigionano nel suo ufficio l'amministratore delegato Valletta, mentre a Genova la polizia è letteralmente disarmata dai manifestanti. Per ragioni ancora misteriose, i telefoni pubblici smettono di funzionare e i treni cessano di viaggiare. A Milano la città è riunita quasi per intero a Piazza Duomo, e si sta per superare il punto critico, il punto di non ritorno, quello in cui la folla non è più governabile neanche dagli organizzatori della manifestazione.

È in questo pomeriggio di tregenda che le radio improvvisamente cominciano a raccontare cosa sta invece succedendo sulle montagne del Tour de France. È una tremenda tappa alpina, quella che prevede il programma della corsa: cinque colli durissimi e tra questi l'Izoard, leggenda e terrore dei ciclisti di tutto il mondo. Ma non c'è nessuna reale speranza per i colori italiani: Gino Bartali ha in classifica ventidue minuti di ritardo sulla maglia gialla Bobet, e non c'è nessuna possibilità di capovolgere la situazione. Eppure, le radio gracchiano d'un Bartali all'attacco già al primo dei cinque colli, d'un distacco che va riducendosi a vista d'occhio, della possibilità per Gino di compiere il miracolo e arrivare a prendersi il giallo simbolo del primato della corsa ciclistica più importante del mondo. E l'Italia si ferma nelle piazze, con un orecchio volto a cogliere le condizioni vitali di Togliatti e l'altro a scandire i secondi del distacco tra le ruota posteriore di Bartali e quella anteriore di Bobet; mischiando i moti di rivolta contro l'ordine costituito con l'ansia collettiva e palpabile causata da una foratura del ciclista toscano lungo la discesa dell'Izoard, asciugando nelle bandiere rosse la passione panica e nervosa che seguiva comunque il campione riprendersi dall'incidente, ripartire e poi vincere, finalmente. Conquistando sia la tappa che la maglia gialla, e con essa tutto il Tour del 1948.

"Tutto sbagliato, tutto da rifare" aveva contraddetto il suo motto, e fatto moltissimo invece per il permanere dello statu quo: probabilmente più di quanto potevano fare i gipponi della polizia schierata a contenere le piazze in tumulto. E si saprà poi dell'esortazione di De Gasperi, in quella notte terribile, che per telefono esorta il ciclista toscano a tentare l'impresa; e che addirittura il Papa lo aveva benedetto ed esortato a correre e ad impegnarsi, e questo mentre tutti i suoi colleghi d'avventura al Tour volevano invece evitare di correre a causa dell'attentato a Togliatti. E viene da pensare che forse telefonate d'altro tono e in lingua francese abbiano magari raggiunto Bobet, pregandolo di evitare una rivoluzione che in qualche modo poteva dipendere, chissà, anche dalla forza con la quale avrebbe spinto i suoi pedali. Ma almeno quest'ultima è davvero solo un'illazione. Resta il fatto in parte stupefacente che le folle sembrano davvero essere entità diverse dagli individui che le compongono, perché è difficile modificare le convinzioni d'una sola persona, mentre le folle sembrano regolabili variando qualche opportuno parametro emotivo. Al pari della teoria cinetica dei gas, che non spera minimamente di individuare la traiettoria esatta d'una specifica molecola ma che sa perfettamente calibrare il comportamento complessivo del gas osservato in base a volume, pressione e temperatura. E resta il fatto che di nuovo lo sport si è trovato a coniugare con la politica uno dei tanti sensi possibili della parola "catastrofe", anche se in questo caso l'obiettivo era proprio quello di evitare, e non di causare, quella "mezza rivoluzione" che è implicita nella parola.

Quando un termine assume significati sempre più complessi e lontani dall'originale è compito dei linguisti catalogarli e osservarne le evoluzioni. Può capitare però che il termine venga preso a prestito per esprimere concetti simili ma più specifici, più definiti e talvolta anche più riduttivi o più assoluti, quando a sequestrare la parola è la scienza. Tempo, lavoro, gruppo, punto, frontiera, anello, sono tutti esempi di parole di uso comune che hanno però un significato diverso da quello colloquiale quando sono usate dalla scienza; vengono certo scelte per somiglianza dei concetti che intendono esprimere, ma sono poi sottoposte ad un nuovo e definitivo battesimo che ne congela la possibilità di libera evoluzione linguistica: vengono sottoposte a "definizione", e da questa incatenate (quasi) per sempre. E una parola impegnativa come "catastrofe" non si è limitata a varcare i confini della matematica e di altre scienze tramite una semplice definizione, ma per mezzo di una intera teoria: la "Teoria delle Catastrofi", appunto, che fin dall'inizio ha suscitato ammirazione profonda e critiche non meno decise, compresa quella relativa proprio alla scelta del nome.



Il padre della Teoria delle Catastrofi è René Thom, nato a Montbeliard, Francia, il 2 settembre del 1923. È un matematico che riassume splendidamente i tormenti del ventesimo secolo, a ben vedere: brillante studente liceale, si trova a dover affrontare la scelta universitaria proprio quando scoppia la Seconda Guerra Mondiale: i genitori lo fanno allontanare dalla Francia e lo mandano a riparare con il fratello presso amici in Svizzera. Al ritorno in patria un paio d'anni dopo, il conflitto non è ancora terminato e la Francia è ancora occupata dai tedeschi; Renè tenta comunque di iscriversi all'École Normale Supérieure di Parigi, fallendo però il primo tentativo di ammissione nel 1942. L'anno successivo riprova e viene finalmente ammesso ai corsi di matematica; nonostante l'occupazione e la guerra, quello è un periodo davvero scintillante per la matematica francese. All'École il suo professore di riferimento è Henri Cartan, una delle molte anime dell'evanescente Bourbaki, sotto la cui guida Thom continuerà a lavorare anche nei primi anni dopo la laurea. Come compagno di studi e di ricerche ha uno dei maggiori geni matematici del ventesimo secolo, quell'Alexandre Grothendieck[5] che rimane un simbolo dei tormenti della matematica e della società contemporanea, e che a giudizio dello stesso Thom lo supera in maniera del tutto inconfutabile nelle tecniche matematiche. E forse bastano queste due semplici premesse, per delineare il carattere del nostro: un collega estremamente più abile dal punto di vista tecnico, e un maestro che fa del rigore e del formalismo la sua parola d'ordine matematica. Certo, è spudoratamente riduttivo

[5] Sì, lo sappiamo, lo sappiamo. Ci vorrebbe un intero compleanno solo per lui, lo sappiamo.

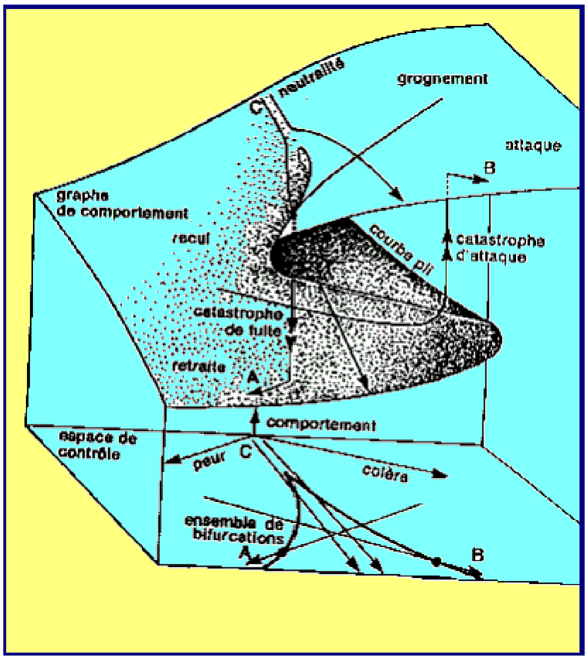
cercare di ricondurre tutta la biografia scientifica d'un ricercatore come Thom a solo un paio di cause, quali appunto un maestro formalista e un collega geniale, quasi bastassero da sole a spiegare perché abbia diretto i suoi interessi alla matematica elementare, quasi classica, quasi esclusivamente geometrica. Ma è una tentazione alla quale è difficile resistere: affiora inevitabilmente una similitudine sciocca e contorta che mette il Thom delle catastrofi nella stessa categoria del Bartali e del suo "tutto da rifare". Entrambi hanno il perenne mugugno e l'eterno brontolio dei campioni pessimisti: entrambi hanno un collega più famoso e più bravo: Alexandre Grothendieck è per Renè quello che Fausto Coppi è per Gino. E un po' si somigliano, anche, entrambi con quel naso "triste come una salita"[6], anche se forse nel caso di Thom sarebbe più opportuno definirlo "acuto come una cuspide". Del resto, è sempre riduttivo cercare di ritrarre la vita e le opere di un uomo mediante parole scritte, foss'anche attraverso una biografia in dodici volumi; e allora tanto vale immaginarsi Renè Thom come un Bartali della matematica che, di fronte ai virtuosismi tecnici e teorici del suo maestro e del suo collega, torna a volgere l'attenzione alle basi intuitive della sua scienza. Alla topologia prima, e poi ancora più indietro, in una sorta di ricerca a ritroso della geometria elementare, fino ad arrivare alle semplici "forme". In fondo la matematica, almeno quella occidentale, muove forse i primi passi con la geometria, con le forme geometriche tracciate nella sabbia o per suddividere gli appezzamenti di terra, magari per ricostruire i confini dei campi egizi sommersi dalle inondazioni del Nilo. E già in quelle forme iniziali e primitive si nascondono le "catastrofi" di Thom, quelle che genereranno la sua originale teoria.

Non le eruzioni vulcaniche o i cataclismi; non i moti rivoluzionari o i terremoti. Quantomeno, non solo: la catastrofe primigenia, per Thom, la rottura e devastazione della pace della continuità, è nascosta dentro il bordo d'un tavolo, o anche soltanto nel tratto di matita che separa l'interno dall'esterno d'un triangolo. L'approccio iniziale, l'idea basica è di una semplicità sconvolgente: e forse il genio sta proprio in questo rimettere in discussione elementi totalmente scontati e naturali, che si apprendono già in terza elementare. Un bordo, una linea di confine è già pienamente una catastrofe, perché è il segno del cambiamento: prima del bordo vi è continuità, identità di concetto (ad esempio, del concetto di triangolo o di tavolo); dopo la catastrofe né il tavolo né il triangolo esistono più. È bene non banalizzare troppo la questione, non renderla più elementare di quello che è: in fondo René Thom si dedicò fin dalla tesi di dottorato a studi avanzati di geometria, e la Medaglia Fields che ottenne nel 1958, assegnatagli sostanzialmente per i suoi studi sul cobordismo, è la dimostrazione che gli argomenti da lui sviluppati sono frutto di alta intuizione matematica tutt'altro che semplicistica o banale. Ciò non di meno è lo stesso Thom a dichiarare che quel premio forse poteva essere meritato più da altri studiosi che svilupparono la teoria del cobordismo sino ad ottenere risultati matematici evidenti e tangibili, come Roth, Mazur o Milnor. Il punto è che Thom è solito aprire nuove strade, osservare con occhi nuovi aspetti che sembrano essere naturali e scontati, e solo dopo questo cambio di prospettiva ci si accorge che è nata una intera teoria.

Fatto sta che c'è continuità nelle idee di questo matematico che non si è mai sentito pienamente "matematico": più ancora che la frase messa all'inizio di questo capitolo, è la sua celebre *"Se devo scegliere tra rigore e significato, non esito un istante a scegliere il secondo"* che rende al meglio il carattere del suo pensiero. Però si intravede comunque una linearità: dal rifiuto dell'algebra e all'esaltazione della geometria, dalle analisi delle strutture topologiche fino ai bordi e al cobordismo, e da qui, dai bordi come interruttori di continuità, fino alla Teoria delle Catastrofi. Quando arriva a formularla e a renderla pubblica, sono molte le critiche che gli giungono a proposito

[6] La definizione è di Enzo Jannacci, nella sua nota canzone "Bartali" – *Quanta strada nei miei sandali, quanta ne avrà fatta Bartali…*

della scelta del nome: essendo ormai famoso (una Medaglia Fields rende famosi, quantomeno tra i matematici: e il matematico che può esporla in bacheca e sul curriculum ha senza dubbio il potere di scegliere l'argomento di ricerca che più gli aggrada), molti lo accusano di aver voluto strizzare l'occhio ai media, perché "Teoria delle catastrofi" sembra un nome scelto apposta per finire sulle pagine dei quotidiani. Insomma, di aver giocato proprio sugli equivoci che la parola catastrofe suscita nei lettori nella sua accezione colloquiale[7]. È il 1972 l'anno in cui pubblica *"Stabilité structurelle et morphogénése"*, opera in cui la sua teoria prende forma: l'intento è quello di usare modelli matematici, algebra e calcolo infinitesimale per esplorare il momento topico in cui dalla continuità si passa al "cambiamento", alla mutazione.



È una teoria che cerca di analizzare i momenti di equilibrio e il loro repentino disfarsi, nel momento in cui un nuovo equilibrio si sostituisce al primo. Dal punto di vista matematico, la Teoria ebbe un clamoroso successo iniziale che però si spense gradualmente dopo non troppo tempo. A detta dello stesso Thom, i modelli matematici applicati erano insufficienti ad analizzare completamente la situazione "catastrofica": in altre parole, non erano in grado di effettuare delle predizioni quantitative, cosicché la natura stessa della Teoria sembra perdere di significato. Eppure, "prevedere non significa spiegare", come recita il titolo d'una lunga e bella intervista a René Thom pubblicata di recente in italiano[8], e forse è vero anche il contrario: forse "spiegare" non significa necessariamente "prevedere". E comunque il pregio essenziale della Teoria delle Catastrofi sta nell'aver ricondotto nuovamente la matematica nel mondo fisico: è studiata e applicata in una gran quantità di campi, alcuni del tutto sorprendenti. Il celebre "modello a cuspide", il cui grafico è diventato quasi un marchio di fabbrica della teoria, è stato usato per tentare di spiegare i crolli di borsa; gli etologi hanno tentato con esso di comprendere il momento cruciale che separa il momento della "minaccia" di un animale alla catastrofe risolutiva, che si risolve nell'attacco o nella fuga; gli psicologi vi leggono i ritmi del ciclo anoressia-bulimia; ma serve anche nell'analisi dei meccanismi evolutivi, nella morfogenesi, nell'organogenesi, e in centinaia di altri casi.

E per quanto riguarda la matematica, è curioso notare come una teoria "tecnica" muoia dal punto di vista meramente applicativo, per poi ritornare sotto forma di basilare questione epistemologica e filosofica: in fondo, René Thom, specie negli

[7] Non troppo diverso è stato il clamore suscitato, per analoghe ragioni mediatiche, dalla "Teoria del Caos", che ha intenti e natura in molti aspetti simili a quella delle Catastrofi.

[8] Si trova nel volume "René Thom e la Teoria delle Catastrofi", a cura di Angelo Guerraggio e Pietro Nastasi, collana "Note di Matematica, Storia, Cultura" della Pristem – Centro Eleusi dell'Università Bocconi. Costa 15 Euro, ma potrebbe essere scelta migliore decidere di abbonarsi alla collana. E lo diciamo ben consci del fatto che i signori sono nostri acerrimi concorrenti nella corsa al titolo di Miglior Rivista Matematica Italiana (in realtà non hanno speranze, noi siamo molti più bravi nella sezione "farneticazioni" e abbiamo un pubblico assolutamente più selezionato).

ultimi anni di vita, era molto più interessato alla filosofia che alla matematica, e probabilmente è stato rallegrato dallo scoprire che il suo pensiero è al centro tutt'oggi di discussioni più epistemologiche che geometriche. Il cervello umano sembra pigramente attratto dal "continuo", almeno quando si propone di sviscerare nella sua completezza un fenomeno: questo sembra essere la sola cosa che in fondo la mente è in grado di analizzare, sezionandolo in piccole variazioni non discontinue, virtuali, in cui ogni dettaglio del continuum è riconoscibile come non dissimile dal precedente e dal successivo. Eppure la conoscenza, l'atto del riconoscere e del distinguere una cosa dall'altra è veicolato essenzialmente dalla discontinuità: vediamo le parti del mondo perché ne riconosciamo i contorni, le forme e i confini; riconosciamo i suoni e le parole perché sono alternati, ricamati su una trama di silenzio, di assenza di suono. Tutti i nostri sensi, e con loro la nostra mente, sembrano eccitati solo dal riconoscimento delle differenze, dall'estrazione della figura dallo sfondo, piuttosto che dalla meticolosa perlustrazione della continuità.

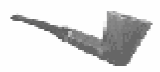
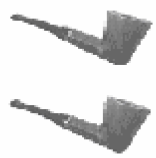
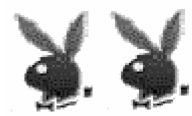
Chiedersi dove termina una cosa e dove comincia un'altra è domanda che i bambini non riescono probabilmente neanche a porsi, perché la loro conoscenza parte proprio dalla distinzione, dalla separazione della visione del mondo nei vari elementi costituenti. E le "catastrofi" di Renè Thom sono sostanzialmente quei punti, quelle linee e superfici che separano una cosa dall'altra.

Quando Thom morì, uno dei necrologi che ne celebravano la scomparsa aveva un titolo che sarebbe probabilmente piaciuto al matematico di Montbeliard: "Renè Thom al punto di non ritorno". Era l'Ottobre del 2002[9], e la sua personalissima catastrofe lo colse all'età di 79 anni. Ma se anche la Teoria delle Catastrofi si rivelasse del tutto inutile, se anche le sue idee anticonformiste e rivoluzionarie si palesassero come totalmente sbagliate[10], un insegnamento importante rimane comunque: mai smettere di ricominciare. Quando tutto sembra troppo complicato e difficile, può essere utile tornare a farsi le domande più semplici, analizzare i principi più elementari, come quelli nascosti nella domanda "Dove cominciano le cose, e dove finiscono?"

[9] … e ci fa persino un po' impressione pensare che questo nostro giornalino esisteva già. Era in linea il numero 45.

[10] Ad esempio, la sua opinione sulla Meccanica Quantistica è tale che qualcuno sta di certo sbagliando, anche se non siamo certo noi in grado di decidere chi, se Thom o uno stuolo di fisici. La sua opinione in merito è riassumibile dalla frase "La Meccanica Quantistica è incontestabilmente lo scandalo intellettuale del secolo".

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Dal padre di Rudy			
Chi si rivede! (Una strana lotteria)			

2.1 Dal padre di Rudy

...una notizia un po' originale
non ha bisogno di alcun giornale;
come una freccia dall'arco scocca,
vola veloce di bocca in bocca...
F. De André, "Bocca di Rosa"

Prima chiariamo il titolo; il padre di Rudy (che si chiama Sergio) ebbe a sostenere, tempo fa, che il pettegolezzo è una delle basi della democrazia; la cosa non è mai stata chiarita nei dettagli, ma presumiamo sia legata alla velocità di diffusione di questa tipologia di informazione e all'interesse mostrato nel riceverla.

Siccome ci è ben noto che chiunque inizi una discussione con Sergio è destinato ad una rapida quanto ignominiosa sconfitta (insomma, Rudy avrà pur preso da qualcuno lo spirito polemico, no?), piuttosto che sindacare questa affermazione abbiamo preferito pensare a qualche problema correlato; ne avevamo infatti trovato uno, ma la soluzione era piuttosto bruttina. La coincidenza di una settimana al Paesello[11] con l'impossibilità di collegamento alla Rete ha fatto sì che Rudy ci pensasse, e qualcosa di interessante (come soluzione) è venuto fuori; inoltre, la cosa ha un *feeling* di parentela con il Summer Contest di quest'anno[12]. Quindi, ve lo proponiamo.

Allora, abbiamo a disposizione un congruo numero (***n***) di Pesti (vi ricordate che a iniziali copriamo praticamente l'intero alfabeto, sì?) in vacanza nei luoghi più disparati. Ciascuno di loro conosce una parte (un ***n***-esimo) di un determinato pettegolezzo e vuole condividerlo con gli amici (ed essere posto a conoscenza della parte restante) nel più breve tempo possibile. Il guaio è che i genitori hanno imposto il limite di una telefonata al giorno e (problemi di fusi orari e passeggiate in luoghi culturalmente validi ma privi di copertura) la comunicazione è monodirezionale (nel senso che possono solo lasciarsi messaggi in segreteria: ascoltare la segreteria non conta come telefonata). Si conoscono tutti tra di loro (e conoscono i rispettivi numeri di telefono) e sono abbastanza logici da

[11] Il Luogo del Divano Quantistico, non il Luogo da Cui; per i non addetti, quello della moglie di Rudy, non quello di suo padre.

[12] Cento prigionieri e una lampadina: solo una sensazione, non un legame definito.

condividere un metodo di ordinamento (***A***lberto, ***B***runo, ***C***onsuelo, ***D***avide, ***E***nrica, ***F***red, ***G***igi, ***H***ymen, ***I***sa, ***J***ole, ***K***arla, ..., ***X***avier, ***Y***vette, ***Z***oe).

Secondo voi, come fanno? E quanto ci mettono?

2.2 Chi si rivede! (Una strana lotteria)

Bene, il mese scorso abbiamo recuperato un problema di criptartmetica che sembra sia piaciuto anche ad alcuni che (come Rudy) non apprezzano particolarmente questa tipologia. Probabilmente, qualcuno di voi si è anche chiesto "...E come mai è tanto che non si vedono dei giochini tipo spennamento di polli a testa o croce o cose del genere?" Beh, per due ragioni: tanto per cominciare, ad Alice non piacciono; secondariamente la nostra fonte principale di giochini del genere ha cambiato lavoro, pur facendo lo stesso lavoro.

Forse questa è meglio se ve la spiego.

Quando RM era ancora nell'infanzia, avevamo trovato un sito molto carino (e con un nome che era tutto un programma: *The Wizard of Odds*) che presentava problemi "di gioco" (d'azzardo). Recentemente però ci siamo accorti che il nostro maghetto ha messo su (allo stesso indirizzo) un sito in cui i problemi li pone in un modo leggermente diverso: ha aperto una bisca on-line.

Si capisce quindi che quando Rudy (cercando di mettere ordine in un mare di fogli & foglietti della categoria "teniamoli che non si sa mai") ha ritrovato un vecchio problema del buon "TWoO", era piuttosto contento (un po' meno quando si è accorto che non aveva la soluzione, ma ce l'ha fatta). Veniamo al problema.

Il nostro Casinò (nel quale si entra solo con il biglietto di ingresso) ha deciso di mettere in piedi la solita offerta speciale: per ***20*** serate, tutte le sere verranno estratti ***6*** nominativi che riceveranno in omaggio un abbonamento vitalizio a RM. L'estrazione viene effettuata mettendo i biglietti consegnati all'ingresso nella solita urna ed estraendone sei. I casi della vita hanno fatto sì che voi siate i felici possessori di ***20*** biglietti. Avete anche a disposizione una ventina di amici ai quali non importa nulla della matematica (e che sarebbero felicissimi di girarvi l'abbonamento).

Ora, siccome l'abbonamento non è trasferibile, a voi basterebbe vincerne uno, e sareste tranquilli; siete quindi fortemente intenzionati a massimizzare le vostre probabilità di vittoria e vi rendete conto che sono possibili una serie di strategie, quali ad esempio:

1. Entrare ***20*** serate da soli, usando un biglietto per ognuna delle serate
2. Entrare una sera in ***20***, usando tutti i biglietti in un colpo solo
3. Distribuirvi in un qualche strano modo

Quello che sapete è che ogni sera, oltre a voi ed ai vostri eventuali amici, saranno presenti ***7500*** persone.

Come fate?

Sin qui, il problema del Nostro, ma qualcosa continuava a rigirarmi nel cervello...

> Allentiamo la condizione finale: voi sapete che ci saranno serate "piene", con ***10000*** persone presenti, e serate "vuote", con solo ***5000*** giocatori (più che un Casinò sembra uno stadio...), sempre esclusi voi e i vostri amici; non solo, ma siete anche in grado di *predire quali saranno le serate "piene"*, e sapete che ce ne saranno ***10***.

Cambia, la vostra strategia?

3. Bungee Jumpers

Tre cerchi di ugual raggio ***t*** si intersecano in un punto ***T*** e sono tutti interni al triangolo ***ABC*** i cui lati sono tangenti a due a due ai cerchi dati.

Dimostrare che, se ***r*** e ***R*** sono i raggi dell'incentro e del circocentro:

1. $t = \dfrac{rR}{r+R}$

T giace sul segmento che unisce il circocentro e l'incentro di ***ABC***.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

È arduo decidere come cominciare questo pezzo.

Inizio 1: "*...boldly go where no Hard Disk has gone before...*"

Inizio 2: Rudy ritiene il turpiloquio assolutamente inutile da qualsiasi punto di vista, ma ci sono delle volte in cui su questo argomento ritiene di aver torto marcio.

Inizio 3: Siete seduti tranquilli sulla terrazza del Paesello a godervi un tiepido sole e una birra fredda nel tardo pomeriggio dell'ultima domenica di Agosto, fieri del lavoro compiuto consegnando con largo anticipo i diversi pezzi per RM, quando vi squilla il telefono; vedete che il numero ha il prefisso svizzero, e immediatamente vi viene in mente l'elicottero delle sei[13].

"Capo, mi si è schiantato l'Hard Disk con dentro RM080".

(Pensiero di Rudy): *"Oibò..."*.

Col che, dovrebbero esservi chiari i tentativi di inizio. Va detto che il mese era già cominciato bene, con un fulmine curioso che decideva di vedere cosa c'era di interessante nel portatile di Doc (il che ha reso la distribuzione di Agosto piuttosto avventurosa).

Per restare in argomento cambiandolo, buona parte delle prime mail ricevute erano giustappunto correlate al ritardo distributivo: vi abbiamo trattato troppo bene, se alle dieci del mattino cominciate a lamentarvi che non avete il giornale... Bene, cercheremo di non farla diventare un'abitudine, ma lasciateci dire che sta cominciando decisamente male.

Sempre per restare nel campo dei pettegolezzi, ***Zar*** (oltre a fornirci alcuni interessanti contributi sui Quaternioni) ci informa che quando va a casa di qualcuno la prima cosa che fa è guardare la libreria, e approfitta dello sfondo delle foto degli Assistenti Quaternionici per curiosare nella libreria del Capo: non vi diciamo quali individua e quali dimentica, se volete giocarci anche voi sappiate che la parte sulla sinistra è quella letteraria (ordinata alfabeticamente per autore, come insegna Umberto Eco) e la parte destra è quella scientifica (in assoluto, completo e irrecuperabile disordine).

Infine, volevamo ringraziare chi ci ha segnalato uno degli "Hit" sul nostro nome da parte di Google: adesso, possiamo dire che "siamo sulla Treccani" (va bene, la parte di sito relativa alla scuola... Non fate i sofistici), citati come "[rivista] per molti aspetti profonda [...] dalla forma austera.". A momenti, Rudy e Doc non riuscivano a partire per le ferie, causa code di pavone completamente spiegate e incastrate nelle sedie (contrariamente al *Pavo Cristatus*, nel *Redactor ErreEmmis Vulgaris* anche la femmina dispiega la coda; ma essendo Alice confinata in ufficio, la cosa non si è notata particolarmente).

Vi ricordate che ***Dario*** ci aveva proposto un problema, che avevamo inserito qui? Bene, il buon ***Cid*** si è dato da fare in merito. Prima vi ripetiamo il problema, nel caso siate talmente pigri da non andarvi neanche a riprendere il numero del mese scorso.

[13] Quello che, in M.A.S.H. (il libro), portava i casi che non potevano aspettare il giorno dopo: altrimenti, il pilota non avrebbe rischiato il volo con poca luce. Una mail l'avrei vista solo il Lunedì.

Un orco cattivissimo ha catturato 10 nani (possiamo anche dire N nani purchè N sia abbastanza grande e non 1, 2, 3 diciamo > 10 e tagliamo la testa al toro) e gli dice: "io domani mattina vi metterò in fila dal più alto al più basso [in modo tale che il più alto vede gli N-1 nani davanti e così via], vi porrò poi in testa un cappello, che può essere o bianco o nero, e vi interrogherò a partire dal più alto [che vede tutti i cappelli tranne il suo] e poi a scalare. Ogni nano vede la risposta che può essere esclusivamente o bianco o nero.

Voi [i nani] avete una notte di tempo per mettervi d'accordo su cosa dire per salvarvi il maggior numero possibile."

Il quesito è quale è il maggior numero di nani che si salva? e come fanno?

Di seguito, la soluzione di ***Cid***:

Se i nani sono N se ne salvano almeno (N-1).

Generalizziamo subito il problema ad un numero K di colori.

Dunque, abbiamo N nani e K distinti colori dei cappelli, ebbene, a questo punto, i nani non devono fare altro che seguire questa strategia: assegnare ad ogni colore un numero compreso tra 0 e (k-1)

Il giorno dopo, il nano più alto fara la somma dei valori corrispondenti ai colori dei cappelli degli altri nani e si salverà con probabilità uguale a 1/k, (se i cappelli sono solo bianchi e neri, abbiamo k=2 e quindi ha il 50% di probabilità di salvarsi).

Gli altri nani si salvano tutti, ecco come:

il secondo nano, se non è sordo, dopo aver sentito quanto ha detto il primo nano sa quanto è la somma totale (modulo k); per cui togliendo (modulo k) a questo valore la somma (modulo k) dei valori corrispondenti ai colori dei cappelli che riesce a vedere sa con precisione qual'è il colore del suo cappello e dunque lo può dire e salvarsi,

il terzo nano, se non è sordo, dopo aver sentito quanto ha detto il primo nano sa quanto è la somma totale (modulo k); per cui togliendo (modulo k) a questo valore la somma (modulo k) dei valori corrispondenti ai colori dei cappelli che riesce a vedere ed il colore del cappello detto dal secondo nano sa con precisione qual'è il colore del suo cappello e dunque lo può dire e salvarsi,

In modo analogo, anche tutti i nani seguenti sottraggono (modulo k) a quanto detto dal nano più alto il valore seguente:

[somma (modulo k) dei numeri corrispondenti ai colori detti dagli altri nani (primo escluso) + somma (modulo k) di tutti i colori che riescono a vedere] ed in tal modo calcolano quale è il colore del loro cappello.

Un esempio:

Consideriamo 10 nani e 2 colori (come propone il problema proposto da Dario)

Considero ad esempio:

BBNNNBNNBN

Assegno B=0 e N=1

Il ***primo*** nano fa la somma: (0+1+1+1+0+1+1+0+1) Modulo 2 = (6 Modulo 2) = 0. E dunque dice "bianco", (ha avuto fortuna e si è salvato anche lui)

Il ***secondo*** nano fa la somma: (1+1+1+0+1+1+0+1) Modulo 2 = (6 Modulo 2) = 0. Ha sentito dire "bianco" cioè 0 e dunque fa la somma (0-0) Modulo 2 = 0. E dunque dice "bianco" e si salva.

Il ***terzo*** nano fa la somma: (1+1+0+1+1+0+1) Modulo 2 = (5 Modulo 2) = 1. Fa la somma (0-1-0) Modulo 2 = 1. E dunque dice "nero" e si salva.

Il ***quarto*** nano fa la somma: (1+0+1+1+0+1) Modulo 2 = (4 Modulo 2) = 0. Fa la somma (0-0-(0-1)) Modulo 2 = 1 E dunque dice "nero" e si salva.

Il ***quinto*** nano fa la somma: (0+1+1+0+1) Modulo 2 = (3 Modulo 2) = 1. Fa la somma (0-1-(0-1-1)) Modulo 2 = 1. E dunque dice "nero" e si salva.

Il ***sesto*** nano fa la somma: (1+1+0+1) Modulo 2 = (3 Modulo 2) = 1. Fa la somma (0-1-(0-1-1-1)) Modulo 2 = 0. E dunque dice "bianco" e si salva.

Il ***settimo*** nano fa la somma: (1+0+1) Modulo 2 = (2 Modulo 2) = 0. Fa la somma (0-0-(0-1-1-1-0)) Modulo 2 = 1. E dunque dice "nero" e si salva.

L' ***ottavo*** nano fa la somma: (0+1) Modulo 2 = (1 Modulo 2) = 1. Fa la somma (0-1-(0-1-1-1-0-1)) Modulo 2 = 1. E dunque dice "nero" e si salva.

Il ***nono*** nano fa la somma: (1) Modulo 2 = (1 Modulo 2) = 1. Fa la somma (0-1-(0-1-1-1-0-1-1)) Modulo 2 = 0. E dunque dice "bianco" e si salva.

Il ***decimo*** nano non vede nessun cappello, quindi somma uguale a 0. Fa la somma (0-0-(0-1-1-1-0-1-1-0)) Modulo 2 = 1 E dunque dice "nero" e si salva.

...insomma, il primo che è sicuro di salvarsi è il *nano-secondo* [*sono sette anni che Rudy vuole fare questa battuta, se volete picchiargli qualcosa in testa mettetevi in coda (Alice & Doc)*]

Passiamo alle soluzioni, che è meglio.

4.1 [079]

4.1.1 ADD...izione? No, moltiplicazione

Sembra questo problema sia piaciuto, abbiamo ricevuto soluzioni da ***PMP*** (con dubbi iniziali: va detto che il fatto che ***N*** fosse un *numero* e non una cifra lo avevamo nascosto abbastanza...), ***Qwfwq***, ***Dario*** (che risolve mentre chiamano l'aereo per Ibiza... sono arrivate le maledizioni?), ***Cid***, ***Floyd*** (che approfitta di un giorno di pioggia: niente spiaggia!), ***Djzer00*** (che ci manda le soluzioni in triplice copia, nel senso di usare tre formati diversi) ***Flo*** (con la quale scopriamo di avere amicizie comuni poco raccomandabili), ***Dr.Toki***, ***MSI***, ***BR1*** (che fa pericolose ricerche in Internet e che ha, per questo, la piena comprensione del Grande Capo[14]), ***Marco*** (da Siena: il Palio dell'Assunta lo ha vinto la Torre, dopo quarantaquattro anni di astinenza) ***Michele*** e ***Zar***.

Per risolvere questo problema esistevano sostanzialmente due strade: la prima è di procedere per tentativi, e il procedere per tentativi è uno dei motivi per cui questa tipologia di problemi non ci piace: qui, comunque, ci è piaciuta la soluzione di ***Michele***:

Le prime due equazioni sono le sole indipendenti, tutte le altre sono combinazione lineare delle prime due. Scriviamole:

$$AN = 10B+C$$

$$(10A+D)N = 100B+10B+C$$

Mescolando un po' si ottengono le due equazioni

$$AN = 10B+C$$

$$DN = 10B-9C$$

da cui

[14] Questa merita una nota: sapete che questo mese si è svolta la ***Sagra del Pesce Algebrico*** a Caldé (se volete sapere com'era, chiedete a Loba); BR1, interessato, ha effettuato una ricerca ma (presumibilmente causa tastiera americana, come Rudy) ha ignorato l'accento finale. Secondo voi, che tipologia di siti viene riportata, cercando "pesce / sagre *calde*"?

(A-D)N = 10C

Dunque A>D e B>C.

C non può essere 1, 3, 7, 9: nella successione BC, BBC, BBBC,... capiterebbe prima o poi un numero primo (congettura di Michele *[Qui il Nostro usa il proprio cognome (che non è Goldbach); se diventerete famosi dimostrandola, ve lo comunicheremo]*).

Per tentativi, a partire da queste informazioni, si ottengono le soluzioni date.

Interessante, ma lasciateci dire che preferiamo la via più analitica percorsa da alcuni di voi; un fanatico, in questo campo, sembra essere ***Marco***. Manteniamo la numerazione delle formule come ci è arrivata, ma lasciateci dire che non ci pare proprio il massimo della linearità...

Normalmente la criptoaritmetica non mi fa impazzire, ma nel caso di questo problema, dissento dal GC: questo non mi era dispiaciuto troppo. Qui non è tanto il fatto di trovare le soluzioni, ma di trovarle in modo astuto (altrimenti, è fin troppo facile montare una procedurina al computer che, con un paio di cicli trova con la forza bruta le soluzioni).

Io l'ho risolto così (e con questo non voglio dire che la mia soluzione sia astuta...):

Intanto, le soluzioni sono queste tre:

833...3 · 8 = 666...64;

833...3 · 12 = 999...96;

311...1 · 25 = 777...75.

Numero le equazioni del problema, partendo da (1). Dimostro che il sistema di infinite equazioni è equivalente al sistema formato da solo le prime due equazioni:

(1) N A = 10B + C

(2) N (10A + D) = 110B + C,

che si vede essere a sua volta equivalente a

(1) N A = 10B + C

(2') N D = 10B - 9C.

Infatti: se vale il sistema con infinite equazioni, ovviamente valgono le sole (1) e (2), e quindi vale (1) e (2').

Se invece valgono (1) e (2'), l'equazione (N) è ottenuta sommando l'equazione (N-1) moltiplicata per 10 con l'equazione (1').

I membri di destra risultano

[BBB...BC0] + 10B - 9C = [BBB...B00] + 10B + C =

= [BBB...BBC],

quindi anche l'equazione (N) è verificata. Tutto il sistema risulta così verificato per ricorrenza.

A questo punto, deve valere (1) - (2'), ossia

(2") N (A - D) = 10C

Per prima cosa, C non può essere 0, altrimenti risulta A=D, ma le cifre devono essere distinte. (N=0 è escluso, dato ch risulterebbe B=C=0).

Distinguo ora quattro casi, a seconda del valore di q=MCD(N, 10), che può essere 1, 2, 5 o 10. Elimino subito due casi.

Se q=1, allora A-D deve essere multiplo di 10, ma questo non può essere, dato che A e D sono cifre distinte.

Se q=10, dalla (1) si trova C=0 (altrimenti il secondo membro non è divisibile per 10), che sappiamo già essere falso.

Caso q = 2

Semplifico la (2”) dividendo per 2. A-D deve essere multiplo di 5. A e D sono cifre distinte, quindi l’unico valore possibile è 5. Divido (2”) per 5 e trovo *[come dicevamo, pregasi notare la numerazione delle formule]*

```
(q=2.1) N = 2C
```

Sostituisco nella (1) e trovo

```
(q=2.2) C (2A - 1) = 10B
```

A destra è pari; 2A-1 è dispari, quindi C è pari. A destra è multiplo di 5. Se C fosse multiplo di 5, sarebbe 0, che non va bene. Quindi 2A-1 è multiplo di 5. A è almeno 5 (perché D = A-5), quindi l’unica possibilità è A=8 (e quindi D=3).

Sostituisco nella (q=2.2) e trovo

```
(q=2.3) 3 C = 2 B.
```

Le uniche soluzioni accettabili sono B=3, C=2 (escluso, perché B=D); B=6, C=4 (che fornisce la soluzione con N=8); B=9, C=6 (soluzione con N=12). Entrambe verificano (1) e (2’), quindi sono le uniche soluzioni di questo caso.

Caso q = 5

Definisco n = N/5 (che è intero e dispari).

Sostituendo nella (1) trovo

```
(q=5.1) C = 5 (n A - 2B).
```

Sappiamo che C non è 0, quindi è 5 (non ci sono altre cifre multiple di 5). Sostituisco nella (2”), semplifico e trovo

```
(q=5.2) n (A - D) = 10
```

n è dispari, quindi A-D è pari ed è al massimo 9 (differenza massima tra due cifre). L’unica possibilità è n=5 (cioè N=25) e A-D = 2.

Sostituisco nella (q=5.1) e ottengo

```
(q=5.3) 5A = 2B + 1.
```

Verificando modulo 5, B può essere 2 (escluso: implicherebbe A=1, D=-1) oppure 7 (da cui A=3 e D=1). Questi ultimi valori verificano la (1) e la (2’) e quindi forniscono la soluzione con N=25.

Siamo contenti vi sia piaciuto; Rudy dice che ne ha un altro, ma lo tiene per un momento speciale...

4.1.2 Filetto Paritetico Albertiano

Qui va detto che non vi siete impegnati molto; ammettiamo che non fosse una gran complicazione ma, casomai vi interessasse è riuscito a tenere buoni Alberto e Fred per un’intera giornata, usando uno dei due asciugamani regalo della nonna[15].

Va detto che chi ha risolto ha anche cercato delle espansioni... Ma procediamo con ordine. Soluzioni da ***PMP***, ***Floyd*** (ma quanto è piovuto? Due giorni?), ***Cid***, ***Marco***, ***Dr.Toki***, ***Flo***.

Le soluzioni erano tutte suppergiù sulla stessa traccia, quindi scegliamo quella di ***Floyd***:

[15] Non sono impazzito: su uno c’è una scacchiera da filetto, sull’altro una da dama (8x8), in allegato sono fornite un congruo numero di grosse pedine (difficili da perdere nella sabbia); il progetto per le piovose giornate invernali prevede di riuscire a costruire gli scacchi.

> Chi inizia il gioco può vincere con certezza 6 a 2 utilizzando la seguente strategia:
>
> Supponiamo che sia il giocatore Dispari ad iniziare.
>
> Dispari mette uno "0" al centro, dopo di che, qualsiasi sia la mossa di Pari, Dispari sceglierà l'altro numero (diverso da quello dell'avversario) e lo metterà nella casella opposta rispetto al centro. (Si veda l'esempio finale)
>
> Così facendo Dispari si aggiudica sicuramente le quattro file che passano per il centro, ma non solo!
>
> Per costruzione infatti le file restanti (quelle ai lati del quadrato) sono simmetriche, per cui se il lato Nord contiene n "1", nel lato Sud ci saranno 3-n "1" e lo stesso vale per i lati Est ed Ovest. Necessariamente allora, sulle file laterali si otterranno due somme pari e due dispari.
>
> Alla fine della partita, quindi, ci saranno sempre in totale 6 somme dispari e 2 pari.
>
> Se invece è il giocatore Pari ad iniziare, questo dovrà mettere un "1" al centro e, seguendo la stessa strategia, vincerà con 6 somme pari e 2 dispari.

Tutti avete dato per scontata un'informazione che a me sembrava interessante (forse per voi era *evidente*): la somma dei punti, comunque vada a finire, è sempre ***8***: uno di voi (non vi diciamo chi) deve aver contato doppio qualcosa, visto che attraverso la *stessa* strategia, riusciva a far vincere il primo giocatore sei a quattro...

Vi dicevamo che qualcuno ha provato ad arzigogolare, da queste parti (oltre a risolvere, chiaramente): una prima espansione la propone ***Flo***, alla quale abbiamo ricordato un vecchio gioco:

> A proposito di filetto: mi avete fatto ricordare un'altra versione modificata del tris, lo "scarabeo numerico", un gioco con cui io e altri amici ci eravamo sfidati per un po' di tempo un po' di anni fa... Lo conoscete?
>
> Giusto per ricordarvi le regole: su un foglio vengono scritte tutte le cifre, dall'1 al 9. I due contendenti prendono a turno un numero, cancellandolo dal foglio. L'obiettivo è arrivare ad avere, tra i propri numeri, 3 cifre la cui somma dia esattamente 15.
>
> Il problema di questi giochi è che, quando entrambi gli avversari hanno imparato la strategia vincente, diventano decisamente poco interessanti...

Decisamente interessante anche quanto proposto da ***Marco***:

> Dato che il gioco è così smaccatamente sbilanciato per il Bianco, per equità, cambiamo un pelo le regole per renderlo un po' più interessante. Diciamo che per vincere, il Bianco deve fare almeno 7 punti. Se il Bianco ottiene 6 o meno, allora vince il Nero.
>
> In questo filetto paritetico modificato, chi è e come può giocare il colore con la strategia vincente?

Qualcuno vuole provarci?

5. Quick & Dirty

Abbiamo ricevuto alcune risposte; la più interessante viene da ***Zar***, che ci manda due grafici: uno è sostanzialmente identico a quello che pubblichiamo, l'altro è il suo duale, basato su un ettagono. Certamente degna di ulteriori sviluppi la sua considerazione finale: *"Non vi dico se i vertici rappresentano le arti marziali e i lati gli studenti o viceversa, in quanto le due interpretazioni sono equivalenti"*.

> *Nel dojo in cui Rudy, Alberto, Fred e altra gente pratica svariate Arti Marziali, è stato verificato uno strano fenomeno.*

Due Allievi praticano una stessa Arte Marziale con un (e solo un) altro Allievo.

Due qualsiasi Arti Marziali hanno un (e solo un) Allievo che le pratica entrambe.

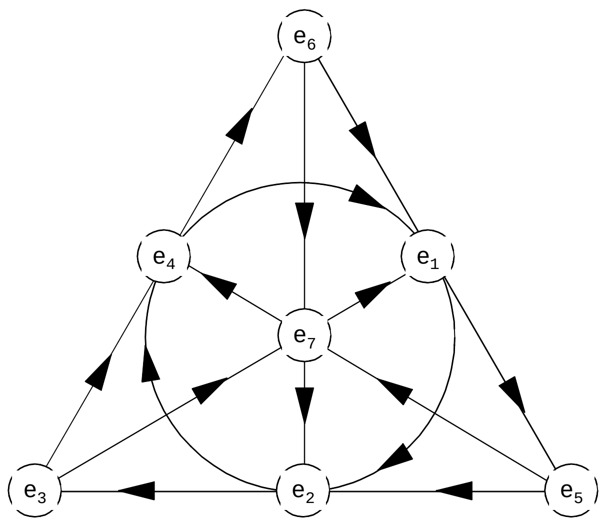


Figura 1 - Il simbolo della palestra

Quello che ci piacerebbe sapere è quanti Allievi ci sono e quante Arti Marziali.

Ma quello che ci interesserebbe in particolare è una rappresentazione grafica del tutto, da usare come simbolo della Scuola...

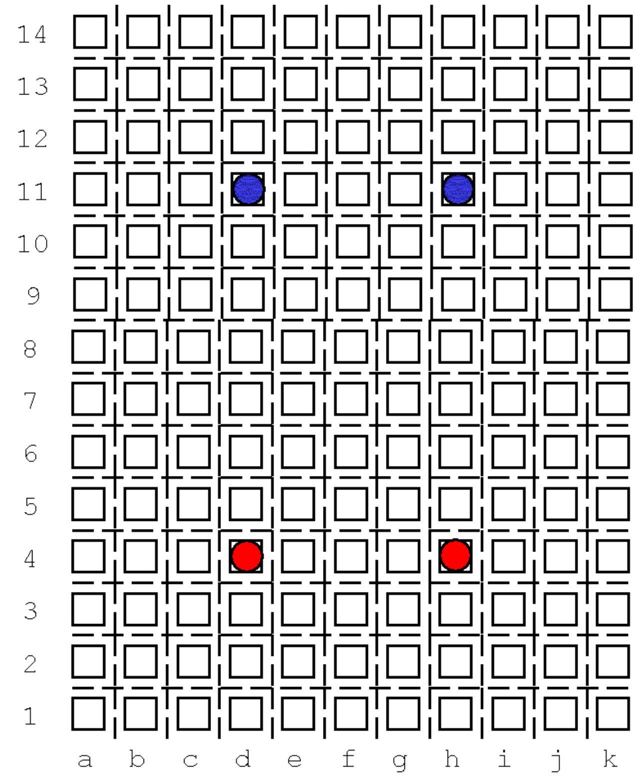
A parte le risposte degeneri (impossibili perché siamo più di tre), la risposta minima è ***sette*** Arti Marziali praticate da ***sette*** Allievi; graficamente, avete la rappresentazione qui a fianco; i punti "***e***" sono gli allievi, le rette che li uniscono le Arti Marziali.

E se vi sembra di aver già visto il disegno, state leggendo la rivista al contrario. Per punizione, spiegateci il ***perché***...

6. Zugzwang!

6.1 Blockade

Si conoscono parzialmente le origini di questo gioco: nel '79, la Lakeside ne ha pubblicato una versione, ma è rapidamente finita nel dimenticatoio; quello che non si è mai saputo è il nome dell'inventore. Comunque, sembra piuttosto carino.



Blockade - Posizione iniziale

Per prima cosa, vi serve una scacchiera un po' strana, come quella indicata qui di fianco: 11x14, e con "spazio" tra una casella e l'altra. Fortunatamente, non servono colori diversi per le diverse caselle.

Siccome di recente abbiamo avuto dei problemi nel *porting* della grafica, ve la spieghiamo: ***11*** colonne numerate da ***a*** a ***k***, ***14*** righe numerate da ***1*** a ***14***, spazio tra una casella e l'altra. Ogni giocatore parte con ***due pedine*** dello stesso colore (qui rosse e blu, ma non è importante: basta che si capisca di che giocatore sono) posizionate in ***d4***, ***h4*** (Giocatore

Rosso), ***d11***, ***h11*** (Giocatore Blu).

Inoltre, ogni giocatore ha a disposizione ***9*** barriere ***gialle*** e ***9*** barriere ***verdi***. Ogni barriera è lunga ***2*** quadretti (compreso lo spazio in mezzo) e larga quanto lo spazio tra due quadretti.

Scopo del gioco è quello di posizionare una delle proprie pedine in una delle case di partenza dell'avversario; le pedine possono muovere di ***una*** casella in diagonale o di ***due*** caselle in ortogonale; se la casella di arrivo è occupata da un altro pedone, nel caso diagonale vanno "oltre" (ossia si muovono di due caselle diagonali), nel caso ortogonale si fermano prima (ossia si muovono di una sola casella diagonale); inoltre, se siete ad una casella ortogonale da una "casa" dell'avversario, potete muovere ortogonalmente di una casella (vincendo la partita) e, eventualmente, "sloggiare" l'eventuale pedina avversaria (quindi, giocare in difesa non paga).

"Sembra piuttosto stupido..." Vero, la cosa interessante la fanno le barriere. Una ***mossa*** consiste nel muovere ***prima un pedone*** (quello che volete, purché sia vostro) e ***poi piazzare una barriera***, se ne avete; le barriere ***gialle*** vanno situate ***orizzontalmente***, quelle ***verdi verticalmente***. Nessun pedone può saltare una barriera, e l'unica (ovvia) limitazione, qui, è che non potete costruire un recinto chiuso attorno alle vostre "case".

"...l'avete provato?" Beh, no. Le due Pesti hanno deciso che le barriere devono *assolutamente* essere fatte con bastoncini dei gelati e non vorremmo degenerare in problematiche gastroenteriche. Comunque, pensiamo che possiate giocarlo anche con degli stuzzicadenti opportunamente colorati e, almeno a prima vista, il gioco simmetrico "non paga"; fateci sapere.

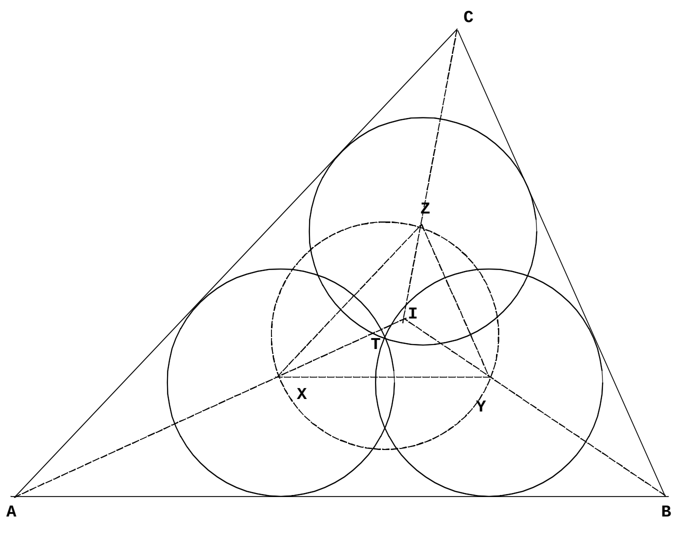
7. Pagina 46

Denotiamo i centri dei tre cerchi con ***X***, ***Y*** e ***Z***. Poiché i tre cerchi passano da un punto comune ***T*** e hanno ugual raggio ***t***, si ha che ***X***, ***Y*** e ***Z*** giacciono su un cerchio di centro ***T*** e raggio ***T***.

Essendo ognuno dei lati di ***ABC*** tangente a due dei cerchi dati, si ha che i centri ***X***, ***Y*** e ***Z*** giacciono sulle bisettrici degli opportuni angoli.

Essendo ***AB*** tangente comune a due cerchi intersecantisi di raggio ***t***, segue che $AB \parallel XY$ e quindi, con lo stesso ragionamento, $YZ \parallel BC$ e $ZX \parallel AC$.

Questo sognifica che le linee ***AX***, ***BY*** e ***CZ*** sono (oltre che bisettrici degli angoli del triangolo ***ABC***) bisettrici del triangolo ***XYZ*** e quindi i due triangoli hanno medesimo *incentro* ***I***.



Da questo deduciamo che i due triangoli sono omotetici con ***I*** come centro di similitudine; e quindi:

1. Il rapporto tra i raggi dei circocerchi di ***ABC*** e di ***XYZ*** è uguale al rapporto degli incerchi, ossia:

$$\frac{R}{t} = \frac{r}{r-t}$$
$$Rr - Rt = rt$$
$$t(R+r) = rR$$
$$t = \frac{rR}{r+R}$$

In quanto punti corrispondenti nell'omotetia, ***T*** (circocentro di ***XYZ***) e il circocentro di ***ABC*** sono collineari rispetto a ***I*** (centro dell'omotetia), come richiesto.

8. Paraphernalia Mathematica

8.1 Costruzioni complicate - [002] - boing... BoinG... BoInG... BOING... thump.

Cominciamo con un riepilogo, che qualcuno si è lamentato che la parte del mese scorso era troppo semplice. Quelli che si sono trovati bene, possono cercare di capire di cosa parliamo prendendo il mese scorso come esempio.

Per noi, uno ***spazio vettoriale*** è un modulo di un numero finito di dimensioni costruito sul campo dei numeri reali; un'***algebra A*** sarà uno spazio vettoriale dotato di una mappa bilineare $m : A \times A \to A$ che chiameremo ***moltiplicazione*** e un elemento ***1*** detto "unità" per il quale valga la proprietà $\forall a \in A, m(a,1) = m(1,a) = a$ e, per semplificarci la vita, scriveremo $m(a,b)$ come ab; ammettiamo che la cosa sembra complicata, ma stiamo proprio parlando di "quella moltiplicazione lì", e il fatto che sia $m : A \times A \to A$ ci toglie dai piedi il concetto di area.

Siccome siamo abituati ad avere un inverso della moltiplicazione, definiamo un'***algebra di divisione*** come un'algebra nella quale $ab = 0$ implica $a = 0$ oppure $b = 0$; la stessa cosa si può esprimere con il fatto che le moltiplicazioni a sinistra e a destra per un qualsiasi numero diverso da zero siano invertibili. Un'***algebra normata di divisione*** è un'algebra nella quale abbiamno anche uno spazio vettoriale normato, ossia esiste un'operazione del tipo $\|ab\| = \|a\|\,\|b\|$, il che implica, se tutto funziona come deve, che $\|1\| = 1$.

Spero sin qui non si siano creati problemi, siamo ancora nelle definizioni.

Ora, farebbe piacere trovare un modo per costruire le algebre normate di divisione; siccome sappiamo (più o meno) dove andiamo a parare, riprendiamo la nostra definizione di moltiplicazione (quella complicata)[16]

$$(A,B)(C,D) = \left(AC - D^* B, DA + BC^*\right) \qquad \textbf{[8.1]}$$

e di coniugato:

$$(A,B)^* = \left(A^*, -B\right) \qquad \textbf{[8.2]}$$

Nessun problema per quanto riguarda la nostra $1-\text{algebra}$, quella dei numeri Reali; si prende una componente (ne hanno una sola) e si fa la moltiplicazione normale, considerando che ogni numero è il coniugato di sè stesso.

La cosa acquista più senso se prendiamo la $2-\text{algebra}$, ossia i numeri Complessi; in questo caso, effettivamente ogni numero ha due componenti (Reali), e riusciamo a effettuare agilmente la moltiplicazione, che è stato il grande trionfo della puntata precedente.

Il guaio di Hamilton era che non riusciva a trovare la $3-\text{algebra}$ e (teppismo matematico) ha dovuto penare per accorgersi che in realtà quella che gli serviva era la

[16] Come ci hanno segnalato molti (tre...) lettori, questa formula (nelle sue due incarnazioni nel numero precedente) è stata vittima di un refuso: in merito, vi raccontiamo un aneddoto. Richard Feynman, a conclusione di una dimostrazione alla lavagna ad un convegno scientifico, si sentì rivolgere la domanda sul perché un termine in una formula avesse un segno diverso rispetto alla versione pubblicata in preprint, e rispose: "Quella del preprint è giusta: qui, devo aver sbagliato un segno in un punto..." e Dirac, sadicamente, aggiunse: "In un numero dispari di punti". Posto che vi chiediate come mai noi lo si sia sbagliato in un numero pari di formule, pensate alle gioie del Copia&Incolla.

$4-\text{algebra}$, che non è difficile da costruire; prendiamo le nostre due definizioni e consideriamo le componenti come ***numeri Complessi***; in questo caso, il concetto di coniugato acquista un senso compiuto e dobbiamo ricordarci di usarlo.

Cambiamo un attimo discorso.

Va detto che, per quanto riguarda i Quaternioni, possiamo trovare delle definizioni operative più semplici, basta ricordarsi di tre cose:

- ***1*** è l'identità moltiplicativa
- ***i***, ***j***, ***k*** sono le radici quadrate di -1
- $ij = k$, $ji = -k$ e permutazioni cicliche su (i, j, k)

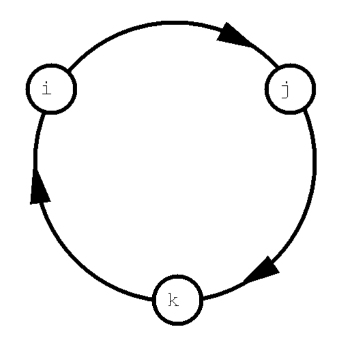


Figura 1 **-** $[i, j] = -k$

Forse l'ultima risulta un po' complicata (tant'è che ci sono voluti i Validi Assistenti di Laboratorio di RM, per chiarirla), ma si può riassumere nella ***Figura 1***; positivo se andate nel senso dell'orologio, negativo se andate al contrario. O, se preferite, potete fare i conti usando il graziosissimo *Diagramma di Cayley* che ci ha mandato ***Zar***, recuperandolo da suoi appunti di gioventù; lo trovate i ***Figura 2***. In questo disegno finalmente li vedete tutti e quattro assieme.

Tutto chiaro sin qui, voglio sperare. Anche se espresse in modo complicato, sono semplicemente le cose che abbiamo visto la volta scorsa.

Torniamo al discorso originale; abbiamo costruito i Quaternioni mettendo i Complessi dove c'erano i Reali; il passo successivo non dovrebbe rappresentare un grosso trauma, possiamo ***usare i Quaternioni per costruire gli Ottonioni***; in sostanza, abbiamo costruito la $8-\text{algebra}$, sempre usando la nostra regola della moltiplicazione.

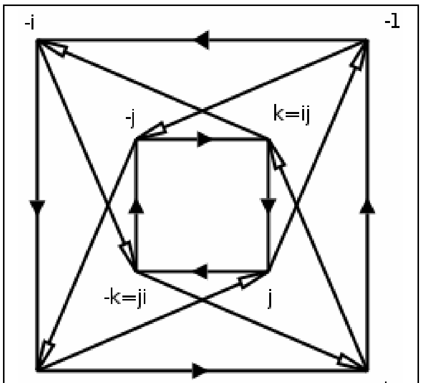


Figura 2 - I Quaternioni di Zar

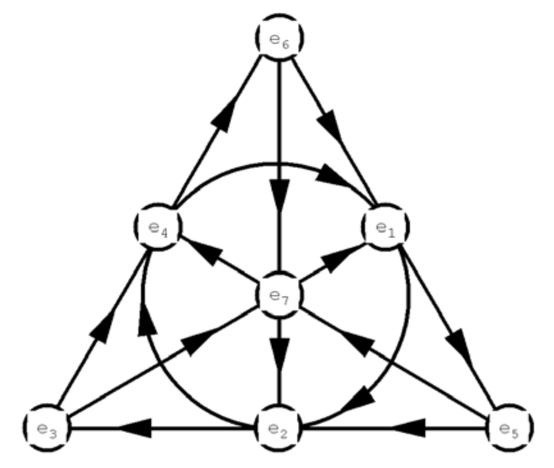


Figura 3 - Moltiplicazione di Ottonioni

Questo metodo è noto come ***Costruzione di Cayley-Dixon***; in sostanza, data una 2^n-algebra, vi permette di costruire la $2^{n+1}-\text{algebra}$; non solo ma, come abbiamo già visto per i Quaternioni, *in mezzo non ci sono altre algebre normate di divisione*; sono le uniche che potete costruire, le altre (ad esempio la $3-\text{algebra}$) se provate picchiate il naso esattamente come Hamilton; in quei casi, non funziona la divisione! Quindi, ***le uniche algebre normate di divisione sono delle*** $2^n - \text{algebre}$[17]

Fermiamoci un attimo sugli Ottonioni.

Per semplicità, indichiamoli con $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$,...,$\boldsymbol{e_7}$ (e se non vi torna il conto, ricordatevi che c'è anche ***1***); esistono delle regole come quelle viste sopra per i Quaternioni che possono semplificarvi la vita:

- ***1*** è l'identità moltiplicativa;
- $\boldsymbol{e_1}$, $\boldsymbol{e_2}$,...,$\boldsymbol{e_7}$ sono le radici quadrate di -1
- $e_i e_j = e_k$, $e_j e_i = -e_k$ e permutazioni cicliche su (i, j, k)

L'ultima ha l'aria complicata, ma anche qui è possibile dare una rappresentazione grafica con quello che si chiama il ***Piano di Fano*** e che trovate in ***Figura 3***; questo dovrebbe aiutarvi a far di conto.

A qualcuno dei più attenti (e ordinati) lettori può sembrare di aver già visto questa immagine; sì, è *esattamente la stessa che risolve il Q&D pubblicato il mese scorso e la cui soluzione trovate in questo numero*; non abbiamo la più pallida idea del motivo per il quale lo stesso disegno spieghi due cose, ma se qualcuno trova una ragione saremo ben felici di pubblicare. Tutto quello che abbiamo trovato è che la rappresentazione è equivalente a quella di Z_2^3, ossia dello spazio vettoriale rappresentabile come i vertici di un cubo, con un Ottonione per ogni vertice (ve ne manca uno? Vuol dire che vi siete dimenticati ***1***).

Torniamo alla costruzione di Cayley-Dixon? Forse troviamo qualcos'altro di interessante, anche se già solo l'estetica linguistica dovrebbe inibire la costruzione di oggetti quali i ***Sedenioni*** (la $16 - \text{algebra}$) o i ***Didecatrioni***[18] (la $32 - \text{algebra}$).

Con calma.

Tanto per cominciare, definamo una $* - \text{algebra}$[19] come un'algebra dotata di ***coniugazione***, ossia di una mappa reale e lineare $* : A \to A$ per cui:

$$\begin{cases} a^{**} = a \\ (ab)^* = b^* a^* \end{cases} \quad \forall a, b \in A. \qquad \textbf{[8.3]}$$

Una $* - \text{algebra}$ viene detta ***reale*** se $\forall a \in A, a^* = a$ (il che è abbastanza ovvio); e inoltre diciamo (bellissimo nome) che una $* - \text{algebra}$ è ***graziosamente normata*** (*nicely normed*: in certi casi, l'inglese è insuperabile) se:

$$\forall a \in A, a \neq 0, \begin{cases} a + a^* \in \Re \\ aa^* = a^* a > 0 \end{cases} \qquad \textbf{[8.4]}$$

Inoltre,un'algebra è ***potenzialmente associativa*** (*power-associative*: vedi sopra per le considerazioni linguistiche) se la sottoalgebra generata da un qualsiasi elemento è

[17] I più attenti di voi ricorderanno a questo punto che esiste un (in)felice gioco di parole anticipatoci da ***Loba*** lo scorso mese: queste algebre (Reali, Complessi, Quaternioni, Ottonioni...) sono genericamente note come ***2-onions***; e, considerata la costruzione "a cipolla" di Cayley-Dixon, la cosa risulta piuttosto simpatica.

[18] I due terzi scientifici della Redazione invitano Doc a sfoggiare la sua cultura classica correggendo eventualmente questo termine di cui non intendono assolutamente assumersi la paternità. Sul primo, però, siamo tristemente consapevoli della sua correttezza.

[19] "Star-Algebra", o, nelle peggiori traduzioni, "algebra stellata" (esistono, prurtroppo...). Speriamo sia chiara la similitudine di notazione con quanto indicato prima.

associativa[20]; è ***alternativa*** se la sottoalgebra generata da due elementi qualsiasi è associativa (qui l'esempio è un filino complicato... Due Quaternioni, OK?); e, per finire, l'algebra è ***associativa*** se la sottoalgebra generata da tre elementi è associativa (e qui ve la trovate da soli: algebre associative dovreste conoscerne almeno una).

Torniamo alle graziosamente normate; se sono tali, hanno un norma ed è definito l'inverso moltiplicativo (ossia, esiste la divisione: ma non diciamolo troppo forte) e si ricava che se ***A*** è ***graziosamente normata*** e ***alternativa***, allora è un'***algebra normale di divisione***.

Ora, partendo da una $*-\text{algebra}\,\boldsymbol{A}$, la costruzione di Cayley-Dickson ci permette di costruire una $*-\text{algebra}\,\boldsymbol{A'}$ i cui elementi sono $(a,b)\in A^2$ in cui la moltiplicazione (e la coniugazione) sono definiti nel "modo solito" delle equazioni **[8.1]** e**[8.2]**; ora, se procedete dall'algebra ***A*** all'algebra ***A'*** con la costruzione di Cayley-Dixon, vi accorgete che:

- ***A'*** non è mai Reale;
- ***A*** è Reale ⇔ ***A'*** è commutativa;
- ***A*** è commutativa e associativa ⇔ ***A'*** è associativa;
- ***A*** è associativa e graziosamente normata ⇔ ***A'*** è alternativa e graziosamente normata;
- ***A*** è graziosamente normata ⇔ ***A'*** è graziosamente normata

Ammetto che scritta così non sembri molto chiara; fose uno schemino aiuta, lo trovate in tabella.

$*-\text{algebra}$	Reale	Commutativa	Associativa	Alternativa	Graz. Norm.
Reali (1-algebra)	✓	✓	✓	✓	✓
Complessi (2-algebra)		✓	✓	✓	✓
Quaternioni (4-algebra)			✓	✓	✓
Ottonioni (8-algebra)				✓	✓
Sedenioni (16-algebra)					✓

Insomma, ogni volta che aggiungiamo una buccia alla cipolla dei 2-onions, in realtà *perdiamo una caratteristica*; della cosa avreste dovuto accorgervene già nella prima parte, quando abbiamo perso il fatto che i Complessi fossero ordinabili secondo la norma; qui, però, la faccenda si fa più grave ad ogni passo.

Cosa abbiamo combinato, di preciso? Prendiamoci qualche libertà di notazione e partiamo da una $*-\text{algebra}\,\boldsymbol{A}$ (i Reali vanno benissimo, poi però provate con qualcosa di più "complesso" `:-)`; a questa, aggiungiamo un elemento ***i*** soddisfacente le relazioni:

$$\begin{cases} i^2 = -1 \\ \begin{cases} a(ib) = i(a^*b) \\ (ai)b = (ab^*)i \\ (ia)(bi^{-1}) = (ab)^* \end{cases} \forall a,b \in A \end{cases} \qquad \textbf{[8.5]}$$

[20] Dubbi? Prendete un Complesso (sotto forma di vettore, una volta tanto), moltiplicatelo per tutti i Reali; quella è un'algebra equivalente ai Reali. Fatto.

...e se le ultime due vi sembrano delle stupidaggini, provate con il caso di ***A'*** non associativa, e vi accorgete che a qualcosa servono.

In pratica, noi trasformiamo ***A'*** in una $*-\text{algebra}$ utilizzando la coniugazione di un elemento di ***A*** e imponendo $i^* = -i$; si verifica facilmente che ogni elemento di ***A'*** può essere scritto come $(a,b) = a + bi \quad a,b \in A$.

Quando noi lavoriamo nei Reali, la coniugazione non ha nessun effetto, quindi per la costruzione di Cayley-Dixon sui Reali la coniugazione secondo ***i*** (che è quello che abbiamo fatto nella **[8.5]** non ha effetti sugli elementi dei Reali. Siccome i Reali sono commutativi, allora i Complessi (che sono, secondo Cayley-Dixon, i *Reali'* - si noti l'apice) sono commutativi; ma i Complessi non sono più Reali, in quanto $i^* = -i$.

Quando lavoriamo nei Complessi, sappiamo che sono commutativi, e quindi la coniugazione è un automorfismo (il che significa, tra le altre cose, che abbiamo un inverso). Se costruiamo i Quaternioni, che sono i *Complessi'* (c'è l'apice!), di sicuro sono associativi ma, siccome i Complessi non sono Reali si ha che (come ci hanno dimostrato Alberto e Fred il mese scorso) i Quaternioni non possono essere commutativi.

Quando lavoriamo sui Quaternioni, siccome questi non sono commutativi, allora *la coniugazione non è un automorfismo* (se vi piacciono le parole difficili, è un *antiautomorfismo*), e quindi non possiamo esprimere la $8-\text{algebra}$ come elemento di un'algebra associativa di livello più alto; quindi, l'algebra dei *Quaternioni'* (apice) non è associativa.

Se tutto ciò risulta poco chiaro, provate a partire dalla prova di Alberto e Fred di non commutatività e rifate il ragionamento nei due sensi; non è difficile, anche se noiosetto.

Come conclusione, un'altra citazione del matematico che ci ha accompagnato sin qui; la sua potenza espressiva, che ormai dovrebbe esservi pienamente comprensibile, mi inibisce dal tradurvelo.

> *There are exactly four normed division algebras: the real numbers (***R***), complex numbers (***C***), quaternions (***H***), and octonions (***O***). The real numbers are the dependable breadwinner of the family, the complete ordered field we all rely on. The complex numbers are a slightly flashier but still respectable younger brother: not ordered, but algebraically complete. The quaternions, being noncommutative, are the eccentric cousin who is shunned at important family gatherings. But the octonions are the crazy old uncle nobody lets out of the attic: they are nonassociative!*
>
> John Baez

...detto tutto, credo.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms