



# Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 076 – Maggio 2005- Anno Settimo

<b>1. Love Story</b> .....	<b>1</b>
<b>2. Problemi</b> .....	<b>12</b>
2.1 Ancora la torta... ..	12
2.2 Lavori al Paesello! .....	12
<b>3. Bungee Jumpers</b> .....	<b>13</b>
<b>4. Soluzioni e Note</b> .....	<b>13</b>
4.1 [074].....	15
4.1.1 (Non troppo) Evidenti Ragioni di Simmetria .....	15
4.2 [075].....	16
4.2.1 Mens sana in corpore sano .....	16
4.2.2 Le biglie di Fred .....	18
<b>5. Nè Quick, nè Dirty</b> .....	<b>21</b>
<b>6. Zugzwang!</b> .....	<b>22</b>
6.1 Black Box .....	24
<b>7. Pagina 46</b> .....	<b>26</b>
<b>8. Paraphernalia Mathematica</b> .....	<b>28</b>
8.1 “Ciò di cui questa Nazione ha bisogno...” .....	28

---

## 1. Love Story

*“Professore, Albert Einstein era infinitamente più intelligente di me, e conosceva più fisica di quanta io possa mai sperare di apprendere in tutta la mia vita. Eppure, lui non credeva alla Meccanica Quantistica. Perché dovrei farlo io?”*

*“La Natura se ne frega di quanto sei intelligente. Puoi sempre sbagliarti.”*

La strada, a guardarla sulla carta, è quasi perfettamente rettilinea, e quasi perfettamente diretta verso sud. A guardarla con gli occhi d'un ragazzo cresciuto con i film di indiani e cowboys, invece, è quasi impossibile non immaginarla tortuosa e polverosa, riscaldata da un sole impietoso e accecante, di quelli che regnano incontrastati nei paesaggi desertici. Ma deve esserci qualche contraddizione, nelle memorie televisive e cinematografiche, forse qualche eccesso di sceneggiatura. In fondo, la strada corre parallela ad uno dei fiumi più grandi del continente nordamericano, e il paesaggio non può allora essere del tutto desertico come quello della Monument Valley tante volte inquadrata dalla camera da presa di John Ford.

---

Però i nomi che si incontrano seguendo la strada non fanno altro che riportare suoni d'avventura: appena iniziato il viaggio verso meridione, si lascia Santa Fè defilata sulla sinistra, poi si prosegue accompagnati dalle acque del Rio Grande: il “grande fiume” che disseta il Golfo del Messico, rubando l'acqua a terre misteriose. È da queste parti che vivono i Navajos di Tex Willer, e appena un po' più a sud i toponimi risuonano densi di nomi Apache; e la lingua europea dei luoghi è lo spagnolo, ma quello spagnolo sacramentato da Hollywood: Cibolla, e le sue antiche “città d'oro”; poi Albuquerque, Socorro, Las Cruces, tutte città che richiamano film western e duelli di fronte alle porte basculanti del saloon. Tutte città che adesso giacciono incorniciate tra il Rio Grande e la ben asfaltata superstrada I-25, quella che alla fine riesce ad attraversare il confine interstatale e a toccare El Paso, escrescenza occidentale del Texas. El Paso, e infine la sua città gemella e nemica, Ciudad Juarez, postala esattamente di fronte, a chilometri zero, ma pur sempre lontanissima, essendo già inesorabilmente messicana, e non più statunitense.

Dick fa centosessanta chilometri di quella strada, ogni fine settimana, per andare a trovare Putsy. Non deve certo arrivare fino a El Paso: i suoi passi si concludono appena giunto ad Albuquerque, e in quei paraggi la moderna I-25 coincide addirittura con la leggendaria Route 66, la strada più famosa d'America, soggetto di canzoni e meta turistica di curiosi e d'avventurieri tardivi. Dick si ferma qui, e lascia che il Rio Grande continui da solo la sua corsa. La strada è lunga, ma è piacevole percorrerla, se bisogna farlo per vedere Putsy; e di solito Dick parte armato solo di scarpe e pollice, i due requisiti essenziali per chi viaggia in autostop. “Hitchhiking”, il mezzo di trasporto più avventuroso e incerto: ma fino ad un certo punto. È difficile che qualcuno si fermi per portarvi da una parte all'altra di Roma o di Milano ai giorni nostri, ma il discorso è diverso se camminate sotto il sole del New Mexico diretto ad Albuquerque, in un'epoca in cui le automobili non sono ancora diffuse come lo sono oggi. Andata e ritorno, più di trecento chilometri, da consumare in meno di quarantotto ore: autostop per viaggiare e alberghi ad ore per dormire, quegli alberghi frequentati solo dalle prostitute e dai loro clienti. Sono i posti più economici, poco abituati ad affittare le camere per più di mezz'ora, che quasi per contrappasso sono portati a trattare bene i rarissimi clienti che chiedono solo un letto per una notte, e nient'altro. Dick ormai lo conoscono bene, è da tanto che dorme in quei posti. Viene per Putsy, e Putsy è sua moglie, ma non possono passare la notte insieme; anche la prima notte di nozze l'hanno passata dormendo separati, lei in un letto d'ospedale e lui da qualche altra parte, in qualche vicolo non troppo distante.

Questa volta, però, Dick non fa autostop.

Guida e corre, lancia veloce la macchina, ha fretta d'arrivare. Tanta fretta che, per una volta, si è fatto prestare l'automobile. Sapeva che sarebbe successo, aveva chiesto per tempo a Klaus la macchina in prestito, per quando sarebbe arrivato il momento. E quella strada diretta a sud che tante volte lo ha visto seduto tranquillo sul sedile del passeggero di auto sconosciute, adesso lo vede nervoso e frettoloso alla guida. E sì che sta guidando una macchina davvero notevole: Dick non lo sa, ma è proprio su quella macchina che viaggeranno, o che forse hanno già viaggiato, i documenti protagonisti del più clamoroso caso di spionaggio della storia. Non sa che l'amico che senza un attimo d'indugio gli ha ceduto le chiavi della macchina ha un nome che resterà scritto a lungo in documenti classificati, catalogato negli archivi della CIA tra quelli dei peggiori nemici dello Stato. Dick non ha la più pallida idea di tutto questo: gli serviva una macchina, il suo amico gliel'ha prestata, e Dick corre veloce lungo le strade del New Mexico. Non sa che quel collega è una spia, non sa che sarà quel suo amico a mettere in crisi il più grande progetto tecnologico della storia moderna, non sa che su quell'auto ha viaggiato un elemento importante della storia futura del mondo, un mattone decisivo negli equilibri della non ancora nata Guerra Fredda. Non lo sa, ma è certo che se anche lo sapesse, non gliene importerebbe nulla, mentre

---

corre disperato da Putsy. Arlene, la sua Putsy, sta davvero male, e tutto il resto non conta.

Cosa pensa Dick, in quel viaggio? Che strana miscela d'emozioni può avere un uomo di ventisette anni, che da sette sa che questo momento deve arrivare? Non può esserci la sorpresa disperata, e neppure il sollievo di maledire il destino. Magari ha già cominciato a pensarla al passato, ricordarla com'era al liceo, la più bella di tutte. O forse per i ricordi è ancora presto, magari pensa che, in fondo, sono riusciti a rubare cinque anni al destino: il morbo di Hodgkin che le avevano inizialmente diagnosticato l'avrebbe uccisa cinque anni prima, e c'è quasi di che essere grati a questa tubercolosi ghiandola che ci ha messo un lustro di più, a portarsela via. Dick guida, e viene da immaginarsi la strada deserta, magari all'alba, col fascio di luce dei fari che anticipa la luce potente e rossastra dell'aurora americana, curva dopo curva, dosso dopo dosso, pensiero dopo pensiero. Ma non è così: è certo mattina calda e luminosa, e Dick non è solo in macchina, perché ha caricato in macchina due autostoppisti. Gli faranno compagnia, forse. O forse è solo perché è anche lui un autostoppista quasi professionista, o meglio ancora perché sa bene che in quella strada secca e difficile è sempre meglio non essere soli. Tanto, non c'è compagnia possibile che possa impedirgli di pensare solo ad Arlene, oggi.



Arlene gli scrive dall'ospedale, ogni giorno. Quelli che per mestiere avrebbero dovuto bloccare e arrestare il collega di Dick e perquisire a fondo la macchina che adesso sfreccia verso l'ospedale di Albuquerque andavano spesso in bestia per colpa di Arlene. Erano tenuti a controllare e all'occasione anche censurare le lettere in arrivo e in partenza, ma Arlene era solita comprare dei puzzle bianchi, scriverci sopra lunghe lettere per Dick, e un attimo dopo aver firmato come al solito "la tua Putsy", scomponeva il puzzle, raccoglieva i pezzi, li metteva in una busta e li spediva. E i censori andavano su tutte le furie, perché dovevano ricomporre il puzzle, per poter esercitare il controllo sulla corrispondenza. Se sta ripensando a questo, è quasi certo che Dick sorrida, sulla strada d'Albuquerque, nonostante il momento.

Poi, una gomma forata, tristemente sgonfia, disperatamente a terra. Di corsa, bisogna cambiarla in fretta, bisogna correre da Arlene. I due autostoppisti tirati su proprio per la paura di questi imprevisti capiscono l'urgenza, aiutano, spingono la macchina fino ad una stazione di servizio, fanno riparare la ruota mentre Dick monta quella di scorta. E mentre armeggia con il cric, forse ricorda il matrimonio celebrato come nei romanzi d'appendice, matrimonio rubato, celebrato durante il viaggio che partiva da un ospedale di New York e finiva in un ospedale del New Jersey, con i genitori di lui che si opponevano ("Non puoi sposare una tubercolotica, ti ammalerai anche tu"); anche quel viaggio intrapreso con un'altra auto prestata da un amico, una giardinetta quella volta, con i sedili posteriori abbattuti e trasformati in un letto, perché il viaggio è lungo e Putsy potrebbe aver bisogno di sdraiarsi. A metà strada, sosta al municipio di Richmond, con i testimoni di nozze raccattati tra gli impiegati del comune, le formule di rito, e infine l'esortazione del sindaco a baciare la sposa, che deve però restare quasi inesaudita. Solo un lieve bacio sulla guancia, niente altro. Sono già anni che Dick e Arlene non possono più baciarsi davvero.

Gomma sostituita, e corsa che riprende. La macchina ancora solitaria lungo la strada, ed è difficile immaginarla come un veicolo quasi moderno, e non come una diligenza inseguita e pungolata dagli Apache immaginari della Fretta, sollevante polvere e sorpassata da frecce e urla di pellerossa. E certo la mente di Dick è ancora

più affollata e nervosa, e forse torna a quando, ancora al liceo, spiegava ad Arlene la magia del nastro di Moebius, col quale lei stupì il professore di filosofia: “Ogni cosa ha due facce, ragazzi”, diceva dotto il docente, e “Beh, professore, questo foglietto di faccia ne ha una sola...”, ribatteva Arlene edotta da Dick. Rideva Putsy, e s’innamorava di quel ragazzo che sapeva giocare con le superfici e con le formule. Dick, da parte sua, era già perduto dietro i suoi riccioli biondi, se era arrivato ad iscriversi al circolo artistico solo per poterla vedere, per poterla incontrare, lui, che vedeva l’arte e la letteratura come il fumo negli occhi.

La seconda gomma esplode non troppo dopo la prima, e allora davvero c’è di che farsi prendere dallo sconforto, dalla disperazione. C’è la gomma riparata poco prima, per fortuna, ma ci sono anche ancora più di cento chilometri da fare, non finisce mai questo viaggio verso Albuquerque. No, non finisce davvero mai: quando mancano ancora cinquanta chilometri, il botto della foratura lacera l’aria per la terza volta. La macchina viene spinta ai margini della strada, e nessuno può certo sospettarla come macchina di spia, triste com’è appoggiata sul bordo della rotabile, in attesa d’un carro attrezzi<sup>1</sup>. Dick saluta i compagni di viaggio, in fretta, e riprende il viaggio come sempre ha fatto: con l’autostop.

E l’urgenza probabilmente gli fa anticipare l’incontro con l’immaginazione. Certamente la vede, forse senza il fiocco tra i capelli che ha sempre cura di mettersi anche in ospedale; forse più pallida del solito, col respiro più affannoso. Di sicuro la sua mente la colloca puntualmente nella stanza d’ospedale che ha visto centinaia di volte, il letto di metallo, il comodino vicino alla finestra, con sopra il piccolo vaso per i fiori, accanto alla piccola sveglia digitale che le ha regalato anni prima. Rarissima, quasi un prototipo, per l’epoca: e come tutti i prototipi, un po’ difettosa: ma Dick è un genio della meccanica, è sempre riuscito a riparare il delicato meccanismo che fa cambiare le cifre delle ore e dei minuti, perché la piccola sveglia piace molto ad Arlene: come capita spesso agli innamorati, a Putsy piace pensare che l’orologio abbia un valore simbolico, e dice a Dick che quella sveglia così rara e così originale, che da sempre le fa compagnia nelle sue giornate d’ospedale, è un simbolo del tempo che loro due hanno trascorso insieme. Le solite sciocchezze da innamorati, che però inevitabilmente hanno un peso importante nell’amore. Forse Dick già vede i tagli di luce che entrano dalle veneziane nella camera, o il respiro sempre più leggero o faticoso, o l’infermiera che entra e controlla, che regola professionalmente le tende, che alza un sopracciglio critico e professionale mentre controlla le pulsazioni di Arlene.

Poi tutto rallenta, fino quasi a fermarsi. Dick è finalmente arrivato, e Arlene è sempre più debole nel suo letto metallico; si ritrova ad ascoltare il respiro di lei affievolirsi, e si stupisce nello scoprire una quasi totale assenza di emozioni nel vederla morire. L’attenzione oscilla tra il cercare di ricostruire cosa stia accadendo al corpo di Arlene, polmoni, cuore, apparato respiratorio, e il cercare di capire cosa stia succedendo alla sua fonte di emozioni, che sembra improvvisamente del tutto inaridita. Putsy muore poche ore dopo l’arrivo di Dick, che resta ancora attento, indagatore sugli eventi e sulle sue sensazioni. Gli infermieri e i medici entrano ed escono dalla stanza, si compiono i riti e le necessità logistiche che accompagnano sempre questi eventi, non certo insoliti in nessun ospedale. Quando Dick rientra

---

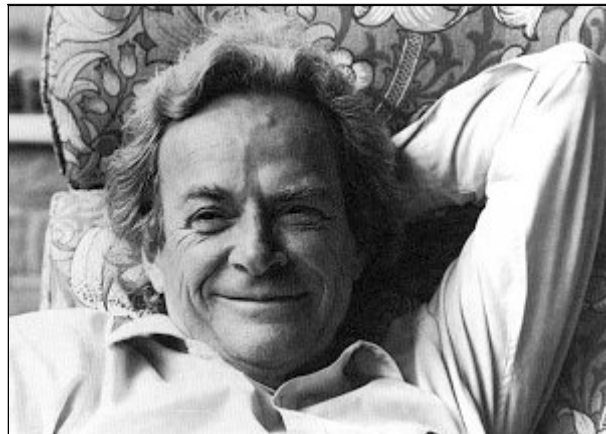
<sup>1</sup> E se a questo punto pensate che la sfortuna perseguiti il nostro protagonista, vi ricordiamo che siamo in piena seconda guerra mondiale. Le gomme (visto che la gomma non si trovava) erano riciclate fino al mozzo, cerchione incluso! Tre forature quando traversi un deserto sono la norma, non sfortuna! Secondo un aneddoto del tempo, dopo l’attacco a Pearl Harbour, c’era stata una riunione nella notte dell’Ufficio Controllo Prezzi per stabilire cosa sarebbe aumentato di prezzo in caso di blocco delle esportazioni dall’Asia; preso un elenco delle categorie merceologiche in ordine alfabetico, il Comitato si era sciolto dopo essersi reso conto che il “kapok” per le palle da tennis avrebbe avuto dei problemi. Peccato che “rubber”, in ordine alfabetico, fosse dopo... (RdA)

---

nella stanza che non contiene più Putsy, ma solo alcune delle sue cose, ha già in mano il certificato di morte, siglato dal medico e dall'infermiera di guardia. Il linguaggio del documento, saggiamente burocratico, riporta anche l'ora del decesso: le 9 e 22. Gli occhi di Dick corrono al comodino, alla piccola sveglia che piaceva tanto ad Arlene, la regolamentatrice del loro tempo insieme, secondo lei. La sveglia è ferma, non segna più l'ora esatta. È bloccata esattamente alle 9 e 22.

Come ben sanno tutti gli smaliziati amanti del cinema, se una storia è tanto strana da sembrare eccessiva finzione, allora significa che si tratta ineluttabilmente di una storia vera. Storia in grado di fecondare la fantasia degli sceneggiatori<sup>2</sup>, magari, ma vera, accaduta, reale. Arlene Greenbaum morì di tubercolosi ghiandola all'ospedale di Albuquerque nel 1945: era malata da molti anni, ed era ricoverata nel sanatorio del Nuovo Messico perché suo marito era impegnato, con altre centinaia di scienziati, al Manhattan Project, dove si stava tentando di costruire la prima bomba atomica. Fu lo stesso J. Robert Oppenheimer a brigare per ottenere un posto letto ospedaliero per Arlene che non fosse troppo distante dal segretissimo centro di ricerche di Los Alamos: sapeva che altrimenti Dick non si sarebbe mosso da Princeton. Il proprietario della macchina che forò tre volte sulla strada tra Los Alamos e Albuquerque era Klaus Fuchs, brillante fisico teorico di origine tedesca ma naturalizzato inglese, che riuscì a consegnare buona parte dei segreti della bomba atomica all'Unione Sovietica. La macchina gli serviva per trasportare i documenti da Los Alamos a Santa Fé, dove li consegnava all'agente sovietico "Raymond", nome in codice di Harry Gold. La figura di Fuchs è assai controversa, come molte figure di quei tempi: ad esempio Bethe e Teller non ebbero mai pareri concordi, nel giudicare l'importanza dei segreti trafugati. Dalla carte di Fuchs si poteva comprendere come estrarre il raro e fondamentale Uranio 235 dal più comune Uranio 238, e forse i sovietici a quel tempo non erano ancora in grado di realizzare il processo senza quelle informazioni: forse ci sarebbero arrivati lo stesso, e in poco tempo; forse no. Più complesso ancora è il giudizio morale sullo stesso Fuchs: passò i segreti dalla bomba atomica non per gloria o denaro, ma solo perché terrorizzato all'idea che una simile arma restasse in possesso di una sola potenza militare. Fu certamente censurabile dal punto di vista politico e militare: dal punto di vista etico, i giudizi sono diversi quanto lo sono gli uomini che giudicano.

Dick, il ventisettenne autostoppista marito di Putsy, era Richard Phillips Feynman, fisico. Nato l'undici Maggio 1918 a Far Rockaway, nello stato di New York, da un ebreo russo<sup>3</sup> rappresentante di uniformi<sup>4</sup> e appassionato dilettante di scienza, Melville Feynman, e da un'ebrea maestra elementare che non insegnò mai, Lucille Phillips. Richard cresce in una famiglia non troppo agiata e in tempi non certo entusiasmati dal punto di



<sup>2</sup> Cosa che puntualmente è accaduta anche con questa: il film si intitola "Infinity", è del 1996, diretto e interpretato da Matthew Broderick, con Patricia Arquette nel ruolo di Arlene. Un tiepido successo negli USA e mai giunto (ma così crediamo, e potremmo sbagliare di grosso) in Italia.

<sup>3</sup> Melville Feynman nasce a Minsk, Bielorussia, ma arriva negli Stati Uniti alla tenera età di cinque anni.

<sup>4</sup> E proprio per questo, come Feynman amava ripetere spesso, suo padre ben conosceva la differenza tra un uomo in uniforme e uno senza: nessuna.

vista economico: la sua infanzia e adolescenza coincidono con il periodo della Grande Depressione. Forse fu proprio il periodo e l'ambiente a formarne il carattere, e certo grande fu l'influenza del padre, che fin da piccolissimo volle insegnargli a guardare il mondo con occhi curiosi e indagatori: certo è che il risultato fu quello di formare il più geniale e anticonformista scienziato americano del ventesimo secolo.

È estremamente difficile raccontare la vita di Feynman attraverso gli aneddoti, per il semplice fatto che ce ne sono troppi, e anche perché lo ha già fatto lui in persona<sup>5</sup>. Quel che è certo è che del professore del Caltech<sup>6</sup> premio Nobel per la fisica nel 1965 sono in molti a sentire la mancanza, a giudicare dalla quantità di libri e di siti internet a lui dedicati. Dotato di personalità e ammantato di anticonformismo e stravaganze, Feynman era già in vita una e vera e propria icona per un discreto numero di fan: come altri personaggi insoliti e controcorrente (Douglas Adams, per esempio) attorno alla figura di Dick (o Rich, o Ritty) Feynman si sono riuniti intere tribù di estimatori. Nelle toilette del Caltech si trovano scritte entusiaste del tipo “Feynman shat here!”<sup>7</sup>, sono state fatte campagne per dedicare allo scienziato francobolli e annulli filatelici, e sono molte le manifestazioni ancora celebrate in suo onore.



Per quanto sia indiscusso il valore delle sue opere scientifiche, è altrettanto fuori discussione che la sua popolarità discenda assai più dalla sua maniera di affrontare la vita che dal modo in cui domò l'elettrodinamica quantistica. Feynman era un uomo fuori dal comune, senza alcun dubbio, e senza alcun dubbio faceva di tutto per continuare ad esserlo, compiacendosi della sua originalità e dando sempre occasione di scandalo, o quantomeno di meraviglia. Dopo i quarant'anni, decise di provare ad imparare a disegnare, e arrivò al punto di avere una “personale” in una importante galleria d'arte (e dipingeva sotto falso nome – “Ofey” – per evitare che la curiosità

attorno al professore matto del Caltech inquinasse l'interesse per i suoi disegni). Suonava il bongo<sup>8</sup> con un suo amico nei night-club della California (e una sua celebre foto che lo immortalava in piena rullata campeggia ancora nel suo più famoso libro di testo, “La Fisica di Feynman”), e arrivarono a comporre insieme la musica per un balletto che si piazzò al secondo posto di un importante concorso europeo (primi arrivarono i rappresentanti d'una importante scuola di ballo lettone). Durante un viaggio in Messico si interessò ai geroglifici Maya, e dette un contributo fondamentale alla loro comprensione (erano una sorta di effemeridi che riportavano i passaggi del pianeta Venere), al punto che il maggiore studioso del campo, una volta

<sup>5</sup> I libri semi-autobiografici che raccontano la vita di Richard Feynman sono tra le pochissime autobiografie di scienziati che hanno scalato la classifica dei best-seller, e non solo negli Stati Uniti. Il primo e più celebre volume (“Surely you're joking, Mr. Feynman!”) è edito in Italia da Zanichelli, nella collana “Le Ellissi” con il titolo “Sta scherzando, Mr. Feynman! – Vita e avventure d'uno scienziato curioso”. Il sottoscritto ha la fortuna di avere l'edizione che nel 1988 costava la bellezza di 26.000 Lire, ma gli spietati cataloghi online raccontano che oggi ci vogliono addirittura 34,80 Euro, per diventare proprietari legittimi di una copia del volume. Ne bastano invece solo 24,06 per il secondo e più snello “Che t'importa di ciò che dice la gente? – Altre avventure d'uno scienziato curioso”, sempre Zanichelli, sempre “Le Ellissi”.

<sup>6</sup> Caltech, ovvero Californian Institute of Technology.

<sup>7</sup> Omettiamo la traduzione, ma più che un dizionario basta l'immaginazione, per capirne il significato.

<sup>8</sup> “Il fatto che io suoni un tamburo non ha niente a che fare col fatto di essere un fisico teorico. La fisica teorica è un tentativo umano, uno degli sviluppi più alti dell'essere umano, e questo perenne desiderio di dimostrare che a fare fisica teorica sono comunque degli esseri umani, portando come prova che anche essi riescono a fare cose che altri esseri umani fanno (come suonare i bongo) lo trovo insultante.”

che dovette disdire una conferenza, suggerì ai disperati organizzatori del simposio di rivolgersi a lui, in qualità di “dilettante, ma ferratissimo”. A Los Alamos, ancora giovane, faceva il fisico teorico, ma era famoso per tutto il comprensorio come “Feynman, il famoso scassinatore”, perché andava sempre in giro ad aprire le casseforti dove gli scienziati riponevano le carte importanti, per mostrare loro quanto poco sicure fossero le loro informazioni.

E, soprattutto, giocava. Frequentava night-club e topless bar, e nelle sue memorie racconta quale sia, a suo parere, la strategia giusta per sedurre le ballerine e le showgirl: gli piaceva andare per locali malfamati o quantomeno equivoci, e si ritrovò più d’una volta come testimone a favore in processi contro proprietari di locali al limite della legalità. Faceva esperimenti: non solo quelli importanti, da laboratorio, ma anche quelli più imprevedibili. Una volta che si interrogò sulle capacità olfattive dei cani, non esitò a mettersi col naso per terra, provando a seguire una pista col solo aiuto dell’odorato. Non esitò a sottoporsi a test sugli stati d’allucinazione, così come non aveva esitato, da giovane, a lasciarsi ipnotizzare, per vedere se l’ipnotismo avesse davvero un fondamento scientifico.

Non credeva a niente che non avesse provato direttamente. E ai suoi studenti insegnava a fare lo stesso. Nonostante le centinaia di aneddoti e di frasi celebri legate al suo nome, sono in fondo pochissimi i principi ai quali era strettamente legato, e forse ancor meno i suoi interessi fondamentali, meno ancora i suoi nemici. Nei suoi libri autobiografici si è certo sommersi da un’incessante e malcelata soddisfazione di “essere Feynman”, e da una continua volontà di stupire il lettore con eccessi anticonformistici: ma è forse ancora più evidente la volontà di non cedere alle autorità precostituite (fossero esse scientifiche o meno), e soprattutto il desiderio di mettere in guardia il lettore dai cattivi maestri, che secondo Richard Feynman non erano tanto coloro che non avevano una mentalità scientifica, ma coloro che, credendo di averla, mal trasmettevano e mal propagavano il sapere scientifico, spacciandolo quasi come verità rivelata. Aveva rispetto e terrore delle parole, e riteneva che dovessero servire allo scopo di definire e spiegare, non a quello di confondere e disorientare. In diversi scritti manifesta il senso di scandalo provocatogli dalle prime pagine di un libro elementare di fisica, che iniziava mostrando le figure di oggetti in moto, di pentole che bollivano, di persone che correvano, con didascalie del tipo: “Cosa fa correre l’automobile?”, “Cosa fa bollire l’acqua?”, “Cosa fa correre gli atleti?”, per poi dare a tutte le domande l’unica risposta. “L’Energia”. Quello che scandalizzava Feynman non era l’esattezza o meno della risposta, ma il fatto che un concetto impegnativo come quello dell’energia venisse presentato in questa maniera ai ragazzi, quasi fosse una verità rivelata da imparare a memoria. Se al posto di “energia” si fosse scritta qualsiasi altra cosa si sarebbe ottenuto la medesima consapevolezza scientifica negli studenti: nessuna. E per la stessa ragione disprezzava i “filosofi professionisti”: abituato ad usare le parole per descrivere “cose”, si trovava totalmente spiazzato di fronte a chi usava parole per definire concetti complessi e idealistici: anche se, forse inconsapevolmente, era in grado di fare altissima filosofia naturale. Quando racconta che provò a rispondere ad una domanda sul concetto di “modello dell’atomo” postagli da dei docenti di filosofia, è senza saccenteria che prova a rispondere partendo dal concetto di “modello dell’interno d’un mattone”, perché a lui era evidente che “l’interno d’un mattone” non è conoscibile per esperienza diretta: anche rompendolo, quel che possiamo indagare direttamente è solo la superficie. Semplice, in fondo: eppure è concetto che spesso sfugge ai filosofi, e anche alla maggior parte dei fisici.

Forse per questa sua particolare maniera di “vedere” la fisica, con grande immaginazione e estrema povertà di linguaggio, risultava molto simpatico ai suoi studenti: una simpatia comunque ricambiata, visto che, a differenza di molti altri eminenti colleghi ricercatori, non riusciva davvero a concepire un lavoro che non

---

comprendesse anche la quotidiana pratica dell'insegnamento. Scrisse libri di testo ed esperimentò anche modi originali di insegnare la fisica, che però non ebbero il successo che si attendeva. Voleva "interessare" i migliori studenti del corso senza perdere per strada i "normali", ma il suo approccio originale finì comunque per disorientare una buona parte dei ragazzi. In compenso, nonostante il suo corso sperimentale fosse destinato alle matricole, l'aula finì per essere frequentata regolarmente da laureati e da docenti del Caltech, affascinati dalla visione originale del mondo fisico che Feynman cercava di trasmettere.

I suoi successi scientifici, a parte gli studi fondamentali sull'interazione elettrodebole fatta insieme a Murray Gell Mann, sono quelli che sono alla base del premio Nobel per la Fisica che gli fu assegnato nel 1965 insieme a Schwinger e Tomonaga; in una parola, la Teoria dell'Elettrodinamica Quantistica, che in inglese (Quantum Electro-Dynamics) è concisamente chiamata QED. Forse è solo un caso che l'acronimo anglofono coincida con l'acronimo latino che una volta si poneva al termine della dimostrazione dei teoremi matematici (Q.E.D. – Quod Erat Demonstrandum), ma se di caso si tratta è certo una coincidenza ben assestata: la QED è tuttora la teoria fisica con il maggior grado di precisione: quella che, tra tutte le teorie fisiche finora generate, meglio accorda i risultati degli esperimenti alle previsioni teoriche.

Nobel a parte, il suo maggiore momento di celebrità lo ebbe nel 1986, quando fu chiamato a far parte della commissione governativa che doveva indagare sul disastro dello space shuttle Challenger. Come sempre in questi casi, la ricerca della "verità" è sempre resa assai difficoltosa dalle implicazioni politiche, sociali, economiche degli enti coinvolti. In neanche troppo tempo (almeno se paragonato ai tempi ciclopici a cui siamo abituati in Italia), si arriva a capire che la responsabilità dell'incidente è data dalla scarsa reattività del materiale di cui sono fatti gli O-ring<sup>9</sup> del booster propulsore, quando la temperatura esterna è particolarmente bassa. Un conto è però averne la convinzione per così dire "tecnica", un altro conto è quello di ottenere ufficialmente il riconoscimento pubblico della causa dell'incidente spaziale più tragico nella storia dell'astronautica statunitense. Il professor Richard Feynman diventa noto a tutto il grande pubblico americano quando, pur di dimostrare l'eccessiva rigidità degli O-ring a temperature prossime a zero gradi centigradi, in diretta televisiva immerge un pezzo del materiale in un bicchiere di acqua ghiacciata, e lasciando poi che parli l'evidenza.

Dopo quella diretta televisiva, anche il meno interessato alla fisica quantistica degli americani sa chi è Richard Feynman: è colui che ha trovato la causa dell'incidente del Challenger, il professore che ha inchiodato i colpevoli alle loro responsabilità. E questo, probabilmente, a Feynman non doveva piacere troppo. Nel leggere la cronistoria che lui stesso scrisse in merito, salta agli occhi che Feynman fin dall'inizio mette in chiaro che l'idea di verificare le prestazioni degli O-ring gli fu suggerita dal generale Kutyna, altro membro della commissione. E più avanti, non nasconde che lo stesso Kutyna fu in realtà informato della criticità da un astronauta della NASA rimasto anonimo: il ruolo di Feynman fu soprattutto quello di



<sup>9</sup> Si può tentare di tradurlo con "guarnizioni a forma circolare", ma il termine O-ring è ormai molto diffuso, e la "O" sta a richiamare la forma delle "guarnizioni" stesse. Un po' come nei vecchi sincrotroni, in cui i "dees" erano parti del sincrotrone fatte a forma della lettera "D". I booster sono i grossi razzi ausiliari posti ai fianchi del propulsore principale dello shuttle.



“dimostrare” la causa, non di “intuirla”. E le sue battaglie all’interno della commissione saranno ancora lunghe e faticose, ma quasi tutte concentrate su come “riportare” nella relazione finale della Commissione quanto scoperto sul funzionamento (e sul “malfunzionamento”) all’interno della NASA. Era un suo punto d’orgoglio scientifico, quello di esporre “completamente” una teoria scientifica: riteneva delittuoso descrivere solo gli aspetti positivi e non citare quelli negativi, le possibili criticità, di ogni studio scientifico: paradossalmente, la memoria collettiva del “caso Challenger” sembra aver comunque rimosso questi suoi essenziali principi, per quanto lui stesso abbia cercato di palesarli.

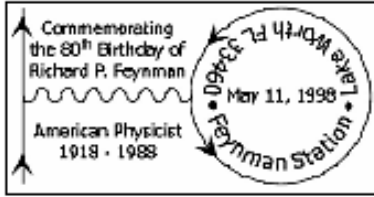
Era molto americano, nel senso migliore del termine. Entusiasta, scettico, poco disponibile verso l’autorità costituita, calato nella realtà, perfino ottimista<sup>10</sup>. Ma era soprattutto un fisico, nel senso più pieno del termine: divorava i libri di scienza, fin da piccolo, ma li metteva sul banco di prova ogni volta che poteva; alla sua primissima esperienza da ricercatore universitario, a Princeton, gli capitò di dover tenere il suo primo seminario ad una ristrettissima cerchia di professori, tra i quali c’erano personaggi come Einstein, Von Neumann e Pauli. Ne era ragionevolmente imbarazzato, ma la paura gli passava istantaneamente, insieme con il rispetto, quando cominciava a parlare di fisica. Più tardi, Niels Bohr lo chiamerà spesso per presentargli delle idee e sottoporle a critiche, e questo non perché fosse il fisico teorico migliore disponibile, ma solo perché era l’unico a non risparmiare critiche al grande Bohr, se vedeva difetti nelle sue teorie. Da fisico, il suo rapporto con la matematica sembra, a prima vista, limitato alla classica visione di “matematica come strumento”. L’immagine ricorre spesso, specialmente quando ricorda che imparò da giovanissimo una tecnica insolita di “differenziazione sotto il segno d’integrale”, tecnica che non era molto conosciuta tra i suoi colleghi fisici. Si riferisce a questa sua caratteristica come “una diversa cassetta per gli attrezzi”, sancendo così una volta per tutte il principio della matematica strumentale. Però vi sono anche molti altri indizi che lasciano intuire un rapporto più complesso, tra Feynman e la “sua cassetta degli attrezzi”. Da ragazzino, cominciò a studiare matematica da solo, e trovando poco logica la simbologia dei libri, se ne inventò una propria, che riteneva essere assai più coerente: simboli semplici e univoci per le funzioni trigonometriche (sosteneva che “sin x” gli sembrava sempre dover essere letto come “s per i per n per x”, e figuriamoci le trigonometriche inverse...) e le esponenziali, e così via. Si decise a cambiare non perché convinto della migliore efficacia della simbologia ufficiale, ma solo perché riteneva indispensabile poter “comunicare” con gli altri. Aveva ben chiaro il concetto di “convenzione”, insomma. Ciò non gli impedì di dare il suo nome ad una classe di integrali (“Integrali di Feynman”) e soprattutto di generare la sua idea più prolifica, i “Diagrammi di Feynman”, che sembrano quasi una sorta di approccio topologico alla Meccanica Quantistica. La sua ultima automobile, un furgone targato “QANTUM”<sup>11</sup>, ne era tappezzato, e uno speciale annullo postale che le Poste americane hanno dedicato a Feynman nell’ottantesimo anniversario della nascita riproduce elegantemente un diagramma di Feynman. I diagrammi di Feynman hanno la forza esemplificativa d’una formula matematica, e comunque rilasciano grande spazio



<sup>10</sup> E gran parte degli uomini che scrissero la Dichiarazione di Indipendenza nel 1776 avevano in tutto o in parte queste caratteristiche. Per quanto riguarda gli americani dei tempi successivi, abbiamo un vasto campionario di esemplari che rispettano o non rispettano affatto queste virtù. Come in tutto il resto del pianeta, per altro.

<sup>11</sup> Negli USA è possibile avere targhe personalizzate, ma sono ammessi solo sei lettere, e “QUANTUM” ne ha sette. Il suo amico Gell-Mann si era già assicurata la prestigiosa targa “QUARKS”.

all'immaginazione, perché rappresentano una fotografia prolungata nel tempo della continua creazione e annichilazione della materia.



Su argomenti apparentemente più frivoli, ma inevitabili per una rivista come questa, non si può tacere della passione che Feynman aveva per i problemi di matematica ricreativa. In fondo la sua caratteristica principale era la curiosità, e i quesiti di matematica ricreativa sono esplicitamente costruiti per stimolarla. Inoltre, è lo stesso Feynman a

nobilizzare egregiamente la curiosità ludica. Nelle sue memorie si legge, più tra le righe che attraverso di esse, che alla fine della guerra stava attraversando un periodo decisamente difficile, sia sul piano personale che quello creativo. Forse per la crisi che prese molti degli scienziati che parteciparono al progetto Manhattan, forse per il lento deflusso emotivo causato dalla morte di Arlene, forse per altro ancora, fatto sta che alla Cornell University Richard Feynman passò un periodo molto simile ad una profonda depressione. La fisica non gli interessava più, non lo divertiva: e il divertimento è sempre stato considerato la ragione essenziale per farla, nella filosofia feynmaniana<sup>12</sup>. Finché un bel giorno, alla caffetteria dell'Università, uno studente lanciò in aria un piatto. Il piatto saliva nell'aria oscillando, e lo stemma rosso dell'università stampato sul bordo del piatto girava anch'esso. Dick Feynman nota che lo stemma gira più veloce dell'oscillazione del piatto, e, tanto per giocare, comincia a calcolare il movimento di rotazione in base ai vari angoli di oscillazione, fino a ritrovarsi nel bel mezzo d'una equazione complicata. Approfondì la cosa quel tanto che serviva a incuriosirsene, e arrivò perfino a raccontare la storia ad Hans Bethe. Dalle oscillazioni del piatto fu facile passare alle oscillazioni elettroniche, e poi all'equazione di Dirac sull'elettrodinamica, e infine alla QED. E da qualche parte in America probabilmente vive ancora un ex-studente di Cornell che forse non immagina neppure di aver generato l'Elettrodinamica Quantistica facendo lo scemo in caffetteria.

A considerare ancora il suo approccio ludico alla scienza e alla vita, la sua intransigenza morale nei confronti della divulgazione scientifica, c'è di che essere preoccupati. Fosse ancora vivo<sup>13</sup> e venisse a conoscenza di quest'articolo, Dick Feynman andrebbe su tutte le furie, nel leggere la ricostruzione fatta all'inizio della storia sua e di Arlene, e questo non per modestia o desiderio di mantenere privati certi fatti: la modestia era certo dote che non si addiceva a Feynman, e, per quanto riguarda la privacy, va detto che l'episodio della morte di Arlene è da lui spesso ricordato, in libri e conferenze. Quello che non gli sarebbe piaciuto è piuttosto il tentativo un po' romantico di drammatizzare, di amplificare la sensazione di urgenza, l'uso eccessivo di aggettivi e avverbi. Ma sopra ogni cosa, lui non avrebbe certo tollerato che il racconto terminasse in quella maniera.

Feynman raccontava spesso della sveglia digitale incredibilmente fermata sull'ora della morte di Arlene: il momento così altamente emotivo e drammatico, il significato simbolico che lui e Putsy davano a quell'orologio rendevano il terreno estremamente fertile per rivestire d'un significato soprannaturale all'evento. Ma il futuro premio Nobel è spietato nell'analisi dei fatti, e racconta di non essere mai caduto in questa tentazione interpretativa: già in quella stanza d'ospedale d'Albuquerque si peritò di

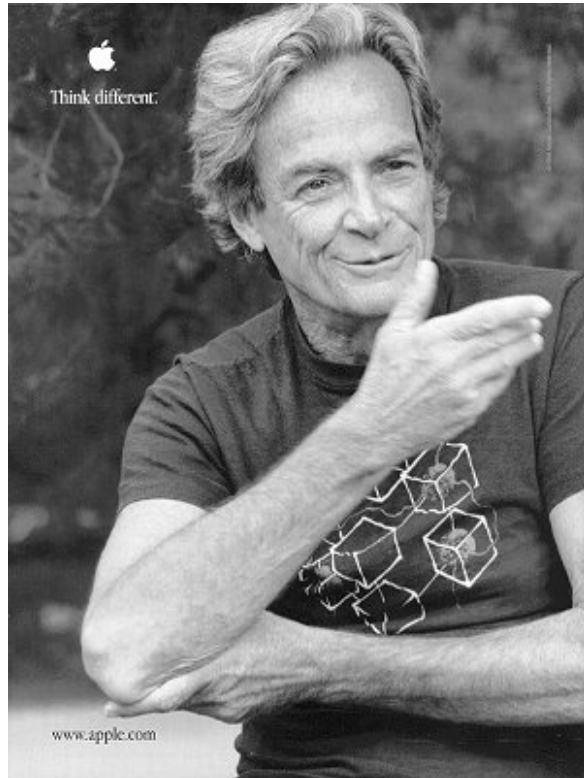
<sup>12</sup> "La fisica è come il sesso: non c'è dubbio che facendola si ottengano dei prodotti, ma non è per quello che la si fa".

<sup>13</sup> E avrebbe benissimo potuto esserlo, non fosse per il cancro che se lo è portato via nel 1988: questo mese avrebbe celebrato il suo ottantasettesimo compleanno. Ma ha vissuto pienamente la sua vita, e anche potendolo, probabilmente si rifiuterebbe di resuscitare, a dar retta alle sue ultime parole: "Non vorrei proprio morire un'altra volta... è così noioso!"







ricordare quanto fragile fosse il meccanismo di quella sveglia, di come il più piccolo urto riuscisse a bloccarne il funzionamento. Ricostruì anche il momento tipico degli ultimi istanti della vita di Arlene, quando il respiro già flebile terminò del tutto, e rivide l'infermiera entrare e constatare il decesso. La rivide mentre appuntava alcuni dati sulla cartella, e la vide prendere in mano la sveglia per registrare l'ora della morte, e riposarla poi sul comodino. Un piccolo movimento, bastevole però a fermare il flusso del tempo in quella piccola macchina. Per quello la sveglia si bloccò, come aveva già fatto altre volte.

E Dick Feynman puntualizzava sempre questo fatto, riconducendo sempre gli accadimenti alla realtà, con puntiglio e precisione, e compiuta analisi dei fatti.

Un tale accanimento alla fisicità da sembrare quasi sospetto, non fosse per il fatto che è vero, i fatti sono quasi sempre pienamente spiegabili dal punto di vista meccanico e logico. E siamo convinti che Dick avesse ragione, nella sua analisi, nel proclamare che non v'era nessun bisogno di chiamare in ballo il soprannaturale, la magia, il mistero, per spiegare un fatto spiegabilissimo, come una sveglia che si ferma. Rimane solo lo sciocco sospetto che la spiegazione serviva soprattutto a lui, più che come monito alle future generazioni di studenti. Amava Arlene, la amava moltissimo, e la sua vita rimase senza guida per un lungo periodo, dopo la morte della sua Putsy: ai suoi occhi, il suo amore doveva sembrare così grande e totale da non aver bisogno di nessuna ulteriore amplificazione artificiale. Niente di mistico, niente di soprannaturale, niente di miracoloso, niente di più di quel che già era: completo e totale, e non era possibile aggiungere altro.



## 2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Ancora la torta...			
Lavori al paesello!			

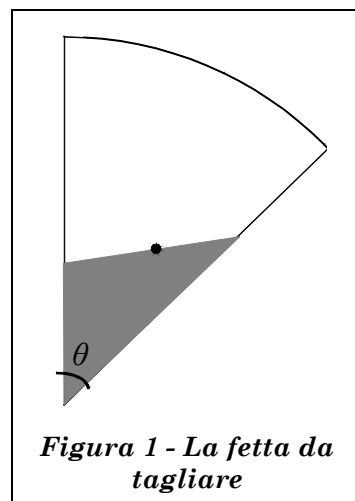
### 2.1 Ancora la torta...

Fred ringrazia sentitamente per l'aiuto nel trovare il piatto adatto alla fetta di torta di mele<sup>14</sup>, e ci tiene a smentire le ipotesi svolte sulla sua golosità.

Infatti, come ha avuto modo di dimostrare durante il taglio della torta per un recente compleanno [*"Grazie" in ritardo a tutti quelli che si sono ricordati di farmi gli auguri (RdA)*], lui, delle torte di mele, **preferisce il bordo** (graniglia di nocciole: e, per qualche strano motivo, il burro fuso si deposita tutto lì); e, qui, abbiamo avuto un guaio.

Infatti, ricavato un corretto numero di fette (per "corretto" si intende fatto con l'approvazione di tutti e angolo-al-centro-che-una-volta-tanto-è-proprio-al-centro  $\theta < 90^\circ$ ), una mosca schifosamente puntiforme è andata a posarsi sulla fetta di Fred!

Ora, il Nostro ha intenzione di tagliare via la fetta di torta inquinata, ma vorrebbe mantenere la massima quantità di bordo, minimizzare la parte da buttare via e fare il tutto con un taglio rettilineo; provo a farvi una figura, per essere chiaro. Quello che va buttato via è segnato in grigio, la mosca è il puntino sul taglio e non toccate il bordo esterno che è quello che piace a Fred.



Ora, siccome noi stiamo mangiando la nostra fetta (senza mosche), Fred vorrebbe sapere come tagliare...

### 2.2 Lavori al Paesello!

Brutte notizie: le Pesti hanno avuto l'intera Settimana Santa di vacanza... Quindi, il Vostro Umile Narratore si è ritrovato a dover domare da solo (mia moglie non ha preso

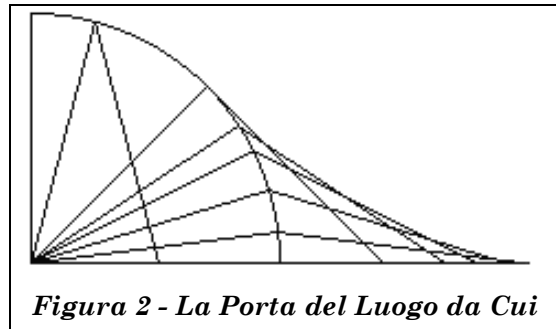
<sup>14</sup> RM N.73, soluzioni nel N. 74

ferie) le due belve al Paesello (il Luogo da Cui, non il Punto del Divano Quantistico<sup>15</sup>). Fortunatamente, hanno un mucchio di compiti da fare.

Sfortunatamente, mia madre *non ha* un mucchio di compiti da fare. E quindi mi ha trovato una serie di “lavoretti” del tipo rendere abitabile l'ex fienile ossia montare scaffali, riempirli di libri e carte varie<sup>16</sup>, mettere su una nuova porta, eccetera.

Già, la porta.

Questo aggeggio è un coso a due ante, ciascuno da un metro (porta di fienile, mica sgabuzzino dei topini!); un'anta è incardinata nello stipite, mentre l'estremità opposta dell'altra scorre in un binario (al centro sono incardinate assieme) e, siccome le ho montate io, lasciano una graziosa traccia da trascinarsi sulla moquette.



**Figura 2 - La Porta del Luogo da Cui**

Forse il disegno chiarisce la situazione; ora, però, sono certo che il primo matematico che passa di qui mi dirà: “Carina, quella curva; con che equazione l’hai tracciata?”

Hehm... Qualcuno me la calcola, per favore? Io ho tutte le dita pestate!

### 3. Bungee Jumpers

Provare che nella somma:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$$

per qualsiasi valore di  $n$ , se si eliminano tutti i termini che contengono la cifra **9**, il risultato è sempre minore di **80**.

*Niente “aiutino”, stavolta. Però, se qualcuno riuscisse a trovare dei valori per altre cifre (o per altre basi), la cosa sarebbe decisamente interessante*

*La soluzione, a “Pagina 46”*

### 4. Soluzioni e Note

Ma insomma, quando arriva la primavera? Mi è stato fatto notare che comincio questa parentesi di pettegolezzi sempre con qualche nota atmosferica, e anche questo mese non siamo da meno. Ci sarebbe quindi da dilungarsi su note ecologiste e sul riscaldamento dei poli e l'ozono, ma cerchiamo di concentrarci su argomenti più terra-terra, e lasciamo la situazione sociopolitica in cui viviamo da parte, che è meglio.

Ci sono in pratica due argomenti di cui dobbiamo parlare, e sono entrambi importanti. Il primo è il GPS del doc, che ha scatenato più mail dello storico problema degli areoplanini. Il secondo ve lo dico dopo.

Per cominciare, il punto misterioso è proprio nel centro di Torino, e la prima a risponderci con precisione (“*al Caval ‘d Brons!*”) è stata la nostra prima e unica **JAFO**, ma non sono mancati altri, con bassi trucchi (ebbene sì, basta fare un giro su [www.multimap.com](http://www.multimap.com)). Il Doc, che ha dissertato per pagine e pagine sul suo strumento da camminatore, si è

<sup>15</sup> Per intenderci: casa dei miei genitori, non dove conosciamo i Rudolph. I nomi fanno parte del Lessico Redazionale-Familiare, e non ve li spiegheremo mai.

<sup>16</sup> Lo stato normale delle librerie nel Luogo da Cui è definibile come “Sembra ci abbia starnutito Gozilla”

trovato finalmente ad esplorare i più intimi segreti dello strumento, e ci sentiamo in dovere di farvi arrivare almeno parte di quello che abbiamo imparato<sup>17</sup>. Ecco la precisazione di **Mash**:

I satelliti in orbita per il sistema GPS non sono in orbita geostazionaria ma in un'orbita più bassa. Credo per avere un segnale più forte.

Pensa quel povero aggeggino del GPS che si deve pure calcolare ogni volta la posizione del satellite attuale con le informazione dell'almanacco (sarà così che si traduce "almanac"?). Ed il satellite non va mica piano, ecco perché quel cosino è un maledetto mangia pile.

Dai, che a saperlo Henri sarebbe ancora più impressionato un po' come lo sono io a pensare che quell'aggeggino è così veloce da calcolare la distanza di un satellite con una approssimazione di pochi metri sapendo anche quanto viaggia veloce il segnale radio. Vi ho allegato una piccola guida esplicativa

A vostra "discolpa" posso dire che alcuni satelliti legati ad un sistema di correzione della posizione del GPS sono in orbita geostazionaria.

Abbiamo anche scoperto che esistono due sistemi di coordinate, e che sarebbe utile specificare il sistema di riferimento, quando si indica una posizione, e **Qfwfq** ha anche spiegato al Doc come fare le conversioni di gradi per non perdersi (ebbene sì, dopo il concione su RM075, il Nostro ha registrato coordinate sbagliate sul suo magico strumento, e ovviamente non ha trovato il posto che cercava se non con metodi tradizionali...). Ecco la spiegazione di **Qfwfq**:

Nel compleanno descrivi le meraviglie del GPS, che condivido completamente, anche se a volte si fa un po' confusione. Infatti spesso si forniscono le coordinate di molti posti (per esempio su una cartina acquistata tempo fa in Sardegna, c'erano le coordinate di banche e farmacie e dei nuraghi sparsi nella campagna! molto utile in effetti) ma si dimentica di specificare il datum (forma e posizione dell'ellissoide che approssima la forma della terra e sul quale si definisce il sistema di coordinate). Di possibili datum ce ne sono un'infinità, ma in Italia gli unici ragionevolmente probabili sono 2: l'European1950, che è quello usato dalle cartine IGM (Istituto Geografico Militare) e quindi da tutte le cartine escursionistiche da esse derivate, e il WGS84 che sta diventando uno standard mondiale ed è il default per molti GPS ed è probabilmente il più usato (le nuove IGM mi sembra si stiano convertendo al WGS84, ma sono ancora poche). Il fatto è che capita di trovare cartine con il reticolato IGM (datum European1950) e le coordinate di punti di interesse in WGS84, insomma una confusione totale (oltre al fatto che il reticolato IGM è in coordinate UTM, mentre spesso le coordinate dei punti vengono dati in gradi e primi.. chissà perché poi, visto che le coordinate UTM sono così comode!).

Un punto con certe coordinate nel datum European1950 dista dal punto con le stesse coordinate ma nel datum WGS84 circa 100-200 metri (in Italia). Insomma quando chiedi dove si trova "precisamente" il punto N 45°4,061' E7°40,935' dovresti anche dire il datum! [...]

**Qfwfq** ci segnala anche il sito [www.atlanteitaliano.it](http://www.atlanteitaliano.it), dove "si trovano le foto aeree a colori di tutta Italia. Ci si possono passare giornate a ritrovare i posti che conosciamo nella nostra penisola, attenzione!!"

Il nostro aprile è stata tutta una corsa contro il tempo, c'è stato anche un CdR straordinario in luogo inconsueto e con tempistiche super-ridotte, ma si può dire che i

---

<sup>17</sup> Non che si tratti della prima imprecisione nei compleanni di RM, sono scritti veramente di corsa, e c'è sempre poco tempo per le revisioni, soprattutto da parte di Alice e Rudy, che si lasciano sfuggire qualsiasi cosa, sedotti dalla prosa del Doc. Questa volta abbiamo anche lasciato passare un "congruenti" invece di "simili" – giustamente pinzato da **Ivan** – ma nessuno ha trovato qualche data sbagliata, per il momento...

loschi figure che scrivono RM si sono incontrati, ed hanno preso stranamente un sacco di decisioni, sarà per la quantità ridotta di birra, o di tempo per berne... comunque si è deciso di inserire in rivista e sul sito qualche novità, e se siete attenti ve ne accorgete da soli, di cosa si tratta

L'appello del mese scorso sulla scarsità di lettori di RM al sud ha avuto un certo riscontro: contiamo molti più abbonati, che in realtà già ci leggevano ma non avevano pensato di dircelo. Se ci sono altri in queste condizioni che leggono ora questa riga, vi ricordo che il costo all'abbonamento di RM è sempre lo stesso che a scaricarsi le copie da soli, ma il vantaggio è la Newsletter scritta dal Doc, che contiene sempre qualcosa di imprevisto. In più vi potete vantare di abitare nella provincia d'Italia con più Rmers per milione, al momento trattasi di Trieste, che ha da poco scavalcato Torino. Stiamo però aggiornando le statistiche, perché ci eravamo dimenticati alcune province (la nostra cultura generale sul numero delle province italiane era un po' datata), e soprattutto la Sardegna ci ha rimesso!

Molti i ritorni sul "numero autoreferente", **Marco** da Siena ci ha riferito che il problema (o una versione molto simile) era stato proposto a ottobre 2004 sul Forum delle Olimpiadi di Matematica ([www.olimpiadi.ing.unipi.it](http://www.olimpiadi.ing.unipi.it)). Di **Marco** vi diremo di più, visto che sarà tra i conferenzieri dell'edizione di maggio, a tempo debito.

Prima di chiudere e dirvi l'altra cosa importante, un saluto ed un complimento a **Gabriel**, che si è stampato *tutti* i numeri di RM [*incredibile vero? Sono più di mille pagine... (RdA)*], e ci sta periodicamente mandando soluzioni e commenti ai numeri precedenti, e complimenti a **BRI**, che ci ha mandato un interessante contributo sugli aeroplanini. Auguri, non si sa mai cosa potremmo pubblicare, anche se questo pezzo è ormai un classico da Bookshelf.

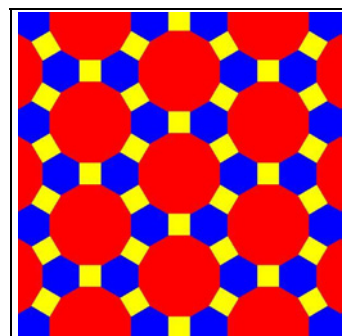
Siamo al fondo di questo capitolo inconcludente, e non intendiamo dare seguito alla serie di cattiverie e barzellette sugli ingegneri che continuano ad arrivare in Redazione, ma segnalarvi nel seguito l'aggiunta finale al più grande (anche dimensionalmente) PM del GC, che se si ricorda di inviarcela, riporteremo prima delle vostre soluzioni. E andiamo.

## 4.1 [074]

### 4.1.1 (Non troppo) Evidenti Ragioni di Simmetria

Come già detto, faccio pubblica ammenda; tutto felice di aver trovato un errore sul mitico Gheri (che, tra l'altro, abbiamo scoperto essere più diffuso di quanto credessimo), non ho pensato che potevano anche essercene *altri*; e infatti, alcuni lettori prontamente hanno "pinzato" il sottoscritto. Il primo è stato **Qfwfq**:

Per esempio la Figura 5 dovrebbe illustrare il caso per il vertice  $a=3, b=3, c=4, d=12$  (che abbrevio in 3.3.4.12). Ma in che senso? nel senso che ha vertici 3.3.4.12? beh ma ha anche vertici 3.3.3.3.3 (dove si incontrano 6 triangoli). Nelle altre figure sembrano esserci solo un "tipo" di vertici (in un senso opportuno), mentre in figura 5 ce ne sono 2.. boh! (una tassellatura con solo vertici 3.3.4.12 del resto non esiste). Mistero ancora maggiore quando si tratta il caso  $a=4$ , dove si dice "...l'unico valore sensato in questo caso è quello per  $b=8, c=8, \dots$ " cosa ha di "insensato" il caso 4.6.12?



*Le piastrelle di Qfwfq*

Assolutamente nulla, è che il Gheri non se n'era accorto (e neanche io, tra l'altro). Il Nostro ci allega anche un'immagine della suddetta tassellatura; la trovate qui di fianco (speriamo).



A parziale discolpa, possiamo solo dire che somiglia tremendamente al caso centrale di Figura 7 (andate a riprendevi il numero, sfaticati!) e che se questi sono i gusti di Qfwfq nel campo dei colori delle piastrelle non lo andremo mai a trovare a casa.

Ci era arrivata anche un'altra mail in merito, da **Marco il Senese** (d'adozione: Rudy ha delle simpatie tutte sue sulle contrade senesi che sono logicamente discordanti rispetto a quelle di Marco: consci che ai senesi non importa nulla di cosa pensano gli altri del Palio, non ve le diciamo) che, se si scegliesse un allonimo, saremmo tutti più contenti. Comunque, ha ragione anche lui:

Ero incuriosito dal fatto che vi mancasse una piastrellatura semiregolare<sup>18</sup> (archimedeo, come diavolo la chiamate?), quella con nei vertici sempre un dodecagono, un esagono e un quadrato (come la figura 5, ma con i 6 triangoli fusi in un esagono). Questo, se ho interpretato bene i discorsi del GC (è lui, vero?), è dato dal fatto che nella tab. 2, c'è un altro valore sensato (namely,  $b=6$ ,  $c=12$ ), oltre a 8-8, come spiegato nel testo, che fa "lisciare" il caso.

Ah, ora che vedo, ne manca un'altra: 2 quadrati e 3 triangoli per ogni vertice, i quadrati e i triangoli disposti in strisce parallele. È la meno bella di tutte e quindi vi giustifico, tuttavia esiste, povera lei.

Ho controllato e le altre semiregolari ci sono tutte: le tre regolari, le tre regolari troncate (fig. 3, 4 e 6b), la fig.2, la 7c e la 8a.

Non voglio cercare scuse, ma mi pare il caso di far notare che queste tassellature sono, diciamo così "(s)composizioni" di altre; sono il primo ad ammettere che, come metodo, fa acqua da tutte le parti e il metodo "algebrico" è decisamente migliore. Comunque, se mai andrà in porto una certa idea di Alice, potete stare tranquilli che questi contributi verranno giustamente sottolineati; ci riserviamo solo il diritto di cambiare colore alle piastrelle di Qfwfq: se il Camaleonte di Redazione cerca di nascondersi lì sopra, esplode.

## 4.2 [075]

### 4.2.1 Mens sana in corpore sano

Tantissime le soluzioni e risposte arrivate per questo problema: **Michele**, **Hannibaal**, **pmp** (che senta la primavera? Ci manda parecchi programmini che trovano la soluzione, ma non la trova), **FraPao**, **Filippo**, **Domenico**, **ParassitaNwelNwell** (no, non una new entry: trattasi di **Viggio** e **Katia**, che finalmente si sono decisi a mandarci una soluzione come ai buoni vecchi tempi, prima di sposarsi...), **Cid**, **Qfwfq**, **DJzero00**, **Nord**.

Siccome il problema era abbastanza facile, facciamo i complimenti a tutti, a cominciare da **Michele**, che si è dato da fare a scrivere ben quattro pagine word di trattazione e calcoli con MAPLE; **Hannibaal**, che ha trovato la soluzione più veloce (e si è fatto aiutare da Excel...), ma ne ha persa una, **FraPao**, sintetico e preciso:

Problema ambiguo, perché ammette 2 soluzioni. [Ambiguo è una parola grossa. A noi della Redazione piacciono le soluzioni multiple... (AR)]

Siano

- $i$ =numero dell'armadetto in prima fila ( $0 < i < n+1$ )
- $j$ =numero dell'armadetto in seconda fila ( $n < j < 2n+1$ )
- $k$ =numero dell'armadetto in terza fila ( $2n < k < 3n+1$ )

Primo caso

<sup>18</sup> Forse è il caso che dica che cos'è per me una t.semiregolare: serve che in tutti i vertici si incontrino gli stessi poligoni, nello stesso ordine. [ad es. la 6a non lo è, dato che ci sono vertici esa-esa-tria-tria e vertici esa-tria-esa-tria].



Dopo lo scambio

- $i$  va a finire in terza fila, al posto di  $k$  ( $i$  divisibile per 3)
- $k$  va a finire in seconda fila, al posto di  $j$  ( $k+1$  divisibile per 3)
- $j$  va a finire in prima fila, al posto di  $i$  ( $j+2$  divisibile per 3)

Perché ciò accada, occorre che

- $k=2n + i/3$
- $j=n + (k + 1)/3$
- $i=(j + 2)/3$

Svolgendo otteniamo

$$k=(57n + 7)/26$$

che ammette una unica soluzione intera con il vincolo  $399 < n < 451$

- $n=425$
- $k=932$
- $i=246$
- $j=736$

Secondo caso

Dopo lo scambio

- $i$  va a finire in seconda fila, al posto di  $j$
- $j$  va a finire in terza fila, al posto di  $k$
- $k$  va a finire in prima fila, al posto di  $i$

Perché ciò accada, occorre che

- $k=2n + j/3$
- $j=n + (i + 1)/3$
- $i=(k + 2)/3$

Svolgendo otteniamo

$$k=(63n + 5)/26$$

che ammette una unica soluzione intera con il vincolo  $399 < n < 451$

- $n=425$
- $k=1030$
- $i=344$
- $j=540$ .

Saluti anche a **Filippo**, tornato a scriverci dopo tanto tempo, così come **Cid. ParassitaNwellNwell**, che si autodefiniscono “coppia complessa coniugata”, di cui, a sentir lui, **Viggio** sarebbe la parte immaginaria, a loro (o alla parte “reale”, **Katia**) complimenti per la bella soluzione matriciale. Stesso approccio (matrici), per **Nord**, che dopo tanti calcoli pensa ad una generalizzazione:

Ma se le file fossero  $m$  invece di 3? Quand'è possibile che  $m$  individui formino una classe chiusa?

---

Se il numero delle file di armadietti è incognito questo tipo di ragionamento non si può applicare (andateci voi a giocare con matrici di dimensione boh); bisogna trovare un'altra strada...

L'ultima frase è dedicata a **DJzero00**, la cui soluzione (intitolata "mens sana una cippa") ci ha talmente divertito che ne riportiamo alcune conclusioni:

Ci ho ragionato sopra un po', da vecchio judoka (con l'accento sul vecchio piuttosto che sul judoka), nemico di queste arti marziali da fighetto, e sono addivenuto ad una serie di conclusioni palesemente errate, che però vado lo stesso ad illustrare. [...]

Cosa deduco arrivato a questo punto?

1. ho due soluzioni, e non di più. Ora, normalmente un problema matematico ben posto ha una ed una sola soluzione. Da qui il tragico sospetto che mi sia sfuggito qualcosa di importante (o anche di trascurabile) che mi inficia tutto il ragionamento. Non mi arrabbierei tanto per l'errore, quanto per il tempo perso dietro a questa scemata.
2. casualmente, il numero totale di armadietti è lo stesso in entrambi i casi, in quanto  $N$  è sempre 425 (che, guarda caso, casca esattamente a metà dell'intervallo ammesso); complimenti alla sensei, comunque, per riuscire a gestire 1275 allievi ed altrettanti armadietti.

Lui ci fornisce anche un programma in C che fa tornare i conti, ed effettivamente i numeri sono poi quelli.

#### 4.2.2 Le biglie di Fred

Il GC ci è rimasto malissimo che in pochi si siano interessati al problema di probabilità, ma a dire il vero era piuttosto poco intuitivo. Perfino la soluzione che aveva il Capo pare essere palesemente errata, ma nemmeno lui sa perché. I solutori, più o meno convinti, sono stati **pmp** (pronto a generare il programmino che definisce la soluzione), **Cid**, e **Qfwfq**. Pmp ha fatto dannare il Postino con diversi approcci e questa volta non lo pubblichiamo. **Cid** più che altro ci manda delle considerazioni e motiva il suo risultato in questo modo:

Per quanto riguarda il problema delle biglie, non sono riuscito a trovare la soluzione esatta ma posso dire che con ottima approssimazione l'ultima biglia avrà probabilità quasi uguale di essere bianca o nera. Ciò perché la differenza iniziale tra il numero di biglie bianche e biglie nere viene rapidamente colmata dal fatto che se le biglie nere sono in maggioranza la probabilità di estrarre per almeno 2 volte consecutive una biglia nera sarà molto maggiore della probabilità di estrarre per almeno 2 volte consecutive una biglia bianca. (Se il rapporto tra biglie nere e biglie bianche è  $n/b$ , il rapporto di probabilità sarà circa  $n^2/b^2$ ).

(Non che non abbia provato a rispondere in modo esatto; ma dopo vari tentativi andati a vuoto mi sono detto: "*Nondum matura est, nolo acerbam sumere*").

Siamo al buio. Vediamo **Qfwfq**:

Consideriamo vi siano  $B$  palline bianche e  $N$  palline nere nel sacchetto, sono interessato alla probabilità che l'ultima pallina che rimane nel sacchetto sia bianca. A parte il primo lancio, devo distinguere il caso che l'ultima pallina estratta sia bianca o nera. Indico con  $P_b(B,N)$  la probabilità che rimanga alla fine una pallina bianca, avendo  $B$  palline bianche ed  $N$  nere nel sacchetto, e con l'ultima pallina estratta bianca.

Analogamente  $P_n(B,N)$  è la probabilità che rimanga alla fine una pallina bianca, ma con l'ultima pallina estratta nera.

Adesso considero l'estrazione di una pallina e (ricordando che se è dello stesso colore della precedente la devo scartare, altrimenti la rimetto nel sacchetto) ottengo le seguenti regole di ricorrenza:

$$\begin{aligned} Pb(B, N) &= \frac{B}{N+B} Pb(B-1, N) + \frac{N}{N+B} Pn(B, N) \\ Pn(B, N) &= \frac{B}{N+B} Pb(B, N) + \frac{N}{N+B} Pn(B, N-1) \end{aligned} \quad [004.001]$$

che si possono riesprimere come

$$\begin{aligned} Pb(B, N) &= \frac{B(N+B) Pb(B-1, N) + N^2 Pn(B, N-1)}{B^2 + BN + N^2} \\ Pn(B, N) &= \frac{B^2 Pb(B-1, N) + N(B+N) Pn(B, N-1)}{B^2 + BN + N^2} \end{aligned} \quad [004.002]$$

Abbiamo poi le ovvie condizioni iniziali  $Pb(B,0)=Pn(B,0)=1$  e  $Pb(0,N)=Pn(0,N)=0$ .

Si osservi poi che la probabilità che alla fine rimanga una pallina nera, si ottiene ovviamente considerando quella che alla fine rimanga una pallina bianca, e “scambiando” le palline bianche con le nere. Poiché alla fine rimane o una bianca o una nera, si ha la seguente relazione

$$Pb(B, N) + Pn(N, B) = 1 \quad [004.003]$$

Tale relazione è soddisfatta dai dati iniziali, ed è mantenuta dalla relazione di ricorrenza in [002].

Una volta “risolte” le relazioni di ricorrenza per  $Pb$  e  $Pn$ , la probabilità del gioco in questione è data da (distinguendo il risultato del primo lancio)

$$\Pi(B, N) = \frac{B}{N+B} Pb(B-1, N) + \frac{N}{N+B} Pn(B, N-1) \quad [004.004]$$

Osservo subito che usando la [003] e la [004] si ottiene che

$$\Pi(X, X) = \frac{1}{2}$$

come ci aspettavamo per ovvie ragioni di simmetria.

Dico subito che non sono riuscito a risolvere in generale analiticamente la ricorrenza [002], tuttavia si può per esempio risolvere il caso  $B=1$ . In questo caso la [002] si semplifica molto e diventa

$$Pn(1, N) = \frac{N(N+1)}{N^2 + N + 1} Pn(1, N-1) \quad [004.005]$$

Scrivendo ora

$$\begin{aligned} N^2 + N + 1 &= (N + a_1)(N + a_2) \\ a_{1,2} &= \frac{1}{2} \pm i \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad [004.006]$$

la relazione [005] si risolve facilmente mediante la funzione Gamma. Implementando anche la condizione iniziale, si ottiene

$$P_n(1, N) = \frac{\Gamma(N+1)\Gamma(N+2)}{\Gamma(N+a_1+1)\Gamma(N+a_2+1)} \Gamma(a_1+1)\Gamma(a_2+1) \quad [004.007]$$

Ricordo che la funzione Gamma verifica le seguenti proprietà

$$\begin{aligned} X \Gamma(X) &= \Gamma(X+1) \\ \Gamma(2) &= 1 \\ \Gamma(k) &= (k-1)! \quad (k \in \mathbb{N}) \end{aligned} \quad [004.008]$$

Immediatamente si ricava dalla [004] che

$$\Pi(1, N) = \frac{N}{N+1} \frac{\Gamma(N)\Gamma(N+1)}{\Gamma(N+a_1)\Gamma(N+a_2)} \Gamma(a_1+1)\Gamma(a_2+1) \quad [004.009]$$

È possibile provare a vedere quale è il limite per N grande. Infatti usando la formula di Stirling è facile vedere che

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\Gamma(N)\Gamma(N+1)}{\Gamma(N+a_1)\Gamma(N+a_2)} = 1 \quad [004.010]$$

e quindi

$$\Pi(1, N) \xrightarrow{N \rightarrow \infty} \Gamma(a_1+1)\Gamma(a_2+1) = \Gamma\left(\frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\Gamma\left(\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{\pi}{\cosh\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\pi\right)} \approx 0.412$$

in altre parole, anche iniziando con solo una pallina bianca ed una infinità di palline nere, abbiamo oltre il 40% di probabilità che alla fine rimanga l'unica pallina bianca!

A questo punto potremmo inserire le formule trovate nella [002] e provare a risolvere il caso B=2, ma il lavoro si fa pesantuccio, ed è invece così semplice risolverle numericamente! Nel caso proposto (B=37 ed N=111) ho trovato  $\Pi(37,111) = 0.498$  cioè inferiore a 0.5 ma di molto poco.

Pienamente d'accordo con i solutori, ma adesso probabilmente qualcuno si chiederà perché la valutazione di Rudy di questo problema era così bassa: semplicissimo, era convinto che la soluzione che segue fosse giusta; quindi, tanto per cominciare un "grazie" ai solutori (Rudy adora essere smentito), e poi un altro "grazie" a quelli che *troveranno l'errore nel seguito*:

...Una volta tanto, non era necessario cercare il caso generale; bastava accorgersi che *le biglie nere sono il triplo di quelle bianche*; quindi, possiamo risolvere il problema considerando semplicemente un sacchetto contenente **3** biglie nere e **1** biglia bianca. In tutto si presentano **otto** casi<sup>19</sup>, per ciascuno dei quali possiamo calcolare la probabilità:

Sequenza	Probabilità	Risultato	
BN, NNN	$P = \frac{1}{4} = \frac{6}{24}$	Nero	$P_{Nero} = \frac{6}{24} + \frac{2}{24} + \frac{1}{24} + \frac{3}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

<sup>19</sup> Si noti che da quando scartiamo la biglia bianca abbiamo solo certezze, non più probabilità.

NB, BN, NN	$P = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12} = \frac{2}{24}$	Nero	$P_{Bianco} = \frac{1}{24} + \frac{2}{24} + \frac{3}{24} + \frac{6}{24} = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$
NB, NB, BN, N	$p = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$	Nero	
NNB, BN, N	$p = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{24}$	Nero	
NB, NB, NB, B	$p = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{24}$	Bianco	
NB, NNB, B	$p = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{24}$	Bianco	
NNB, NB, B	$p = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{24}$	Bianco	
NNB, B	$p = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{24}$	Bianco	

Ossia, siamo pari...

Decisamente questo problema porterà altri sviluppi, che aspettiamo per il mese prossimo. Godetevi il resto di RM.

## 5. Nè Quick, nè Dirty

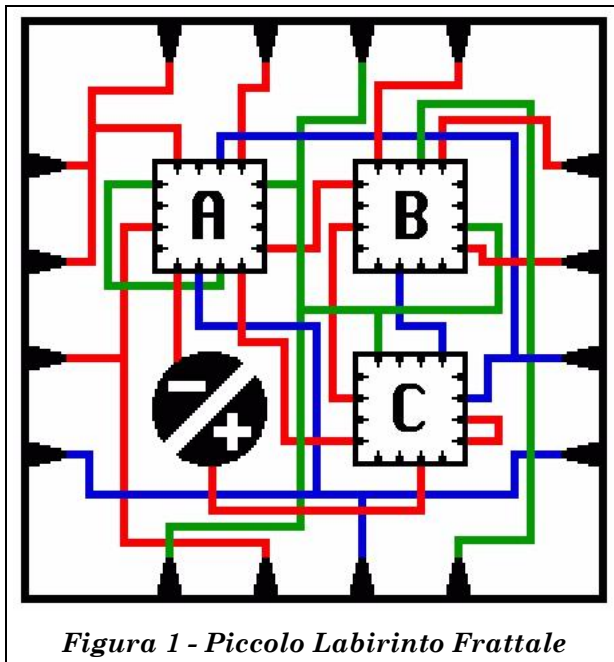
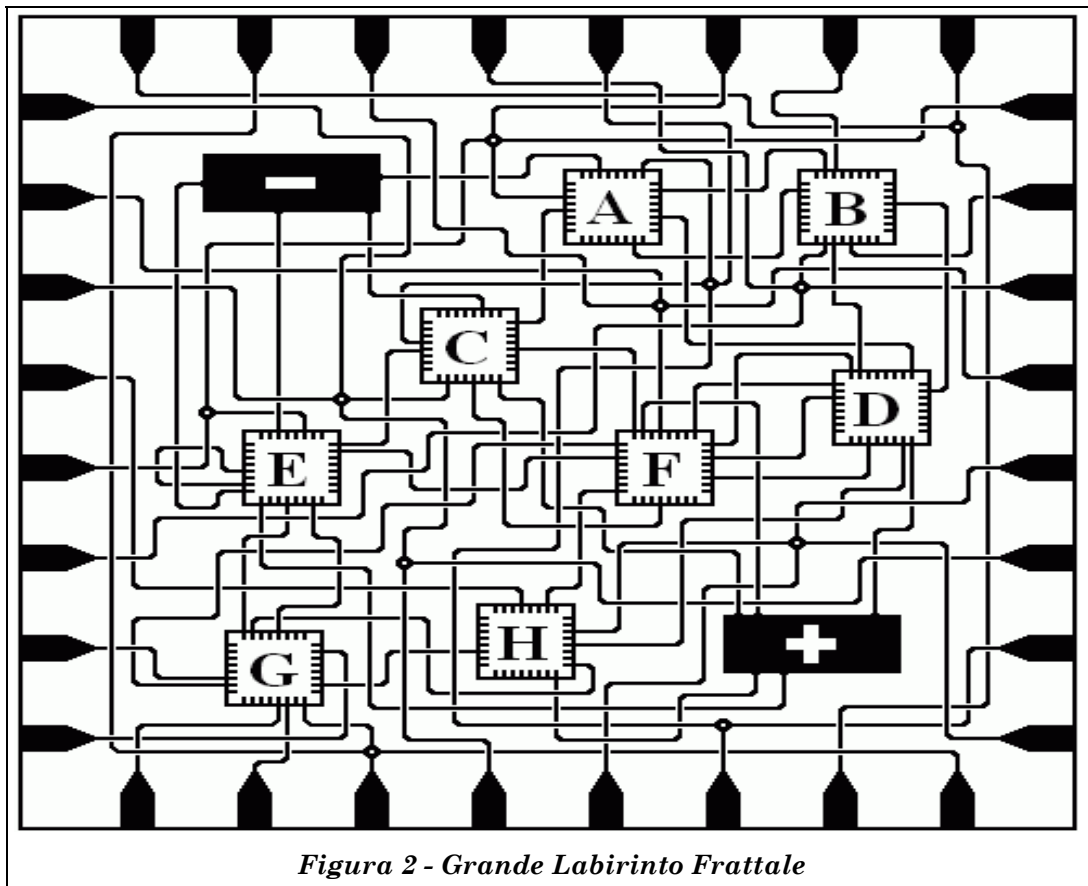


Figura 1 - Piccolo Labirinto Frattale

Per motivi squisitamente tecnici, dobbiamo saltare un numero di Q&D. Siccome, però, non vorremmo vi sentiste abbandonati (e visto che su questo numero i labirinti strani si sprecano), vi passiamo un giochino che ha trovato Alberto.

Allora, è un labirinto. Si parte dal segno “meno”, e scopo del gioco è arrivare al segno “più”; però, se entrate in una delle “scatole” marcate *A*, *B*, *C* vi trovate in una **copia del labirinto originale**, tranne per il fatto che “+” e “-” sono direttamente collegati tra loro. Scopo del gioco, arrivare al “-” del **livello originale**.



*Figura 2 - Grande Labirinto Frattale*

L'aggeggio si chiama (evidentemente) *Labirinto Frattale*, ed è ingannevolmente semplice; giusto per farvi un esempio, quello che avete qui sopra è considerato difficile, mentre il "mostro grande" è facile (dicono).

Fateci sapere cosa ne pensate; tranquilli, abbiamo solo questi e Q&D torna il mese prossimo.

## 6. Zugzwang!

Allora, prima vi racconto di cosa *non* parliamo.

Volevamo scrivere un PM sull'algoritmo utilizzato nella TAC (Tomografia Assiale Computerizzata), ma veniva fuori una cosa noiosissima; la cosa va sotto il nome di "Trasformata Radon", ma sembra proprio non ci sia nulla di interessante.

Mentre eravamo alla ricerca di altri argomenti, ci è arrivata una mail di *Radicchia* che, per un qualche oscuro canale, deve essere venuta a conoscenza del fatto che al momento Rudy sta remando di brutto con il giapponese; il contenuto era un "giochino": una tabella con dei numeri a fianco e sopra. Ve la riproduciamo qui sotto, in modo immagine per non fare sbagli.

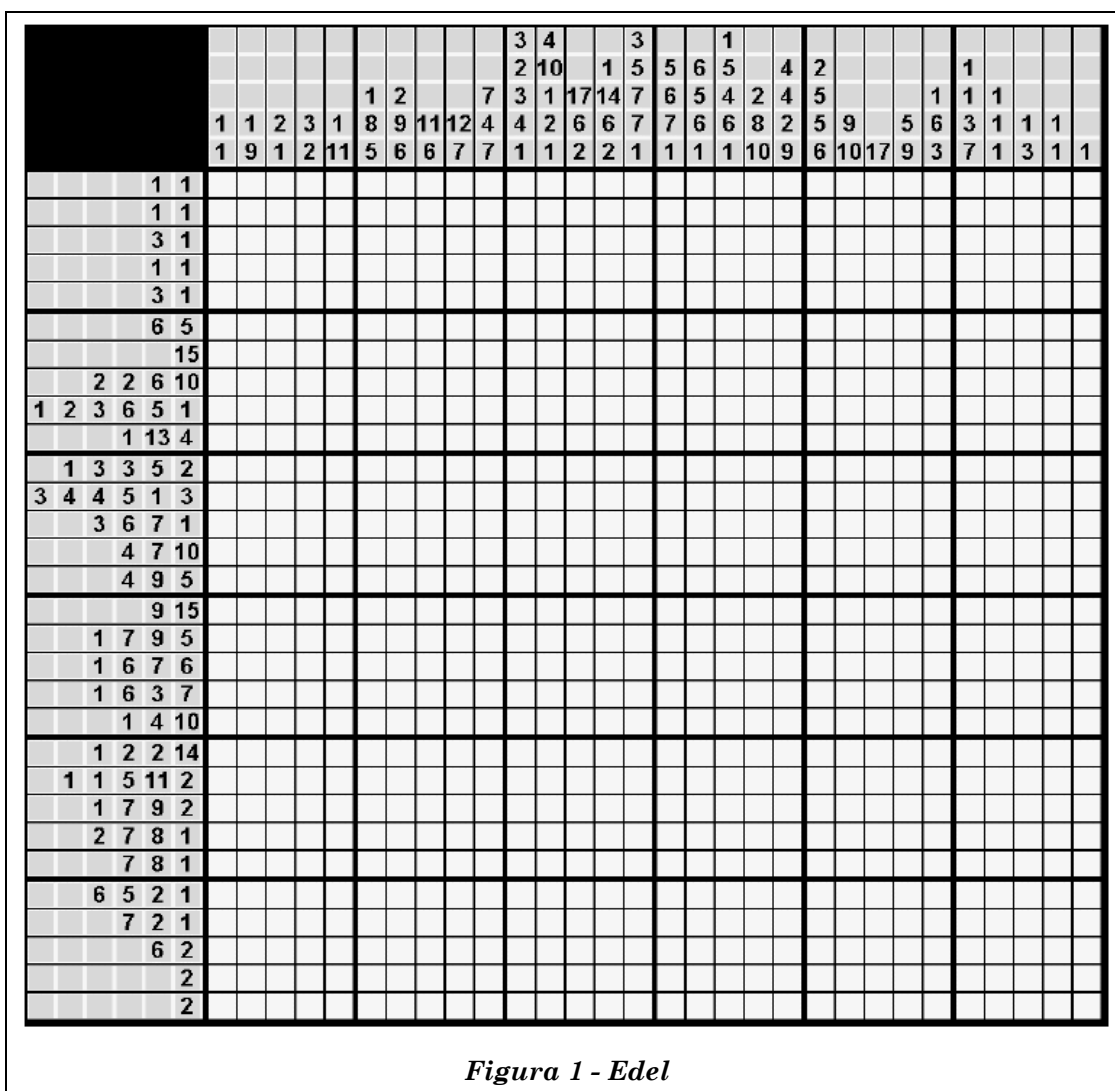


Figura 1 - Edel

Le regole sono che nelle righe sopra avete i “blocchi” di caselle nere per ogni colonna, e nelle colonne a sinistra avete i “blocchi” di caselle nere per ogni riga; per intenderci, l’ottava riga avrà, nell’ordine, un blocco da 2 caselle nere, un altro blocco da 2 caselle nere, un blocco da 6 caselle nere, un blocco da 10 caselle nere. I blocchi sono separati da almeno una casella bianca, e si tratta di ricostruire il tutto.

Ringraziamo per il regalo, ma non ci sogniamo neanche di risolverlo... Però la cosa ha fatto partire qualche pensiero del tipo “Io una cosa che gli somiglia l’ho già vista...” E, a furia di scavare, l’ho trovata sul Dell<sup>20</sup> (l’unico numero che ho, del ‘92).

<sup>20</sup> Non so se ci siano relazioni, ma il puzzle di Radicchia lo chiamano “Edel”, in Giappone. “Edel...Dell...” Boh?

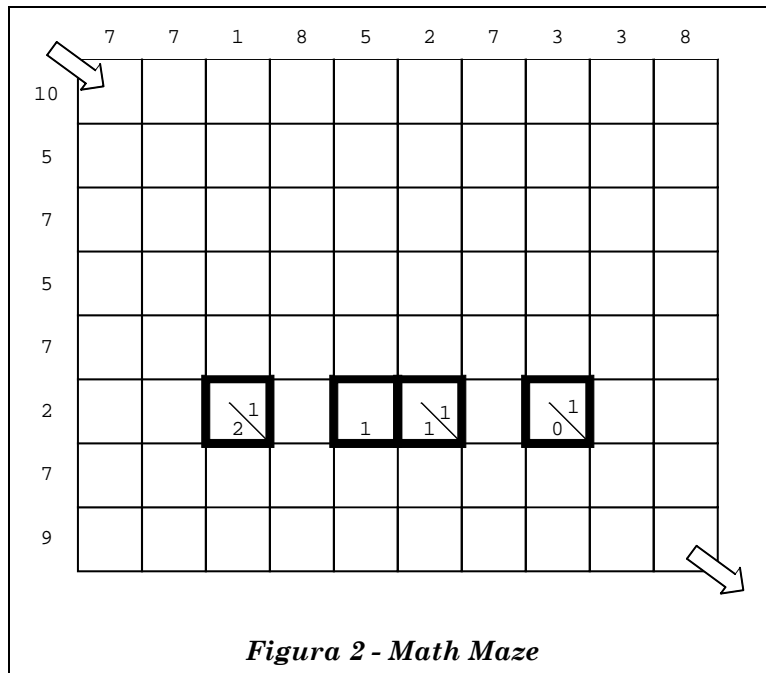


Figura 2 - Math Maze

Qui però la cosa è leggermente diversa; dovete *costruire un labirinto*, del quale vi sono dati il punto di ingresso e di uscita; i numeri vi dicono quanti quadrati del percorso sono attraversati, ma attenzione che i “muretti” al centro non danno visibilità oltre; in pratica, nella terza colonna avete un passaggio tra la parte alta e la casella nella sesta riga, e due passaggi tra la casella nella sesta riga e il bordo inferiore. È implicito che la “linea” di soluzione del labirinto va da quadrato a quadrato, orizzontale o

verticale, e non si esce dallo stesso lato da cui si è entrati; inoltre, il percorso è “unico”, nel senso che non avete bivi, passaggi doppi in una casella o cose di questo genere

“Facci capire, hai solo della roba che dobbiamo stampare, stavolta?” No, tranquilli. Il tarlo del pensiero è finito da un'altra parte. Questi erano solo il punto di partenza, se volete risolverli, ma il gioco è un altro. Adesso arriva.

### 6.1 Black Box

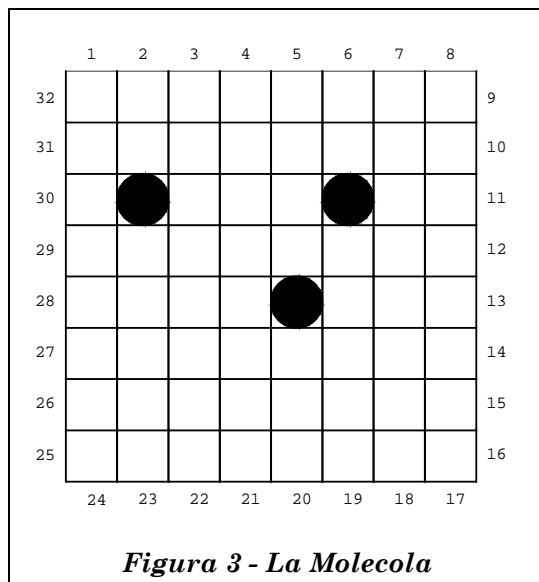


Figura 3 - La Molecola

Mentre sto scrivendo queste note, non è ancora il momento di giocare sulla spiaggia e non è più il momento di tirare fuori monumentali scacchiere aspettando che smetta di nevicare; voglio però sperare che in queste giornate primaverili almeno qualche foglio a quadretti e la matita ve li portiate appresso.

È probabile che qualcuno di voi questo gioco lo conosca, visto che quando Rudy e Doc erano giovani era stato pubblicato su “A che gioco si gioca?” di G. Dossena; a noi piaceva molto, e vorremmo rendervi partecipi.

Il materiale, come abbiamo detto, è rappresentato da una *scacchiera* (nota come **Black Box**) disegnata su carta; si consiglia l'8x8, ma fate voi. Vi servono anche due giocatori, uno noto come la

*Natura* e l'altro come il *Ricercatore*<sup>21</sup>.

<sup>21</sup> Il che ci permette, una volta tanto, di spiegare il gioco in un modo *politically correct*; nel seguito supporremo la Natura una leggiadra fanciulla e il Ricercatore un irsuto maschietto. Quindi, “Lei” e “Lui”.



Per iniziare la Natura disegna una **molecola**, ossia mette un certo numero di “atomi” dentro la Black Box senza farne vedere la posizione al Ricercatore (Quanti? Ci si mette d’accordo prima: 3 è facile, 4 insomma, 5 è difficile). Un disegno probabilmente aiuta, lo trovate in **Figura 3**.

Successivamente, il Ricercatore invia una **sonda** all’interno della Black Box da una delle caselle del bordo, comunicandone il numero alla Natura; questa, dopo aver fatto gli opportuni calcoli, comunica il risultato al Ricercatore.

Quando il Ricercatore è convinto di aver individuato la posizione degli atomi della molecola, lo comunica alla Natura; se questa è corretta, il gioco termina e si scambiano i ruoli.

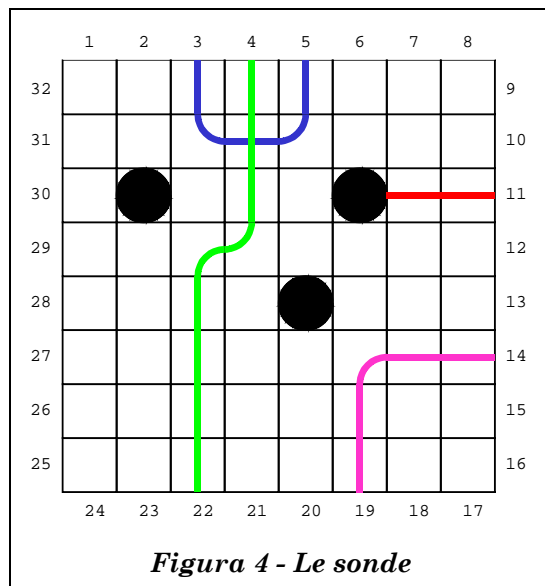


Figura 4 - Le sonde

Ric	Nat.	Commenti
.	.	.
3	5	Due riflessioni!
22	4	Anche qui, ma “diverse”...
11	Assorbita	
19	14	Una sola riflessione

Cosa può succedere alla sonda? Beh, può uscire da un altro punto o, se “centra” un atomo, può essere **assorbita** (e, in questo caso, la Natura dice “assorbita”); però, per l’uscita, può essere deviata dalla traiettoria. Riprendiamo la molecola sopra, e vediamo come va avanti il gioco tenendo d’occhio la Black Box della Natura in **Figura 4**: i “Commenti” non

vengono detti dalla Natura, sono lì solo per chiarire i concetti. Spero sia evidente che i percorsi sono bidirezionali, quindi il Ricercatore non si sogna neanche, al terzo tiro, di dire “4” o “5”.

...E, a questo punto, il Ricercatore può cominciare a fare ipotesi decisamente consistenti sulla molecola; l’abbiamo fatta breve, non sperate sia sempre così facile.

Se ben vi conosco, state già pensando a una serie di casi particolari, giusto per rompere le scatole a quel povero Ricercatore; cerchiamo di analizzarli, mettendoli tutti nella **Figura 5**.

Tanto per cominciare, **due atomi distanziati di una casella “riflettono”**; ad esempio, con un atomo in (30,2) e uno in (30,4), la giocata 3 riceve la risposta 3.

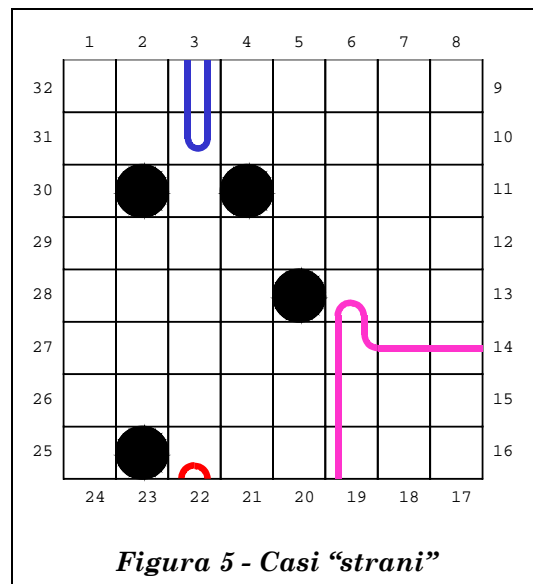


Figura 5 - Casi “strani”

Inoltre, quelli di voi che ricordano il gioco dal Dossena, probabilmente erano rimasti perplessi da riflessioni piuttosto bislacche, come quella indicata dalla giocata 19 che, correttamente, esce in 14; questo serve per imporre la regola che **un atomo sul bordo riflette**; quindi, la giocata 22, interagendo con l’atomo in (25,23), fa uscire la sonda in 22.

Fateci sapere.

## 7. Pagina 46

Indichiamo con  $n_k$  il numero delle frazioni non cancellate nell'intervallo aperto a destra  $\left[\frac{1}{10^k}, \frac{1}{10^{+1k}}\right]$ . Se la frazione  $\frac{1}{q}$  appartenente all'intervallo è tra quelle non cancellate, allora tra i numeri

$$\frac{1}{10q}, \frac{1}{10q+1}, \frac{1}{10q+2}, \dots, \frac{1}{10q+9}$$

(che appartengono tutte all'intervallo), solo l'ultima verrà cancellata quando saranno eliminate quelle contenenti la cifra **9**. Se, al contrario,  $\frac{1}{q}$  verrà cancellata, allora tutte le frazioni considerate sopra verranno cancellate.

Segue quindi che:

$$n_k = 9n_{k-1}.$$

Considerando ora che nel primo gruppo  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}$  solo l'ultima frazione viene cancellata e quindi è  $n_0 = 8$ , abbiamo:

$$\begin{aligned} n_1 &= 8 \cdot 9 = 72; \\ n_2 &= 8 \cdot 9^2; \\ &\dots \\ n_k &= 8 \cdot 9^k. \end{aligned}$$

Ora consideriamo, per  $n < 10^{m+1}$ , la somma

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n};$$

a questa sommiamo

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{10^{m+1} - 1}.$$

Dopo aver eliminato tutte le frazioni che contengono la cifra **9** al denominatore, otteniamo:

$$\begin{aligned}
 & \left( 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{8} \right) \\
 & + \left( \frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} + \dots + \frac{1}{18} + \frac{1}{20} + \dots + \frac{1}{88} \right) \\
 & + \left( \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \dots + \frac{1}{888} \right) + \dots + \left( \frac{1}{10^m} + \dots + \frac{1}{\underbrace{88\dots 8}_{(m+1)\text{ volte}}} \right) \\
 & < 1 \cdot n_0 + \frac{1}{10} n_1 + \frac{1}{100} n_2 + \dots + \frac{1}{10^{m-1}} n_{m-1} + \frac{1}{10^m} n_m.
 \end{aligned}$$

Sostituendo ai termini in parentesi il più grande tra di loro moltiplicato per il numero dei termini in parentesi, otteniamo:

$$\begin{aligned}
 & 1 \cdot n_0 + \frac{1}{10} n_1 + \frac{1}{100} n_2 + \dots + \frac{1}{10^{m-1}} n_{m-1} + \frac{1}{10^m} n_m \\
 & = 8 \left( 1 + \frac{9}{10} + \frac{9^2}{10^2} + \dots + \frac{9^{m-1}}{10^{m-1}} + \frac{9^m}{10^m} \right) \\
 & = 8 \cdot \frac{1 - \frac{9^{m+1}}{10^{m+1}}}{1 - \frac{9}{10}} < 8 \cdot \frac{1}{1 - \frac{9}{10}} = 8 \cdot 10 = 80
 \end{aligned}$$

che è la tesi.



## 8. Paraphernalia Mathematica

### 8.1 “Ciò di cui questa Nazione ha bisogno...”

“...è un buon sigaro a cinquanta cents”

Al’ the ‘Gator, dalla striscia “Pogo”

Confesso la mia ignoranza.

Ricordo perfettamente che questa frase è stata detta da un presidente americano dopo una sequela di discorsi di senatori infarciti del titolo qui sopra, ma non ricordo quale sia stato; in compenso, ricordo che era stato utilizzato anche nella strip dell’indimenticabile Walt Kelly<sup>22</sup>. Da occasionale fumatore di sigari da due euro al pezzo [...*ma farvi una volta i fatti vostri? In media uno la settimana, visto che un amico mi procura due scatole da venticinque l’anno, a metà prezzo; in Spagna i cubani costano la metà che qui (RdA)*] non posso che sottoscrivere.

No, in realtà parliamo d’altro. Ciò di cui la Patria ha bisogno è di un nuovo conio.

Panettiere-verdurriere-droghiere-edicola, vi ritrovate continuamente a pagare con monete le cose che acquistate; l’introduzione dell’Euro ha, fortunatamente, ridotto a vecchia barzelletta la mancanza di monetine anzi ha, per certi versi, fatto nascere il problema contrario; dal 2001, causa il peso nella tasca dei pantaloni, il rischio scoliosi sta tornando tangibile. Fa comunque piacere avere, come monete, una certa cifra e le monetone da due Euro (esattamente come i pezzi da una sterlina, di rassicurante spessore) dànno una piacevole sensazione di sicurezza finanziaria<sup>23</sup>.

Comunque, il problema resta sempre pagare; quando vi dicono “Un euro e ottantasette”, come fate, presumendo di dover dare la cifra giusta?

La maggior parte del mondo utilizza quello che è noto come *l’algoritmo del goloso* (*greedy algorithm*: preferiamo “goloso” a “avid”):

```
Prendi il pezzo più grosso minore o uguale all’importo totale
Mettilo tra i soldi da dare
Calcola quanto manca
Se zero, smetti.
Ritorna all’inizio
```

Semplice, facile... ma anche lui ha dei problemi. Cerchiamo di essere un attimo più formali.

Si definisce **Problema di Rappresentazione Ottimale** il seguente:

Dato un insieme  $D$  di conii (interi)  $e_1 < e_2 < \dots < e_D$  e un intero  $N > 0$ , si vuole

esprimere  $N$  come una combinazione lineare intera non negativa  $N = \sum_{i=1}^D a_i e_i$

tale che il numero delle monete  $S = \sum_{i=1}^D a_i$  sia minimo; onde poter rappresentare

---

<sup>22</sup> Se qualcuno riesce a procurarmi un’immagine di quella striscia avrà la mia riconoscenza; ormai, con l’isteria antifumo imperversante in America, è quasi introvabile. [RdA]

<sup>23</sup> Non so se si capisce, ma sono in totale disaccordo con chi sostiene che le monete di alto valore abbiano aiutato l’inflazione; il Canada ha un sistema di conio estremamente simile al nostro (25 cent al posto dei 20, ma non è qui il punto) e se la cava decisamente bene.

---

tutti i valori, si richiede che sia . Se  $(a_1, a_2, \dots, a_D)$  è la  $D$ -upla che minimizza  $S$ , allora diciamo che  $\text{opt}(N; e_1, e_2, \dots, e_D) \doteq S$ .

Un po' complicato, ma vuol dire circa la stessa cosa che abbiamo detto prima. Un filino più complesso è il **Problema del Conio Ottimale**, ossia trovare i conii che *minimizzano* il numero di monete da fornire in pagamento per tutti gli importi minori di un certo importo (solitamente, la prima banconota cartacea meno  $e_1$ ); sempre se volete essere formali, significa trovare i conii che minimizzano:

$$\text{costo}(L; e_1, e_2, \dots, e_L) \doteq \frac{1}{L} \sum_{i=0}^L \text{opt}(i; e_1, e_2, \dots, e_L)$$

Se consideriamo gli Stati Uniti, sappiamo che  $(e_1, e_2, e_3, e_4) = (1, 5, 10, 25)$  (sistema a quattro conii, primo valore cartaceo il biglietto da un dollaro), mentre per quanto riguarda l'Europa la situazione è un filino più complessa:  $(e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8) = (1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200)$ , con il primo pezzo di carta a cinque Euro; situazione simile in Canada, come visto prima.

Non è difficile implementare l'Algoritmo del Goloso per questi due sistemi e verificare che, in media, con il metodo americano riuscite a pagare qualsiasi cifra tra **1** e **99** cent con al più **8** monete, con un valore medio di **4,3** monete; se fate lo stesso calcolo con l'Euro (limitandovi al valore massimo **99** per fare un paragone equivalente) vi accorgete che noi ce la caviamo con al più **7** monete, con valore medio **3,4**, quindi il nostro sistema, nello stesso ambito, è leggermente più efficiente (se fate il conto corretto, andando avanti sino a **499**, la situazione peggiora leggermente, arrivando ad un valore medio di **6**; unica ragione, forse, per avere una "carta" da un Euro, ma continuo a non essere d'accordo).

Come dicevamo, però, l'Algoritmo del Goloso in alcuni casi non è esattamente una meraviglia; ad esempio, supponendo di avere un sistema  $(1, 7, 10)$  e di dover pagare **14** cent, l'algoritmo fornisce il cambio  $14 = 10 + 1 + 1 + 1 + 1$ , mentre è evidente che  $14 = 7 + 7$  richiede meno monete. Qualche tentativo in questo senso potrebbe farvi pensare che l'Algoritmo del Goloso è efficiente se **ogni conio è maggiore o uguale al doppio del conio immediatamente inferiore**; quindi per trovare i cambi ottimali nei sistemi sinora esaminati va benissimo, ma non serve a niente se ci inventiamo dei valori "strani".

A qualcuno, leggendo la frase precedente, probabilmente è saltato alla mente il nome "Fibonacci"; beh, avete "quasi" ragione; in realtà la sequenza di Fibonacci aiuta in un altro senso: è facilissimo, in questo ambito, trovare l'eventuale semplificazione della sequenza: se vi sono richieste due monete di valore vicino, potete prenderne una sola del valore immediatamente superiore; l'Algoritmo del Goloso, quindi, se ne accorge benissimo, visto che prima sottrae la moneta di valore maggiore e poi sottrae quella minore; va detto che avete un discreto "mostro" come insiemi dei valori (ne vengono **9**, se ammettiamo il **55 cent**); in compenso, avete gratis un cambio sub-ottimale se vi manca una data moneta: sostituitemela con le due di valore immediatamente inferiore.

"Quando hai finito di girare intorno, ci dici come fare, grazie?". E qui arrivano le brutte notizie. Infatti i problemi sono tanti, e quasi tutti hanno soluzioni insoddisfacenti.

*Dato un valore N e un sistema monetario, quanto è facile determinare un cambio ottimale?*

Il problema è **NP-completo**, ossia è brutto almeno quanto una serie di famosi problemi combinatori dei quali non si conosce un algoritmo che li risolva in tempo polinomiale.

Dato un valore  $N$  e un sistema monetario, quanto è facile determinare se l'Algoritmo del Goloso è ottimale?

Anche qui, il problema è **NP-completo**, quindi ci sono piuttosto poche possibilità che si riesca a risolverlo rapidamente.

Supponendo ci sia dato un sistema monetario, possiamo sapere se l'Algoritmo del Goloso è ottimale per qualsiasi  $N$ ?

Per strano che possa sembrare, qui la risposta è **sì**; ci è arrivato **Pearson** che ha trovato un algoritmo per risolvere il problema in un tempo proporzionale al cubo del numero dei valori di conio coinvolti.

Ora, fermo restando che ci rendiamo conto della non-polinomialità dei problemi, se qualcuno vuole provare a scrivere e a far girare qualche programma e ci manda i risultati (e *solo* quelli, per favore! I Rudi Inphormatici sono all'altro piano) pubblicheremo ben volentieri.

Va notato che i risultati che si ottengono non sono propriamente entusiasmanti; infatti, cerchiamo di modificare meno valori possibili, scopriamo che:

- Negli **Stati Uniti**, si possono creare due sistemi ottimi: uno richiede l'introduzione di una moneta da **18 Cent**, mentre l'altro abolisce la moneta da **25 Cent** e ne introduce due: una da **18 Cent** e una da **29 Cent**.
- In **Canada** se la cavano con l'introduzione di una moneta da **83 Cent**.
- In **Europa** possiamo scegliere: se aggiungere alle monete attuali il pezzo da **1.33 Euro** o il pezzo da **1.37 Euro**.

Nella speranza a nessuno venga l'idea di realizzare uno di questi obbrobri (o almeno ci mettano sopra la faccia di Gauss), ricordiamoci di una delle prime *strip* di Scott Adams:



Promesso, d'ora in poi sempre Carta di Credito.

Rudy d'Alembert  
Alice Riddle  
Piotr R. Silverbrahms