Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 071 – Dicembre 2004 - Anno Sesto

1. Il Tempo e il Denaro

I've been on a calendar,
but never on time.
(Marilyn Monroe)

Una recente sentenza della Corte di Cassazione ha portato in auge il termine "anatocismo", che ha ad un tempo l'ostico sentore della parola tecnica e l'aulica autorevolezza della radice greca. La traduzione diretta che ne danno i giornali è in genere "interessi sugli interessi", riconducendo così il mistero verbale al mero calcolo contabile, e talvolta ammorbidendo ulteriormente la volgarizzazione con l'ancora più elementare termine "interesse composto". Benché effettivamente di questo si tratti, l'etimologia della parola è più spietata: il "*tokismòs*" greco è l'usura, pratica di per sé disdicevole quando non semplicemente criminale, e il prefisso *"anà"* ("sopra") ribadisce e amplifica il concetto, fino a farlo suonare, in una traduzione letterale e poco raffinata, come "super-strozzinaggio". Dal punto di vista operativo, il tutto si riduce in realtà alla capitalizzazione degli interessi in periodi "brevi", in modo che gli stessi interessi maturati possano a loro volta diventare fruttiferi. Un Euro prestato al tasso del 100% annuo raddoppia il debito dopo dodici mesi; se però gli interessi vengono contabilizzati ogni sei mesi, anche se il tasso nominale non muta, il debito a fine anno sarà salito a 2,25 Euro. Questa pratica, che la nostra massima Corte ha confermato essere illegittima, ha però un suo particolare interesse matematico, perché torna utile per presentare l'eclettico numero trascendente **e**, base dei logaritmi naturali, a chi ancora non ha la ventura di conoscerlo. Capita infatti spesso che, una volta spiegato il meccanismo dell'interesse composto ai ragazzi che ne sentono parlare per la prima volta, questi tendano subito a comprendere e poi addirittura sopravvalutare l'importanza del "tempo" di ricalcolo: nell'esempio elementare sopra esposto, essi passano rapidamente a verificare il debito finale nel caso di ricalcolo trimestrale, poi mensile, notando l'ineluttabile crescita del debito finale. Da qui a pensare che, nel caso di interessi che vengano ricalcolati "istantaneamente", si arrivi ad un debito finale infinito, il passo è breve quanto erroneo. Così, quando infine ci si accorge che il debito arriva solo al massimo di 2,718281828459…. Euro (cioè a "**e**" Euro), l'ingresso in scena del numero trascendente è tanto spettacolare quanto quello d'una soubrette che scende una scalinata in abito da scena[1].

Se i quotidiani conteggi di denaro nascondono misteriosi numeri trascendenti, occorrerà allora riconoscere loro un ruolo non trascurabile nello sviluppo della matematica. Per quanto noi non si riesca ad andare molto in profondità neanche nella definizione del termine, siamo ragionevolmente certi che la sacra scienza sia ormai ben distante dall'attività di conteggio delle monete: ciò non di meno, sarebbe ingiusto trascurare quanto sia stato importante il "far di conto" per lo sviluppo storico della matematica. Fu per ragioni essenzialmente contabili che Luca Pacioli e Fibonacci introdussero e raccomandarono l'uso delle cifre indiane; tra di esse, quello strano oggetto che è lo zero trovò diritto di esistenza per mere ragioni di calcolo, anche se in seguito divenne indubbiamente la più "metafisica" delle dieci cifre. E poi ancora indietro, fino agli Egizi, che gettarono le basi della geometria sostanzialmente per dirimere questioni terriere, e quindi di beni, e quindi – ante litteram – di soldi; per non parlare d'Archimede e della sua capacità di smascherare la celebre truffa della corona ai danni di Gerone di Siracusa. A ben vedere, non v'è neanche bisogno di risalire così indietro nel tempo: nonostante esistano ambitissimi premi riservati ai matematici, come la Medaglia Fields, il Premio Wolf e il più ricco e recente Premio Abel, un bel numero di Nobel sono comunque andati a matematici professionisti, anche se per farlo si sono dovuti travestire da "premi per l'Economia", quasi a rinsaldare un patto tra numeri e finanza che dura da millenni.

Le monete sono oggetti familiari, e il recente cambio di valuta ha generato in piccoli e grandi una diffusa "caccia all'Euro"; scolari di seconda elementare contrattano ancora adesso i passaggi di proprietà del "due centesimi greco" e del "mezzo euro irlandese" con austeri commercialisti e sussiegosi architetti, e nonostante la Moneta Unica sia ormai una realtà da tre anni, abbondano ancora oggi i raccoglitori per la collezione completa delle 96 monete[2], anche in negozi non specialistici. Molta meno attenzione è stata invece riservata (almeno per quanto riguarda curiosità e collezioni, non certo per ciò che concerne le spese quotidiane) alle banconote. Questo è un po' un peccato, perché anche le banconote hanno qualche interesse nascosto. In gran parte, le curiosità sono legate ai sistemi introdotti contro la falsificazione: alcuni di questi metodi sono abbastanza semplici, come il fatto che l'angolo in alto a sinistra d'ogni banconota riporta il valore della stessa, ma scritto in modo che il numero sia leggibile per intero solo se guardato controluce: parte del valore è infatti scritto sul fronte della

[1] Il metodo è ragionevolmente efficace, e ha infatti il suo punto debole principale nel fatto che è ormai usatissimo, e quindi difetta in originalità. Nel nostro piccolo, lo avevamo già utilizzato un bel po' di tempo fa, quando concionammo sulla celebre formula di Eulero, che da allora qui su RM chiamiamo "Megan Gale della Matematica". Cfr. RM019, Agosto 2000, Editoriale e PM.

[2] Novantasei è dato dal numero delle monete (otto tagli) per il numero delle nazioni che adottano l'Euro (dodici). È però valore solo approssimato, visto che non considera gli Euro coniati dal Vaticano, San Marino e dal Principato di Monaco; per non parlare del prossimo futuro, quando i nuovi stati membri dell'Unione Europea potranno cominciare ad emettere anche loro pezzature di Euro. Infine, nel numero 96 sono contate anche le monete da 1 e 2 centesimi finlandesi che però, causa precoce rifiuto di Helsinki di continuare a coniarli, sono già una discreta rarità.

banconota, e parte sul retro. Si confida che falsari non troppo sofisticati abbiano dei problemi ad allineare le due facce del foglio, sfasando così il numero che invece deve mostrarsi controluce perfettamente ben formato se la banconota è autentica. Altri accorgimenti sono decisamente più complessi: ologrammi, codici a barre, codice di Manchester, "aree magnetiche" in punti particolari della banconota, e molti altri ancora. Provate a chiedere ad un amico di contare quante volte è presente la scritta "Euro" in una comune cartamoneta europea, e magari scommettete con lui il controvalore d'una birra. Dopo che si è pronunciato, passategli una lente di ingrandimento e provvedete alla verifica[3]. Queste miniaturizzazioni non sono certo una novità, e rientrano nella classe delle curiosità, più che in quella dei sistemi antifalsificazione: ma nelle banconote che avete in tasca c'è anche una miniaturizzazione meno ingenua. Tutti i tagli di Euro hanno, in entrambi i lati del foglio, una pletora di cerchietti di colore giallo o arancione del diametro di un millimetro: questi hanno il compito di essere riconosciuti dalle moderne macchine fotocopiatrici, scanner, e anche da software di elaborazione d'immagine. Se questi strumenti rilevano quel pattern di cerchietti gialli (il cui nome tecnico è EURion Constellation), devono rifiutarsi di funzionare: le fotocopiatrici non fotocopiano, gli scanner rifiutano la scansione[4], e i software interrompono la loro esecuzione. Una contromisura indirizzata più ai falsari dilettanti che a quelli professionisti, ma necessaria in un'epoca dove ogni casa può ospitare, tramite un personal computer e poche periferiche, una tipografia di media qualità.

Quel che dovrebbe interessare di più ai lettori di RM, però, è raccontabile grazie a un gioco televisivo che la TV di Stato trasmetteva circa un anno fa. Accadeva in quella sede che un non più giovane presentatore (ma regolarmente accompagnato da ancor giovane signorina dotata di lunghe gambe scoperte) leggesse davanti alle telecamere il numero di serie di una banconota, generalmente da 5, 10 o 20 Euro, omettendone accuratamente l'ultima cifra. Si lasciavano poi scatenare le telefonate dei telespettatori, regalando a chi indovinava la cifra mancante un premio e/o un cotillon. Sapreste indicare, prima di proseguire la lettura, quale probabilità abbia il fortunato telespettatore (e fortunato lo è senz'altro, se è riuscito a trovare la linea libera) di vincere il premio ambito?

Se avete risposto che la probabilità di vittoria del telespettatore telefonante è pari al 10%, significa che siete bravi a contare da zero a nove, ma che sottovalutate la perfidia di chi scrive i compleanni. Se invece avete risposto 100%, allora siete ben informati, ma forse un pochino frettolosi. In realtà, un concorrente al quiz ha probabilità di vincita quasi pari al 95%, sempre che sia a conoscenza di alcune regole relative alla fabbricazione della cartamoneta europea. Se la cosa vi stupisce, mettete mano al portafoglio ed estraete una banconota di qualsiasi taglio: è importante solo che si tratti di Euro e non dollari australiani, e che la serie sia "**S**" (questa non è una condizione troppo difficile da soddisfare: tutti gli Euro stampati in Italia hanno questa lettera di serie). Adesso calcolate in fretta la radice numerica del numero di serie (ve lo ricordate, cosa sia la radice numerica? È quel giochino che si fa sempre da bambini, specialmente dopo aver imparato la prova del nove: si sommano insieme tutte le cifre, e si ottiene un numero: se è un numero di più di una cifra, si continua a sommare finché non si arriva ad una sola cifra: quella è la radice numerica. Ad

[3] Se il vostro amico ha una buona memoria visiva e vi sembra che stia vincendo la scommessa, verificate se ha contato anche in dettaglio la composizione della striscia grigia in basso vicino alla scritta greca EYPO, sulle banconote da 5 o da 50 Euro; oppure le tre sottili linee grigie che sembrano "acqua sotto i ponti" nelle banconote da 10 e 20, e in un sacco di altri posti.

[4] Evidente caso di perifrasi da ignoranza. Cosa fanno gli scanner, in italiano? "Scannerizzano" (bleah!)? "Scansiscono" (forse…)? "Scandiscono" (ma va!)? *[Scannano, no? Che domande! Tali e quali i serial killer (RdA)]*

esempio, la radice numerica del numero 1234567890 è 9: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 0 = 45 = 4 + 5 = 9). Se avete fatto i conti giusti, avrete scoperto che la radice numerica del vostro Euro è **7**.

Non è che ci stiamo specializzando in telepatia, è solo che tutti gli Euro italiani hanno radice numerica **7** (il che, tra l'altro, vi informa anche del fatto che se tentano di pagarvi con una mazzetta di Euro nuovi di zecca con tutti i numeri di serie ben consecutivi, quella mazzetta è falsa). Dare allora la risposta esatta al gioco TV era vergognosamente facile: bastava calcolare la radice numerica del numero "incompleto", privo dell'ultima cifra, così come lo forniva il presentatore, e si otteneva un numero compreso tra 1 e 9[5]. A questo punto, non serviva altro che trovare il numero da aggiungere alla radice numerica del numero incompleto per ottenere un sette: ad esempio, se la radice del numero incompleto è 8, la cifra mancante da indovinare è pure 8, cosicché si abbia 8+8=16=7. Però (e qui casca l'asino frettoloso di cui sopra) se la radice numerica del numero di serie incompleto fosse già pari a 7, ci si troverà in imbarazzo: il numero mancante può essere infatti sia 9 (7+9=16=7) sia 0 (7+0=7), e bisogna tirare ad indovinare con solo un 50% di probabilità. Insomma, alla fine avremo 8,5 probabilità di indovinare su 9, che è valore sufficiente ad arrischiare qualche scommessa con gli amici ignari durante le libagioni natalizie, o ad imbastire un piccolo show durante le tombole di fine anno.

Ma se il maledetto presentatore, in vena di sadismo, avesse tirato fuori dal cappello una banconota non italiana, la cui serie non fosse la affezionatissima **S**? Beh, prima di farci prendere dal panico, notiamo che le lettere dell'alfabeto sono **26**, e che **S** è la diciannovesima lettera. Notiamo anche che (magia!) **26-19=7**, la qual cosa ci giustifica anche perché sia proprio "**7**" la magica radice numerica delle banconote italiane. A quel punto, anche se vi capita in mano una banconota tedesca (serie **X**, ventiquattresima lettera dell'alfabeto), non dovreste aver problemi; non è una grande fatica arrivare alla conclusione che la radice numerica "magica" per le banconote tedesche debba essere proprio il **2=(26-24)**. Se, infine, vi incuriosisce la ragione (perché c'è quasi sempre una ragione…) per la quale il numero magico dell'Italia sia 7 e quello della Germania 2, basta dare uno sguardo alla tabella completa.

Z	9	Belgio
Y	1	Grecia
X	2	Germania
W	*3*	*Danimarca*
V	4	Spagna
U	5	Francia
T	6	Irlanda
S	7	Italia
R	8	Lussemburgo
Q	*9*	
P	1	Paesi Bassi
O	*2*	
N	3	Austria
M	4	Portogallo
L	5	Finlandia
K	*6*	*Svezia*
J	*7*	*Regno Unito*

È una tabella per molti versi istruttiva: lo è soprattutto se si pone attenzione a come, inevitabilmente, alcune peculiari necessità locali e specifiche riescano a modificare un principio inizialmente semplice. Delle tre colonne della tabella, la seconda è la più immediata, almeno per i lettori di questa rivista: abbiamo introdotto poco sopra il concetto di "radice numerica", e anche visto che porta come risultati solo le cifre da 1 a 9, zero escluso. È quindi facile riconoscere la sequenza delle possibili radici numeriche[6], che si ripete ciclicamente. La prima colonna è anche più semplice: la sua regolarità, basata sull'ordine alfabetico inverso, è del tutto evidente. Anche in questo caso non è facile capire quale sia la ragione per la quale si sia deciso di procedere a ritroso partendo dalla Z e risalendo l'alfabeto, anziché discenderlo normalmente partendo dalla A, ma una ragione forse esiste. Quel che rende intrigante la tabella è però la terza colonna, quella che attribuisce alle coppie

[5] No, non "tra uno e nove alla quinta", ma "tra uno e nove", con rimando alla nota a piè di pagina numero cinque. Nota, questa, che sta qui solo a ricordare che, ovviamente, la radice numerica "zero" è ottenibile solo se il numero di serie della banconota è composto da tutti zeri, cosa altamente improbabile se non, per convenzione, semplicemente impossibile.

[6] Anche se non è evidente (a noi almeno…) per quale motivo debba cominciare da "9" anziché da "1".

"Lettere di Serie"/"Radici Numeriche" la nazione corrispondente. Una logica ovviamente c'è, e potreste interrompere la lettura adesso per mettere alla prova le vostre capacità induttive, provando a capire quale essa sia.

Se invece non avete voglia di provarci, la analizziamo adesso. Due elementi compaiono subito evidenti: il primo è che sono riportati tutti i quindici paesi che facevano parte dell'Unione Europea al momento dell'introduzione della valuta unica, e non solo i dodici che l'hanno poi adottata: Danimarca, Svezia e Regno Unito continuano ad usare corone e sterline, ma la UE si è mostrata quantomeno tollerante e ottimista, riservando anche ai tre paesi recalcitranti una coppia Lettera/Numero. L'altro elemento è invece la mancata assegnazione delle lettere "Q" e "O", e la ragione non può essere altra che quella che già rendeva impossibile l'utilizzo di quelle lettere nella parte numerica delle vecchie targhe automobilistiche italiane: troppo alto il rischio di confonderle con lo zero, e una "lettera di serie" viaggia sempre fianco a fianco con un "numero" di serie. Ma, una volta detto questo, perché i paesi sono elencati proprio in quell'ordine?

La risposta non è troppo difficile, e lo è ancor meno se si mettono insieme alcuni elementi ovvi. Tanto per cominciare, la correttezza politica impone che un qualsivoglia ordine di nomi di stati sovrani non sia causa di imbarazzo diplomatico: insomma, deve essere un ordine quanto più neutro possibile, e non lasciar sottintendere nessuna classifica gerarchica. Inevitabilmente, trattandosi d'una lista di parole, in questi casi viene in mente l'ordine alfabetico; ma è altrettanto vero che i Quindici non sembrano essere ordinati alfabeticamente, nella tabellina. Bisogna allora fare un piccolo salto logico, per quanto ovvio e scontato: non sono ordinati alfabeticamente in italiano, ma in qualche altra lingua? Quale sarà mai la lingua ufficiale dell'Unione Europea? Mentre si prova a ricordare quale sia, si ha comunque il tempo di fare un paio di tentativi con l'inglese e con il francese, per scoprire che l'ordine alfabetico non compare neanche in questo caso; bisogna allora ritornare al già utilizzato principio dell'equità politica, e provare a vedere cosa succeda se i paesi vengono scritti ognuno nella propria lingua d'origine; cosa che, tra l'altro, combacia bene anche con il fatto che tutte le lingue nazionali sono lingue ufficiali dell'Unione. E il risultato è infatti decisamente incoraggiante: perfetto, a prima vista. Quasi perfetto, ad uno sguardo un po' più attento: se l'Austria comincia con la "O", il Regno Unito con la "U", la Spagna con la "E" e la Finlandia con la "S", i conti tornano in fretta; resta però imbarazzante vedere la Danmark seguire la Deutschland, e quest'ultima essere preceduta da una Grecia che dovrebbe invece cederle il passo anche se ci ricordiamo di doverla chiamare Ελλαδα. Sono cose davvero sconfortanti: quando ormai si sente che la soluzione è vicina, che tutto sembra tornare ad avere senso, basta una singola inversione tra due nomi per disinnescare crudelmente il senso di trionfo.

Z	**9**	**Belgique**
Y	**1**	**Ελλαδα**
X	**2**	**Deutschland**
W	*3*	*Danmark*
V	**4**	**Espana**
U	**5**	**France**
T	**6**	**Ireland**
S	**7**	**Italia**
R	**8**	**Luxembourg**
Q	*9*	
P	**1**	**Nederland**
O	*2*	
N	**3**	**Oesterreich**
M	**4**	**Portugal**
L	**5**	**Suomi**
K	*6*	*Sverige*
J	*7*	*United Kingdom*

Come dicevamo poco sopra, quasi tutto ha una ragione, però, specialmente nelle costruzioni umane. Occorre certo una buona dose di fantasia per dedurre la causa dell'inversione tra Grecia e Danimarca, e se c'è qualche geniaccio in grado di farlo prima di sentirselo raccontare nelle prossime righe, si merita tutti i nostri complimenti; questo comunque non toglie un certo senso di impurità e di aggiustamento indotto da quell'inversione inaspettata. La causa del malessere logico sta celata nel fatto che alla Grecia, quarta nell'ordine alfabetico, sarebbe dovuta toccare la quartultima lettera dell'alfabeto, la "W". Ma il nostro alfabeto non è universale, neppure all'interno dei limitati confini dell'Unione Europea. L'alfabeto greco ha molte lettere (e anche molte grafie delle stesse) uguali a quelle dell'alfabeto occidentale, ma la "W" non è tra queste. E, probabilmente sempre per "correttezza politica", si è pensato che fosse poco simpatico attribuire alle banconote greche proprio una lettera di serie "assente" dall'alfabeto greco. Diventa allora facile immaginarsi una riunione nei palazzi della Banca Centrale Europea, dopo che un solerte funzionario avrà notato per primo la cosa: un'oretta di discussione, chiusasi probabilmente con un commento quasi annoiato: "Beh, amen… diamo alla Grecia la "Y" della Danimarca, che tanto i danesi con l'Euro non vogliono ancora averci a che fare, per ora…".

Le successive complicazioni d'una idea semplice la rendono vieppiù misteriosa, artefatta, e quindi di difficile lettura. Tanto per dire, la tabellina riportata in questa pagina è tutt'altro che definitiva, e con l'ingresso di altri dieci nuovi paesi nell'Unione la regola "semplice" dell'ordine alfabetico andrà definitivamente a farsi benedire. È una cosa che ben conoscono coloro che hanno partecipato ad un qualsivoglia progetto che parta da zero; quasi ogni definizione iniziale ha una sua logica, una sua naturalezza; ma gli aggiustamenti successivi, gli ampliamenti in corsa, le modifiche e le correzioni d'errore producono quasi sempre, alla fin fine, qualcosa di maneggiabile solo da pochi, e quei pochi sono in genere persone che vi hanno lavorato fin dall'inizio nonché dotati di un'ottima memoria. Il celebre "rasoio di Occam", così tagliente in filosofia e così caro alla scienza, mostra spesso una lama pericolosamente arrugginita quando lo applica alle costruzioni umane. Queste sono quasi sempre disseminate di nèi apparentemente illogici e misteriosi, che però hanno un loro peculiare fascino e, a loro volta, una causa ben precisa. Se per assegnare delle lettere di serie a delle banconote è successo quanto appena raccontato (e in così poco tempo), immaginate quale complessità e quali sottili perversioni possa aver raggiunto un'attività antica quasi quanto l'uomo stesso, ovvero il conteggio dei giorni che passano.

Un calendario[7] è fonte interminabile di curiosità, di domande e di risposte: ad esempio, chi per ventura ha qualche contatto con colleghi tedeschi è spesso sorpreso dalla proverbiale efficienza germanica nella denominazione del mercoledì. I teutonici lo nomano infatti "Mittwoch", ovvero "mezza settimana", e tutti coloro che lavorano dal lunedì al venerdì rimangono stupefatti da un nome così appropriato. È pur vero però che la settimana di soli cinque giorni lavorativi è istituzione relativamente recente, e che il nome "Mittwoch" è verosimilmente ben più antico delle rivendicazioni sindacali sull'orario di lavoro degli ultimi due secoli. La perplessità a questo punto cambia direzione, perché il terzo giorno della settimana può ben difficilmente essere considerato il "giorno di mezzo" di un ciclo di sette giorni, e il dubbio si risolve solo considerando la domenica (e non il lunedì) come primo giorno d'un ciclo settimanale che termina con il sabato. La cosa è ben comprensibile se si considera la Bibbia, perché il giorno che Dio destinò al riposo, notoriamente il settimo dopo i sei giorni dedicati alle fatiche della creazione, è proprio il sabato, il Sabbath, come ci ricorda tutt'ora la religione ebraica. E, visto che gli ebrei danno un nome proprio solo al sabato, limitandosi a numerare gli altri giorni della settimana, c'è da supporre che su questo argomento siano ben ferrati. Altri popoli confermano l'approccio giudaico: i paesi di lingua portoghese chiamano i giorni della settimana con numeri ordinali, ed è certo indicativo che il lunedì venga chiamato "segunda-feira". I russi, a dire il vero, hanno una posizione un po' indecisa, visto che concordano con i tedeschi e anche loro chiamano il mercoledì "giorno di mezzo" ("Sreda"), salvo poi cadere in contraddizione chiamando "secondo" il martedì ("Vtornik"): sulle rive del Volga, insomma, al "secondo

[7] Usiamo l'articolo indeterminativo "un" perché ogni calendario ha queste caratteristiche; qualora poi voi decidiate di usare, per le vostre necessità quotidiane, proprio il Calendario di RM che distribuiamo a metà Dicembre, non potremmo che esservene grati. Del resto, non crederete mica che sia una coincidenza, se parliamo di Calendari proprio nell'ultimo compleanno dell'anno?

giorno" fa seguito il "giorno di mezzo", nonostante anche nell'Altopiano Sarmatico sia in vigore da tempo immemorabile la settimana di sette giorni[8]. Anche in questo caso, è probabile che si tratti di conflitti culturali che si perdono nella notte dei tempi: per i seguaci del Nuovo (e non solo del Vecchio) Testamento, il primo giorno della settimana ebraica diventa la "dies dominica" ovvero il giorno del Signore, perché Cristo risorge il giorno successivo al Sabbath: è allora naturale aspettarsi che il "Giorno del Signore", per i cristiani, sia quello destinato alla Sua celebrazione, quindi alla festività, e quindi, stiracchiando un po' il Vecchio Testamento ebraico, diventi il vero "settimo" giorno, quello dedicato al riposo. Ai giorni nostri, lo standard internazionale ISO[9] ha decretato essere lunedì il primo giorno della settimana, seguendo questa consolidata filosofia, anche se sospettiamo che la cosa non sia risultata gradita a più di un rabbino.

Del resto, i nomi dei giorni della settimana si portano appresso non solo dubbi ordinali, ma anche pezzi di storia e di cultura. I giorni che l'Occidente considera "normali" hanno nel nome vestigia pagane e paleo-astronomiche: in Italia e in Francia una sequenza poetica sostituisce i numeri ordinali usati da portoghesi e ebrei, e suona come Giorno della Luna, Giorno di Marte, Giorno di Mercurio, Giorno di Giove, Giorno di Venere. L'italiano ha poi sacrificato il "Giorno di Saturno" al Sabbath ebraico[10], ma il padre di Zeus resiste ancora in Francia e, incredibilmente, nel "Saturday" inglese. Sempre l'inglese conserva anche il "Giorno del Sole", "Sunday", domenica, fondamentale per completare il quadro dell'astronomia tolemaica. Ad ogni dio dell'antichità venne associato un pianeta, nei tempi in cui anche il Sole era considerato un astro secondario rispetto alla Terra, e il ciclo si chiudeva associando ad ogni dio/pianeta anche un giorno della settimana: del resto, la coincidenza del numero sette, ritrovato sia nei pianeti che nel ritmo ebdomadario, era probabilmente troppo affascinante per resistervi. In qualche periodo della loro storia, i Britanni si sono probabilmente sentiti in dovere di sostituire alle divinità greche gli dei nordici a loro più vicini, regalando agli Asi e ai Vani i nomi dei giorni; Odino (Wotan) ebbe il mercoledì (Wednesday), Thor il giovedì (Thursday), e Freya il venerdì (Friday). "Tuesday" ricorda Tiw, mentre il Sole, la Luna e Saturno resistono tuttora. Come al solito, però, le spiegazioni offrono il fianco ad altre pericolose domande: tralasciando gli dei mitologici, che ancora combattono a metà strada tra Olimpo e Asgard per vincere il premio dei nomi dei giorni, e concentrandoci sull'aspetto astronomico, si vede subito che la sequenza settimanale (Luna, Marte, Mercurio, Giove, Venere, Saturno, Sole) non segue certo una logica impeccabile. Al pari della tabellina delle nazioni dell'Euro, essa appare stranamente poco ordinata: a differenza di quella tabellina, la ragione di questo apparente disordine non è ancora spiegata. Esistono delle ipotesi, ovviamente, nate come sempre dall'assunzione che, almeno per i fatti umani, "debba" esserci sempre una ragione. Una delle migliori è quella che considera i pianeti in ottica geocentrica, prima dell'avvento di Copernico, riordinandoli secondo il loro supposto periodo di rivoluzione intorno alla Terra. Prima la Luna, con i suoi 29 giorni, poi Mercurio, che ne conta 88, poi Venere, poi il Sole… In breve:

---

[8] Il ciclo settimanale non risulta essere mai stato interrotto o violato, per quanto ne sanno gli storici. Il che significa che, anche se possiamo ragionevolmente mettere in dubbio il periodo esatto della vita di Mosè (o, malignamente, perfino la sua stessa esistenza), è ragionevole pensare che ai suoi tempi si festeggiasse il Sabbath esattamente 7n giorni prima del nostro stesso sabato; dove n è abbastanza incerto, ma il 7 sembra ragionevolmente sicuro.

[9] Per la precisione, trattasi del documento ISO-8601 *[Specifica meno amata di quanto si pensi: stabilisce anche che "la prima settimana dell'anno è quella che contiene il primo giovedì", ma alcuni (ad esempio Bill Gates e la suite Office) non sono d'accordo (RdA)].*

[10] È solo un'ipotesi estemporanea e niente affatto autorevole, la nostra, ma sospettiamo fortemente che la coincidenza della sillaba iniziale "Sa" abbia avuto il suo peso nella commistione Sabato/Saturno.

1=Luna; 2=Mercurio; 3=Venere; 4=Sole; 5=Marte; 6=Giove; 7=Saturno

A prima vista, anche questo ordinamento non sembra essere di molto aiuto; ma, ipotesi per ipotesi, supponiamo ora di assegnare ad ogni pianeta un'ora del giorno, cominciando dal più lontano, Saturno, per arrivare fino alla Luna, e poi ricominciando il ciclo. In pratica, il nostro giorno avrebbe le 24 ore così marchiate: 1=Saturno, 2=Giove, 3=Marte, 4=Sole, 5=Venere, 6=Mercurio, 7=Luna, 8=Saturno, 9=Giove, …, 23=Giove, 24=Marte. Il giorno che comincia dopo la mezzanotte dovrebbe poi continuare il ciclo, e quindi iniziare con 1=Sole, 2=Venere, 3=Mercurio, e finire con …23=Venere, 24=Mercurio, aprendo la strada al giorno ancora successivo che comincerebbe con 1=Luna. Il gioco è concluso: se si ritiene ammissibile una tale perversa logica, il passo successivo, che si limita a supporre che ogni giorno venga poi chiamato dal "nome" della sua prima ora, è del tutto accettabile. L'ipotesi ci sembra molto "dietrologica", e puzza molto di costruzione ad hoc[11]: del resto, dopo essere passati attraverso lo scambio di Grecia e Danimarca a causa di una "W", tutto diventa più facile da credere.

Tutto questo solo in merito alla suddivisione del tempo in settimane, che è la partizione storicamente più stabile: gli aneddoti nascosti nei mesi e negli anni, assolutamente meno statici delle settimane, sono davvero un'enormità. Una trasmissione radiofonica, tra il serio ed il faceto, sta di questi tempi raccogliendo le "domande della vita" tra i propri ascoltatori, riservandosi poi di trovare un esperto in grado di rispondere in diretta alle domande prescelte. Pur essendo palesemente una trasmissione d'intrattenimento (cosa che induce gli autori a selezionare le domande più assurde, purché divertenti) è impressionante la quantità di quesiti proposti in merito alla terminologia connessa al calendario. Perché settembre, ottobre, novembre e dicembre si chiamano così, se non sono il settimo, ottavo, nono e decimo mese? Perché Febbraio ha così pochi giorni? Perché l'anno di 366 giorni si chiama bisestile? Perché l'alternarsi dei mesi di trenta e trentun giorni è così poco naturale da dover richiedere l'invenzione di metodi mnemonici o di filastrocche da imparare all'asilo[12]?

Le risposte sono quasi tutte volte a celebrare la grandezza del lavoro fatto da Gaio Giulio Cesare; è notorio che la riforma[13] di Papa Gregorio XIII del 1582 ha migliorato e corretto il "calendario giuliano"[14], sostituendolo con quello "gregoriano"; è forse un po' meno noto che il lavoro di sistemazione compiuto dal vincitore di Vercingetorix è stato enormemente maggiore di quello toccato poi a papa Boncompagni (che, peraltro, si limitò ad approvare dall'alto del soglio pontificio il lavoro d'un medico napoletano, Giovanni Lilio). Dando a Cesare quel che è di Cesare, bisogna riconoscere che a lui toccò infatti il compito improbo di mettere ordine laddove ordine non esisteva affatto: i mesi e la loro durata, nel calendario romano, erano variabili, definiti principalmente dalle autorità sacerdotali, che talvolta allungavano od accorciavano anni e mesi anche

---

[11] Nel ricordarci di essere una rivista di matematica, riteniamo opportuno rammentarvi che, alla fin fine, il meccanismo descritto si riduce ad una elementare applicazione dell'aritmetica modulare. Il numero delle ore (24) computato modulo il numero dei giorni (7) ci restituisce un semplice 3. Partendo da un pianeta qualsiasi della lista e muovendovi ciclicamente (e all'indietro) con passo 3, si ritrova pulita pulita la familiare sequenza settimanale.

[12] Le risposte a tutte queste domande le trovate continuando a leggere, ma una trattazione assai migliore e più completa a tutti (o quasi) i possibili quesiti su tutti (o quasi) i calendari li trovate nelle leggendarie FAQ di Claus Tondering, autentica autorità del Web, che non ci siamo vergognati di tornare a saccheggiare per la stesura di questo compleanno: http://www.tondering.dk/claus/calendar.html *[E se volete contarci sopra, un buon aiuto può venire da "Il Giorno del Giudizio", sul numero 43 di questa rivista (RdA)].*

[13] Decisa direttamente nel Concilio di Trento e formalizzata nella bolla "Inter Gravissimas" del 24 febbraio 1582. Ricordatevi il giorno e il mese, se vi piacciono le curiosità.

[14] Così chiamato proprio perché introdotto da "Giulio" Cesare, nel 45 avanti Cristo.

per scopi non prettamente pubblici. Era spesso necessario un mese supplementare, detto Intercalare, che ogni tanto veniva inserito per compensare gli errori precedenti; più in generale, il conteggio dei giorni e del tempo era deciso assai più per autorità e convenienza che per calcolo astronomico. Basti pensare che fin dall'antichità esistevano gli anni bisestili[15], e che già allora il popolo li considerava anni "sfortunati". Durante la Seconda Guerra Punica, periodo di massima crisi per Roma, il panico indusse il popolo persino a reclamare sacrifici umani (che a Roma non si vedevano più da tempo, anche se a Cartagine continuavano allegramente a farli), e i sacerdoti pensarono bene anche di provvedere all'abolizione degli anni bisestili, almeno finché non fosse passata la buriana annibalica.

Ai tempi di Romolo, i romani contavano l'anno a partire dal mese di Marte ("Martius", Marzo), cosa non del tutto illogica visto che molte culture e sottoculture considerano la primavera come prima stagione dell'anno: anche gli oroscopi delle nostre riviste continuano imperterriti a contare i segni zodiacali a partire dall'Ariete, punto equinoziale, fino ai Pesci che chiudono il ciclo. A far compagnia a Marzo c'erano il mese di Venere ("Aphrodite", Aprile; ma forse viene da "aperire", aprire), quello di Maia (da cui Maggio) e quello di Giunone (Giugno). Poi, forse per pigrizia eponima, altri sei mesi venivano semplicemente ordinati dal quinto al decimo, anzi, da Quintilis a December. Sei più quattro fa dieci, e dieci erano i mesi dei sudditi di Romolo e Tito Tazio: l'anno finiva a Dicembre, e i nostri ultimi quattro mesi si godevano la coerenza tra i loro nomi e le loro posizioni, a quel tempo. Se però si considera che la lunghezza del mese ha sempre avuto una diretta relazione con il periodo lunare o con il familiare ritmo di trenta o trentun giorni, potreste notare che i conti non tornano, essendo l'anno tropico un po' più lungo di 365 giorni. Ma di ciò i romani di quei tempi non si curavano troppo: avevano così in uggia l'inverno che il periodo più freddo dell'anno, della durata d'una cinquantina di giorni, non veniva proprio considerato; restava non conteggiato, e meno che mai si riteneva opportuno dedicargli un nome. Sembra che, in anticipo su Giulio Cesare, sia stato Numa Pompilio a metterci una pezza, introducendo d'autorità il "mese delle febbri" (Febbraio) e quello di Giano (Gennaio). E non abbiamo sbagliato l'ordine: Gennaio era proprio compreso tra Febbraio e Marzo, all'inizio della sua carriera. Se però pensate che sia allora sufficiente scambiare di posizione[16] i due mesi ultimi arrivati per giungere alla situazione familiare che conosciamo, vi sbagliate di grosso. Anche se i mesi avevano così raggiunto il numero canonico di dodici, il totale dei giorni per anno era sempre solo attorno a 355 (da cui il permanere dell'esigenza del mese Intercalare, ogni tanto) e tutto restava nella manica e nella fantasia dei sacerdoti. Senza parlare delle misure ancora più straordinarie… se Cesare si decise a mettere mano alla cosa nel 45 a.C., non fu per mero divertimento: il 47 era stato un anno di 355 giorni, ma il 46 a.C., dovette essere arricchito del mese Intercalare e anche dai mesi straordinari "Undecember" e "Duodecember", raggiungendo la bellezza di 445 giorni. Immaginate adesso di essere un censore o un tribuno che nel 47 ha dovuto cedere al suo successore o antagonista la carica di magistrato e i benefici che a tal titolo competono, e immaginate anche il mal di fegato conseguente nel vedere il vostro avversario tenere il potere per un centinaio di giorni in più di voi.

È questa la situazione in cui entra in scena Cesare: appurato che l'anno dura 365 giorni e un quarto, istituisce delle "regole" esautorando finalmente la discrezionalità dei sacerdoti. Definisce l'inizio dell'anno a Gennaio, attribuisce ad ogni mese un numero fisso e ben definito di giorni, e introduce la magica regola del "un anno di 366

[15] Da non intendersi però come i nostri: e il termine "bisestile" quindi, oltre che ingannevole, è anche poco adatto, una volta che ne sveleremo l'etimologia. Il senso di "bisestile" qui è, più semplicemente, quello di "anno con all'interno il mese Intercalaris".

[16] Cosa che sembra essere avvenuta attorno al 450 avanti Cristo.

giorni ogni tre di 365[17]", e per premio finale si dedica l'innominato Quintilis, chiamandolo Iulius.

Molte cose sono ancora immerse nel dubbio, riguardo alla storia della riforma giuliana: alcuni aneddoti sono quasi certamente leggendari, costruiti artificialmente in tempi assai più tardi, proprio per spiegare retroattivamente cose che altrimenti restano inspiegabili. Una diffusa leggenda è però tanto carina da meritarsi il diritto di assurgere quasi a verità storica, perché rende conto di un paio di fatti in maniera così credibile che dispiace quasi doverne denunciare la probabile falsità. Provate a mettervi nei panni di Cesare: avete a disposizione questi dodici mesi e dovete farci entrare 365,25 giorni: il "quarto" di troppo lo avete già sistemato, inventando il ciclo quadriennale di 365, 365, 365 e 366 giorni. Proprio quel 366 dovrebbe suggerivi la lineare sequenza dei giorni dei mesi come 31, 30, 31, …, 30 perfettamente alternati. Sapete inoltre che, anche se l'anno "ufficiale" comincia a Gennaio, il popolo continua a considerare Marzo il primo mese dell'anno, e Febbraio come l'ultimo: le tradizioni sono dure a morire, e poi, solo fino ad un anno prima, era proprio Febbraio il mese destinato ad ospitare, al suo interno, il disgraziato mese Intercalare. Allora è fatta: i mesi dispari (Martius, Maius, Quintilis (ehm, anzi… Iulius, va…), September, Novembre e Ianuarius li facciamo di trentun giorni, mentre quelli pari (Aprilis, Iunius, Sextilis, October, December e Februarius) li lasciamo a trenta. Negli anni normali, il buon Februarius dovrà limitarsi a ventinove giorni, ma con quello che è solito sopportare non se la prenderà di certo. Tutto qua.

Poi, come nei progetti monetari dell'Unione Europea, arriva l'omologo dell'imprevisto della "W greca", ovvero quello che potremmo chiamare "l'aggiustamento della tigna augustea". Ottaviano vuole certo molto bene al suo illustre zio e babbo adottivo, ma se uno diventa il primo imperatore dell'Impero Romano non può guardare troppo per il sottile. Quando in suo onore decidono (o decide lui stesso?) di cambiare nome anche a Sextilis per chiamarlo Augustus, serpeggia un forte imbarazzo di natura politica: Iulius, mese dispari, ha trentun giorni, mentre Sextilis ne ha solo trenta. È molto bello e simbolico far seguire nel calendario Augustus a Iulius, così come è avvenuto nel cuore politico dell'Urbe; però, insomma, non sarà che quel giorno in meno potrebbe essere frainteso e interpretato come segno di minore importanza del sommo Augusto nei confronti del sommo (ma non "più" sommo) Cesare? Occorre rimediare: ed ecco allora che anche il mese di Augustus viene promosso d'autorità a mese di trentun giorni. Poi, per evitare che ci sia una serie anomala di tre mesi da trentuno tutti in fila, si cambia parità ai quattro mesi che restano fino alla fine dell'anno. Infine, visto che comunque un giorno in più è stato destinato al mese del divino Ottaviano e da qualche parte bisogna pur rimediarlo, il povero Febbraio, ultimo della classe, deve rassegnarsi a scendere ulteriormente di livello, passando dalla già limitata durata di 29/30 giorni a quella ancor più misera di 28/29.

Come dicevamo, gli storici dubitano però molto che sia andata così, ed è un peccato, perché oltre a spiegare la magrezza di Febbraio, la storiella regala come sovrappiù anche la spiegazione delle coppie di mesi consecutivi Luglio/Agosto e Dicembre/Gennaio di 31 giorni, che ancor oggi rompono la lineare alternanza 30/31. Del resto, che Febbraio reciti un po' la parte del "figlio della serva" nella grande famiglia dei mesi è indubbio: nato tardivo, col fratello Gennaio, ha subito fin dall'inizio le angherie di quest'ultimo, che gli ha scippato il ruolo di "primo mese dell'anno". Per somma delle sfortune, pur essendo di fatto il secondo mese, viene spesso trattato alla stregua dell'ultimo, solo perché è il mese ad esso successivo quello che contiene l'Equinozio di Primavera. Persino quel gran rivoluzionario di Cesare,

[17] E se pensate che sia una regola semplice, sopravvalutate le capacità di contare del periodo: per qualche misteriosa ragione, la regola giuliana fu inizialmente fraintesa, e gli anni bisestili per un bel po' di tempo si susseguirono non al ritmo di uno ogni quattro anni, ma di uno ogni tre.

gran stravolgitore di calendari, non ha avuto il fegato di finire la sua stessa opera, mettendo come logica avrebbe voluto il suo giorno "extra" quadriennale nella pancia di Dicembre, che pure lui stesso aveva decretato essere l'ultimo mese dell'anno. La tradizione antica insinuava infatti il vecchio mese Intercalaris dopo il sesto giorno prima delle Calende di Marzo, e Giulio decide che il suo giorno straordinario deve inserirsi proprio in quella posizione: il "sextus" giorno prima delle calende marzoline va ripetuto, raddoppiato, deve fare il bis, e per questo quel giorno in più si chiamerà "bis-sextus"; inevitabile che gli anni dotati di questi giorni speciali finiscono per chiamarsi "bis-sextiles". Quantomeno, da tutto ciò si può ricavare che il "giorno bisestile" degli anni bisestili non è in realtà il 29 Febbraio[18], ma il 24, perché è proprio lui il "sesto giorno" prima delle Idi di Marzo (cioè del 1 Marzo). E il fatto che la bolla papale di Gregorio che rivoluzionava il ritmo degli anni bisestili sia uscita proprio il 24 Febbraio 1582 è un'altra delle innumerevoli pernacchie della storia.

Quello che deve invece fare la Riforma Gregoriana è solo mostrare al mondo che alle soglie del diciassettesimo secolo gli uomini hanno capito meglio di Giulio Cesare l'importanza delle frazioni, e che vedono ormai bene la differenza che intercorre tra ¼ e 97/400. Le frazioni, spesso, parlano meglio dei numeri decimali: la differenza tra 365,25 e 365,2425 può forse apparire trascurabile a molti, ma quella tra ¼ (ovvero 100/400) e 97/400 salta subito agli occhi. Ci occorrevano solo 97 anni bisestili ogni quattro secoli, e invece Giulio Cesare ce ne ha rifilati cento tondi tondi. Papa Gregorio XIII sa che c'è già una discreta sfasatura tra calendario e stagioni, e deve porre rimedio. Non un gran lavoro, rispetto alla rivoluzione giuliana, ma per portarlo a termine ha bisogno comunque di tre cose importanti: di un punto di partenza, di un intervento sanatorio, e di una regola correttiva. Il medico napoletano Lilio fornisce la regola correttiva, abbastanza evidente e naturale, almeno se guardata con il senno di poi: se ogni quattrocento anni dobbiamo togliere tre anni bisestili, siano questi proprio gli anni "speciali", ovvero quelli secolari. Quegli anni, pur essendo multipli di 4, si sottometteranno alla più forte "regola del 100", e non saranno più bisestili. Però di anni secolari in quattro secoli ce ne sono ovviamente quattro, e uno dei quattro sarà eccezione all'eccezione: i multipli di 400 torneranno ad essere bisestili, pur rientrando nella casistica della "regola del 100"[19]. E con questo si mettono a posto le cose per il futuro, avrà pensato papa Gregorio; ma cosa fare invece per rimediare ai guasti del passato? L'aritmetica potrebbe venire in aiuto: dal 45 a.C. al 1582 d.C. sono passati poco più di 1600 anni, quindi si è rimasti "indietro" già di circa dodici giorni, rispetto ai tempi della riforma giuliana. Ma quanto ci si può fidare di quel conteggio? Si è già visto che i primi anni bisestili furono mal conteggiati, e, cosa tutt'altro che trascurabile, un papa cristiano non può sottomettersi bovinamente all'autorità di un generale pagano. Infatti, uno dei problemi maggiori per Gregorio sta proprio nel fatto che la maggiore festa cristiana, la Pasqua di Resurrezione, è strettamente legata all'Equinozio di Primavera, e il suo punto di partenza deve essere un giorno "liturgicamente autorevole". Le regole che stabiliscono per tutta la cristianità quale sia la Domenica di Pasqua furono stabilite nel Concilio di Nicea, nell' Anno Domini 325; e si sa anche che in quell'anno così importante per la storia della Chiesa l'Equinozio di Primavera cadde il 21 Marzo. Questo è sufficiente per papa Boncompagni: se il 21 Marzo era data buona per il Concilio, sarebbe rimasta tale per tutti i cristiani, nei secoli dei secoli. Gli anni che separano il 1582 dal 325 sono solo 1257, corrispondenti ad una sfasatura di dieci giorni. Adesso che ha trovato il suo

[18] Con buona pace del nostro webmaster, Yan, nato in un anno bisestile ma non nel "giorno" bisestile. A sentir lui, ha compiuto "undici" anni il 29/2 di quest'anno.

[19] E questa è la ragione per la quale tutti voi, pur essendo brillantemente sopravvissuti al 2000, non avrete mai la soddisfazione di vivere un anno multiplo di quattro che non sia bisestile, cosa riuscita benissimo ai vostri bisnonni.

"punto di partenza" a Gregorio XIII non resta che trovare il punto più adatto dove infilare il bisturi per rimuovere dieci giorni da sopprimere. Anche in questo caso ci deve essere una scelta, e una ragione ben precisa a guidare la scelta: Ottobre era il mese meno ricco di feste liturgiche, e il pontefice decise di sacrificare dieci giorni d'un mese così povero di eventi religiosi. Bisognava certo lasciar passare il 4 Ottobre, perché il giorno dedicato al poverello d'Assisi è festa importantissima e intoccabile, ma una volta celebrato san Francesco si può intervenire immediatamente. Così, buona parte della cristianità si addormentò la sera di giovedì 4 Ottobre 1582 per risvegliarsi all'alba di venerdì 15 Ottobre 1582.

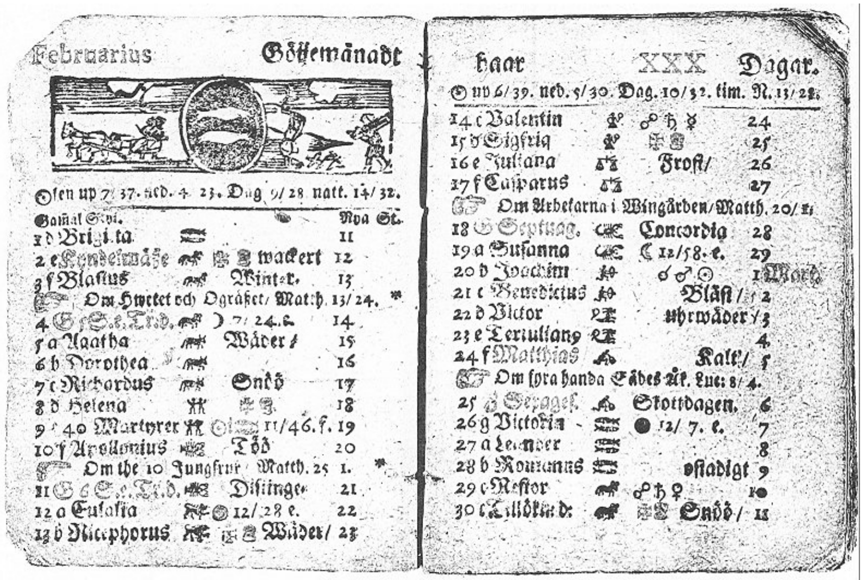
Buona parte della cristianità, abbiamo detto: ma non tutta. Alla fine del sedicesimo secolo il pontefice romano non è più la massima autorità religiosa per gran parte dell'Europa settentrionale, attraversata dalla contestazione luterana e calvinista. E non lo è più già da mezzo millennio ad oriente, dove la Chiesa Ortodossa ribadisce nel suo proprio nome il convincimento che sia proprio la Chiesa Romana ad essere scismatica. Quindi, la bolla gregoriana ha un effetto immediato solo nei paesi di stretta osservanza cattolica, ed è immaginabile che anche all'interno di questi ci sia voluto un po' di tempo per assuefarsi al nuovo calendario. Nei paesi protestanti, l'accettazione del calendario di Gregorio ha vita assai più difficile, e se alla fine riuscirà ad imporsi come calendario ufficiale lo dovrà certo più alle logistiche esigenze di sincronizzazione che al riconoscimento dell'autorità spirituale.

Le nazioni europee si adeguano al nuovo conteggio dei giorni in tempi e modi diversi: alla risposta immediata di Italia, Spagna, Portogallo e Polonia si affianca presto, con un ritardo solo di un paio di mesi, anche la Francia; la Germania si spezza (ma in realtà era già ben spezzata, a quei tempi), con gli stati protestanti che non si adeguano fino al 1700, nonostante la Prussia avesse accettato le modifiche gregoriane già nel 1610 e gli stati cattolici quasi immediatamente; l'Inghilterra anglicana resisterà per ben centottanta anni, prima di tagliare via dodici[20] giorni al mese di Settembre 1752. L'est ortodosso è ancora più lento, e usa il vecchio calendario giuliano ancora nel bel mezzo del ventesimo secolo. La "Rivoluzione d'Ottobre" è tale solo per i russi, perché nell'Europa occidentale la notizia della presa del Palazzo d'Inverno arrivò datata 7 Novembre 1917; per i moscoviti, la mezzanotte del 31 Gennaio 1918 li condusse direttamente alle 00:01 della festa degli innamorati, 14 Febbraio. La Grecia, sede principale della Chiesa Ortodossa, cedette solo nel 1924, e la Cina cominciò ad usare il calendario occidentale soltanto nel 1949, nonostante una precedente inascoltata ufficializzazione.

Se i tempi di adeguamento furono diversi, il metodo fu quasi sempre lo stesso: cancellazione brutale del numero di giorni necessario per allinearsi al resto del mondo (e quindi, in ultima analisi, all'Equinozio di Primavera del 325 d.C.). Con qualche eccezione: e la Svezia, a tal riguardo, si mostrò particolarmente creativa. Forse spaventati dall'idea di dover far sparire di colpo quasi una dozzina di giorni, i governanti di Stoccolma optarono per un passaggio morbido e graduale; decisero di abolire tutti gli anni bisestili dal 1700 al 1740, in modo da eliminare gli undici giorni di troppo nell'arco di due ventenni. La cosa può sembrare neanche troppo sbagliata, almeno finché se ne parla intorno ad un tavolo senza rendersi conto che quarant'anni sono un periodo davvero lungo, da passare tutti come "eccezione alle regole". Sia come sia, il progetto fallì presto: il 1700 (bisestile secondo il conteggio giuliano, normale secondo quello gregoriano) rimase non-bisestile anche in Svezia, ma già quattro anni dopo la regola del "niente bisestili per quarant'anni" sembra essere già bella e dimenticata, perché il 1704 ed il 1708 tornano come al solito ad essere anni di 366

[20] Ovviamente, adeguamenti più tardivi richiedono correzioni maggiori, rispetto ai dieci giorni sufficienti nel 1582.

giorni. Qualcuno a Stoccolma deve accorgersi del pasticcio: i nordici non sono ancora in linea col calendario gregoriano perché non hanno ancora abolito tutto il pacchetto di giorni in surplus, e non lo sono più nemmeno col giuliano a causa della non-bisestilità del 1700. Un piccolo attacco di panico dev'essere sorto sulle sponde del baltico, a questo punto, se arriva l'improvvisa decisione di porre rimedio alla cosa quanto prima: e come spesso accade, durante il panico si sceglie quasi sempre di rifugiarsi nel consueto e nel noto, e infatti gli Svedesi decisero di ritornare ad allinearsi al calendario giuliano. Bisognava rimediare all'errore di inizio secolo, e all'inopinato (dal punto di vista "giuliano") assassinio del 29 Febbraio 1700: bisognava insomma inserire un giorno extra da qualche parte, ma correva l'anno 1712, che era già bisestile per conto suo. Questo non bastò a fermare il governo di Stoccolma, e si ebbe così, per la prima e unica volta nella storia, la meteorica comparsa ufficiale di un 30 Febbraio. Non abbiamo idea di quanti cittadini svedesi siano nati il 30/2/1712, e meno che mai riusciamo ad immaginare quanti pochi regali di compleanno abbiano raccolto nelle loro vite; si spera abbiano almeno conservato gelosamente una pagina d'almanacco come quella riportata a fianco, in grado di dimostrare agli amici scettici di non essere stati colti da improvvisa follia, quando dichiaravano la loro data di nascita.


Februarius Göttemånadt

Solen up 7/37. ned. 4/23. Dag 9/28 natt. 14/32.

Gamal Styl. Nya St.

1 d Brigita 11

2 e Kyndelsmässe wackert 12

3 f Blasius Winter. 13

Om Hwetet och Ogräset/ Matth. 13/24.

4 7/24. 14

5 a Agatha Wäder/ 15

6 b Dorothea 16

7 c Richardus Snöö 17

8 d Helena 18

9 40 Martyrer 11/46. f. 19

10 f Apollonius Töö 20

Om the 10 Jungfrur Matth. 25 1.

11 Disiinge. 21

12 a Eulalia 12/28 e. 22

13 b Nicephorus Wäder/ 23

Haar XXX Dagar.

Solen up 6/39. ned. 5/30. Dag. 10/32. tim. N. 13/28.

14 c Valentin 24

15 d Sigfrid 25

16 e Juliana Frost/ 26

17 f Casparus 27

Om Arbetarna i Wingården/ Matth. 20/1.

18 Concordia 28

19 a Susanna 12/58. e. 29

20 b Joachim 1 Mart.

21 c Benedictus Bläst/ 2

22 d Victor ohrwäder/ 3

23 e Tertullianus 4

24 f Matthias Kalt/ 5

Om fyra handa Sädes Ak. Luc: 8/4.

25 Skottdagen. 6

26 g Victoria 12/ 7. e. 7

27 a Leander 8

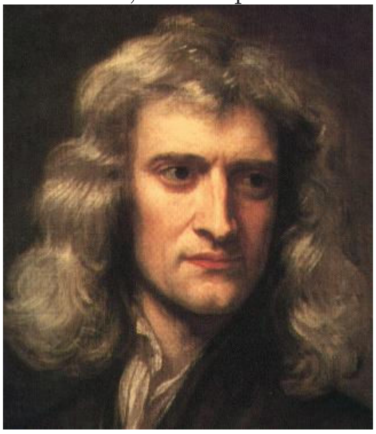
28 b Romanus ostadigt 9

29 c Nestor 10

30 c Tillökt. d. Snöö/ 11

Se il libro della natura, anziché essere scritto con caratteri matematici, fosse stato scritto dagli uomini, è davvero improbabile che qualcuno avrebbe mai potuto cominciare a sillabarlo. Anche nelle costruzioni umane più consolidate e durature si trovano sempre dei trenta febbraio o le invidie di un imperatore, e se non ci fosse la registrazione storica degli eventi gran parte dei meccanismi costruiti dall'umano ingegno resterebbero davvero senza spiegazione plausibile. Ma, almeno fino ad oggi, sembra che la sensazione di Galileo sia ancora valida e che il mondo sia davvero esplorabile supponendolo retto da regole riconducibili alla matematica. E il capitolo più importante di questa esplorazione fu scritto dal direttore di una zecca che si sarebbe forse professionalmente divertito a seguire le peripezie delle banconote dell'Euro; un inglese che nacque in un giorno giulianamente speciale, ma assai meno notevole (e appartenente ad un anno diverso) secondo i dettami di papa Gregorio.

Gli uomini amano i simboli e le coincidenze, e i fisici sono uomini. Una romantica coincidenza di date viene considerata estremamente significativa ai loro occhi, e vi sono particolarmente affezionati. È quella che riguarda la staffetta tra i due padri fondatori della loro scienza: Galileo Galilei, dopo aver gettato le fondamenta della nuova filosofia naturale basata sull'esperienza e sull'osservazione, muore ad Arcetri in povere condizioni di corpo e di spirito, dopo essere passato per il tribunale dell'Inquisizione e l'abiura dell'eliocentrismo e delle sue idee. La fiaccola della nuova scienza sembra già destinata a spegnersi, in quel triste giorno di Gennaio 1642: ed ha pertanto il sapore d'una rivincita magica ed esaltante scoprire che proprio quell'anno così tristemente iniziato termina invece nella gloria della nascita del maggiore erede di Galileo, che supererà il maestro italiano per gloria e successi scientifici. Isaac



Newton nasce infatti il giorno di Natale 1642, e questo virtuale passaggio di consegne tra il pisano e l'inglese rallegra il cuore dei fisici romantici. Resta però il fatto che il 25 Dicembre 1642 del giuliano calendario inglese è già il 4 Gennaio 1463 dell'italico calendario gregoriano, quindi la coincidenza è, anche in questo caso, un po' tirata per i capelli. Ma, visto che si parla d'emozioni e di coincidenze, non è forse più vera la "coincidenza sbagliata" di quanto possa esserlo il mero computo dei giorni a posteriori? Il settantottenne Galileo sa bene di essere nel 1642, quando sente la morte arrivare; e il neonato Isaac per tutta la vita ripeterà le sue generalità declinando "il giorno di Natale dell'anno di grazia 1642" come sua data di nascita, e forse c'è più senso in questo loro convincimento che nei calcoli fatti a tavolino dai posteri allo scopo di allineare su una sequenza senza salti gli avvenimenti della storia. Sono due verità non contraddittorie l'una con l'altra, e se fossimo gli editori di un calendario matematico[21], non esiteremmo a ripetere il nome di Isaac Newton nella casellina del 4 Gennaio, per permettere a chi lo volesse di calcolare con esattezza i giorni trascorsi dall'inizio dell'era newtoniana, e in quella del 25 Dicembre, per fare ad Isaac gli auguri nel giorno esatto in cui lui stesso se li aspetta.

Anche perché se mai ci fosse qualcuno in grado di meritarsi due distinte celebrazioni, quello sarebbe certo sir Isaac Newton. Per quanto matematica e fisica siano legate e collegate, sorelle e colleghe, restano pur sempre scienze ben distinte per metodi e obiettivi. È possibile essere un grande matematico senza essere al contempo un grande fisico, anzi, non è in teoria biasimevole un matematico che sia del tutto digiuno di fisica. Il contrario è assolutamente falso, perché è impossibile essere allo stesso tempo un professionista della fisica senza avere un certo grado di familiarità con la matematica: ciò non di meno, è davvero difficile essere "grandi" in entrambi i campi. La forma mentis del matematico è, deve essere, diversa da quella del fisico; l'attenzione verso il mondo e verso l'osservazione di un fisico è, deve essere, diversa da quella di un matematico. Quando, per ventura, si incontra un personaggio in grado di essere al tempo stesso una figura di alto livello in entrambi i campi, si è inevitabilmente di fronte ad una mente davvero eccezionale. Isaac Newton fu più che una "figura d'alto livello" in entrambe le discipline: è verosimile che un gran giurì di esperti matematici, se costretti a stilare una classifica dei più grandi personaggi della loro scienza, metterebbe Newton tra i primi tre[22], e un analogo consesso di fisici arriverebbe quasi certamente alla medesima conclusione, dovendo stilare l'ipotetica classifica dei più grandi fisici. E non sarebbe neppure una notizia troppo scandalosa se ci si ritrovasse con l'inglese a capeggiare entrambe le classifiche.

L'ultimo mezzo secolo di vita di Newton fu un periodo senza particolari avvenimenti: divenuto ormai celebre e celebrato, condusse una vita da funzionario statale (come direttore della zecca, appunto), personaggio pubblico e membro del parlamento

[21] Discorso puramente ipotetico, s'intende…

[22] Una conferma, un voto, ce lo abbiamo già: Eric Temple Bell dichiara essere Archimede, Newton e Gauss la triade inarrivabile da mettere sul podio, per quel che lo riguarda.

inglese[23]. I suoi primi venticinque anni, tutta l'infanzia e la giovinezza, furono invece tutt'altro che piacevoli: suo padre Isaac morì prima ancora della sua nascita, e il nostro visse fino a tredici anni con la madre Hannah ed il secondo marito di questa, con il quale non ebbe mai un buon rapporto. Solo e solitario, Newton si dedica fin da bambino all'osservazione del mondo, e abbondano gli aneddoti sulla sua precoce genialità. Non si sa con certezza quanto di tali aneddoti risponda a verità: è certo però che entrò al college quasi ventenne, ben più tardi di quanto fosse in uso ai suoi tempi. Percorse la carriera accademica senza infamia ma anche senza alcuna particolare lode, fino a raggiungere il baccalaureato nel 1665. Poi, per fortuna, scoppiò la peste.

Da bambino, Newton era armato solo della sua curiosità. A Cambridge aveva cominciato ad interessarsi di matematica perché, studiando un libro di astrologia, si era irritato nello scoprire che non riusciva a comprendere la matematica che vi era implicata. In breve si fece una cultura su tutta la matematica disponibile, dalla geometria alla trigonometria, e quando la peste costringe Cambridge alla chiusura nell'estate del 1665, Isaac può tornare ad isolarsi nel Lincolnshire, ma stavolta ha armi migliori. I due anni seguenti sono quelli in cui Newton comincia ad insegnare al mondo a guardare a sé stesso con occhi differenti: rifonda la matematica, la fisica, l'ottica e l'astronomia; una rifondazione che durerà vent'anni, ma che si sviluppa soprattutto in questi due anni di isolamento. La sua più celebre frase: *"Non so come io appaia al mondo, ma per quel che mi riguarda mi sembra di essere stato solo come un fanciullo sulla spiaggia che si diverte nel trovare qua e là una pietra più liscia delle altre o una conchiglia più graziosa, mentre il grande oceano della verità giace del tutto inesplorato davanti a me"* assume il suo pieno significato soprattutto in questo periodo, in cui Newton ha il tempo e la passione di misurarsi solo con la natura.

È palesemente impossibile ripercorrere i contributi newtoniani allo sviluppo della matematica e della fisica: inventa il calcolo infinitesimale, scrive l'Aritmetica Universale, e usa la matematica per scrivere i Principi Matematici della Filosofia Naturale. Scopre la Gravitazione Universale, fonda la Meccanica, scrive un trattato magistrale sull'Ottica, e affronta sostanzialmente ogni problema noto ai suoi tempi. Non solo rifonda la fisica affrontandola matematicamente, ma proprio a questo scopo inventa e rigenera gli strumenti matematici che gli sono necessari.

Certo, in parte ha ragione Laplace nel definirlo fortunato, perché le leggi dell'Universo si possono scoprire una sola volta, e quell'unica volta era toccata proprio a lui: però è impossibile capire fino in fondo chi e quando poteva essere in grado di compiere una così gigantesca opera di sistemazione delle umane conoscenze. Il celeberrimo aneddoto della mela che cade dall'albero (ritenuto sicuramente apocrifo sino a qualche anno fa, ma di recente rinvigorito come possibile episodio con qualche base storica) è indicativo, e ha comunque un forte valore didattico. Una mela che cade è osservazione banale e quotidiana, chiedersi perché debba cadere sempre in maniera perpendicolare è invece domanda pregnante e feconda. Nella domanda c'è già, anche se ancora profondissimamente nascosta, la semenza delle forze centrali, dei campi conservativi, del principio di minima azione, e un altro migliaio di principi della meccanica. Guardare l'albero da cui la mela è caduta, intravedere tra le fronde la Luna e chiedersi perché, a differenza della mela, non cada, è speculazione ardita: bisogna avere il coraggio di considerare mela e Luna come corpi simili, soggetti alle stesse leggi; ma questo contraddice sia la logica aristotelica, che ben distingue tra natura terrena e natura celeste, sia l'osservazione, perché indubbiamente la mela staccata dall'albero si precipita a terra, mentre la Luna se ne resta a librare dolcemente nel cielo. È Newton che cambia la prospettiva: sono le sue leggi,

[23] "Per favore, potreste chiudere quella finestra?" – Sembra sia stato questo l'unico intervento di Newton durante tutta la sua permanenza alla camera dei Lords.

certosinamente elaborate e descritte, che ci faranno poi vedere davvero Luna e mela sullo stesso piano, universalmente accomunate da un'unica legge comportamentale. È Newton che parla più forte dei nostri stessi sensi, mostrandoci proprio quello che non avremmo mai creduto, e cioè che la Luna cade proprio come la mela, sta cadendo proprio adesso mentre la guardiamo, e continua a cadere secondo la medesima e assoluta legge che detta il percorso del frutto dal ramo all'erba. È Newton ad abbattere definitivamente la barriera tra cielo e terra, e a dare un senso del tutto nuovo alla parola "universo".

Si può continuare quasi all'infinito, a parlare di Newton. Ci si può polemicamente chiedere come potesse un simile genio dedicare tanto interesse all'astrologia e all'alchimia, o perché gli scaffali della sua biblioteca contenessero assai più testi umanistici che scientifici: a noi sembrano domande oziose, perché la risposta più naturale ("Perché era un uomo curioso") ci pare del tutto soddisfacente. Si può uscire dalle tentazioni agiografiche raccontando il suo brutto carattere, la sua perenne e persistente depressione; si possono saccheggiare le raccolte di frasi celebri che lo cantarono sia in vita sia dopo la sua morte (come *"Nature and Naturès laws lay hid in night – God said "Let Newton be!" and all was light"*[24] di Alexander Pope, o l'ancor più aulica iscrizione sulla sua tomba a Westminster *"Sibi gratulentur mortales tale tantumque exstitisse umani generis decus"*[25]), o invece ripiegare sullo humour che non è mai difficile ritrovare nelle azioni d'un genio. Come fa Douglas Adams, si potrebbe infatti incensare si Isaac per l'invenzione della gattaiola più che per le sue scoperte scientifiche: il padre della "Guida Galattica per gli Autostoppisti" sosteneva che la Gravitazione Universale sì, certo, era una cosa notevole... ma l'idea di incastrare una piccola porta nella porta, in modo che il gatto potesse entrare ed uscire a suo piacimento senza rompere le scatole al padrone, ah! Quello sì era il vero sintomo della genialità! Anche se un secondo aneddoto lega Newton alla porticina per gatti, ledendone un po' l'immagine di genio: quello che ricorda come il lucasian professor ritenne opportuno costruire "altre" gattaiole da affiancare alla prima allorquando la sua micetta ebbe una nidiata di gattini.

Siccome non è però possibile parlare all'infinito di alcunchè, ci limitiamo ad introdurre un timido parallelismo che si riallaccia alle disavventure calendaristiche di cui parlavamo nella prima parte di questo articolo. Si basa sul disordine che trova finalmente una sua magistrale collocazione, una organica sistemazione dopo molti tentativi non riusciti: quel che Cesare fece per il computo dei giorni, Newton fece per la filosofia naturale. Entrambi marchiarono le loro creazioni con i loro nomi, perchè la "fisica newtoniana" ha storia e gloria certo non inferiore a quella del "calendario giuliano". Entrambi trovarono un successore, poi, che marchiò con il proprio titolo eponimo la seconda e migliorata versione delle loro fatiche. Così come "gregoriano" è aggettivo che ha scalzato "giuliano" nel mondo dei calendari, la qualifica di "einsteiniano" (quando non direttamente "relativistico") ha sostituito l'approccio "newtoniano" per ciò che riguarda l'esplorazione del mondo fisico.

In questi nostri tempi, è giusto e sacrosanto computare gregorianamente i giorni e einstenianamente la meccanica: lungi da noi l'idea di mostrarci nostalgici, a tal riguardo. È altrettanto importante però non incorrere nell'errore di considerare gli aggettivi giuliano/newtoniano come sinonimi di "sistemi vecchi e sbagliati", da contrapporre ai "nuovi e giusti". Sono stati sostituiti da sistemi migliori, ma questi sono tali soprattutto perchè conservano quasi integralmente le innovazioni rivoluzionarie introdotte dai precedenti, migliorandone alcuni aspetti fondamentali.

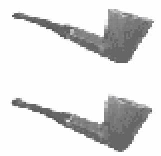
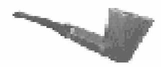
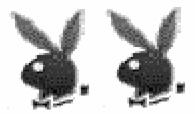
[24] "La Natura e le sue leggi giacevano nascoste nelle notte – Dio disse: "Sia Newton!" e tutto fu luce".

[25] "Si congratulino i mortali con loro stessi che cotanta gloria del genere umano sia esistita". Pessima traduzione, ma è quello che passa la casa.

La "riforma gregoriana" della fisica fu sancita da Albert Einstein, che, forse non a caso, come Newton si occupò di dinamica, di ottica, di gravitazione. Come Newton, rivoluzionò non tanto le formule o i dettagli delle teorie, ma più radicalmente il modo di guardare al mondo fisico. Come Newton, anche Einstein si trovò nella necessità di avere una nuova matematica in grado di trattare la sua nuova visione del mondo (anche se, a differenza di Newton, non fu in grado di inventarsela da solo).

Infine, anche Einstein, come Newton, ebbe il suo anno mirabile. Il 1665 di Newton ha il suo corrispondente einsteniano nel 1905, quando le tre fondamentali memorie videro la luce sugli Annalen der Physik. E allora ci piace ricordare che questo 2004 è giunto alla fine, e che proprio per celebrare l'"annus mirabilis" 1905, il venturo 2005 è stato dichiarato "Anno della Fisica", con innumerevoli manifestazioni che si apprestano a celebrarlo degnamente. Se anche la fisica rallegra le vostre menti, oltre alla matematica e alle farneticazioni di questo giornalino, non dimenticate di celebrarla, l'anno prossimo. E riservate un pensiero speciale a sir Isaac Newton, che l'ha liberata dalle catene della Terra e lanciata nel bel mezzo del Cosmo.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
"Tu vo' fà l'Ammericano..."			
L'infinito Triangolato			

2.1 "Tu vo' fà l'Ammericano..."

...vi lamentate sempre che i giochi che vi propongo sono fatti apposta per ridurvi sul lastrico, ma avete mai guardato un gioco "vero"? Di quelli che si giocano dalle parti di Las Vegas, per intenderci?

Uno carino è il ***Craps***, e non è neanche troppo difficile da giocare.

Dunque, procuratevi due dadi (da uno a sei, spiritosi!) e un amico; uno di voi fa il Banco, l'altro il Giocatore.

Primo tiro:

> Se esce ***7*** o ***11*** vince il Giocatore e finisce il giro.
>
> Se esce ***2***, ***3*** o ***12*** vince il Banco e finisce il giro.
>
> Ogni altro punteggio viene detto ***Point***, e fa passare ai tiri successivi.

Tiri successivi:

> Se esce un ***Point***, vince il Giocatore e finisce il giro.
>
> Se esce un ***7***, vince il Banco e finisce il giro.
>
> Per ogni altro punteggio si continua a tirare, con le regole dei "tiri successivi".

Ora, se i dadi sono onesti (cosa abbastanza improbabile, ma sorvoliamo), il gioco è uno dei più "pari" tra quelli giocati nei Casinò, tant'è che la "cagnotte" (quello che si tiene la casa sulla vostra vincita) è del 2%, ma lasciamo perdere anche questa.

Quali sono le probabilità di vittoria per il Banco? E per il Giocatore?

2.2 L'infinito triangolato

Quando è arrivato in Redazione il Compleanno del mese scorso (Wallis), al sottoscritto è cominciato a ronzare un pensiero in testa... ricordavo un problema in cui c'entrava il ***simbolo***, ma per un qualche motivo lo avevamo accantonato; inoltre dobbiamo confessare di aver ricevuto alcune garbate lamentele in merito all'eccessiva difficoltà dei problemi (e aggiungeteci anche che i problemi "tosti" cominciano a difettare...).

Se c'è una cosa che mi dà fastidio, è perdere un problema; a questo aggiungete la mia abituale testardaggine, e il risultato sarà che alla fine avrò faticato più io di voi, attaccato a 'sto problema... Il lampo di genio per recuperarlo è stato che l'infinito era "scritto male", come scrivevo io da piccolo l'otto (e come lo scriveva un mucchio di gente, secondo me...).

Allora, avete un triangolo rettangolo (di cateti ***a*** e ***b***, ***a<b***, e ipotenusa ***c***). Supponendo il segno di infinito composto di due cerchi uguali ("scritto male!"), qual'è "l'infinito più grosso[26]" che potete farci stare dentro?

Insomma, quanto vale il raggio dei due cerchi dell'infinito?

I soliti saputelli sono invitati a non storcere il naso; se proprio vogliono rendersi la vita difficile, possono calcolare i raggi supponendo i cerchi *disuguali*... Adesso però non venite a piagnucolare la soluzione redazionale: a questa parte non ci abbiamo lavorato, fate voi.

3. Bungee Jumpers

Terza Olimpiade Austriaca di Matematica (1972), round finale

Sia $k \geq 2$ un intero. La sequenza (x_n) è definita da:

$$\begin{cases} x_0 = x_1 = 1 \\ x_{n+1} = \dfrac{x_n^k + 1}{x_{n-1}} \quad \text{per n} \geq 1 \end{cases}$$

1. Dimostrate che per ogni intero positivo $k \geq 2$ la sequenza è una sequenza di interi
2. Se ***k=2***, mostrate che $x_{n+1} = 3x_n - x_{n-1}$

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Un altro mese è passato e vi ritrovate davanti il numero più corposo di RM, il tradizionale numero di Natale. Dobbiamo raccontarvi tantissime cose, ma non sappiamo bene da dove cominciare, così cominciamo dalla fine.

Finalmente si è svolto il CdR invernale di RM, quello che è dedicato al Natale, ma che quest'anno è stato anticipato per motivi puramente logistici. Di quello che è successo e che si è detto, non vi riferiamo niente (anche perché la quantità di alcool ci ha annebbiato notevolmente la memoria ed ora non ci ricordiamo più nemmeno noi di cosa abbiamo parlato veramente... soprattutto Alice, che dovrebbe tenere le minute...). Come al solito non ci siamo messi d'accordo su nulla, e la rubrica dei pettegolezzi resterà ancora per un bel po' nelle Note delle S&N, sempre che qualcuno non protesti e faccia sapere che trattasi di rubrica assolutamente inutile.

Nel frattempo, però, il numero di mail che "parlano d'altro" arrivate in Redazione si è moltiplicato, ed il nostro Postino è sempre più impegnato su tutti i fronti (noi non li nominiamo mai, i nostri lavori che pagano le bollette, ma il suo ultimamente lo porta a viaggiare moltissimo, ed è un miracolo che continui a rispondere a tutti con minimi ritardi...). Nel frattempo il Capo ha scoperto qualche altarino sulla famosa G-mail e Google. Il suo servizio di posta, Gmail, è bucabile, secondo *The Register*, basterebbe infatti conoscere il nome utente (che è indicato pubblicamente nell'indirizzo della casella Gmail) per scavalcare la password che protegge la casella di posta corrispondente. Anche Google Desktop Search, il programma gratuito per "Googlare" il proprio computer, ha grossi

[26] L'intero problema è stato scritto per permettere questa battutaccia [RdA].

problemi di sicurezza; la falla, ora risolta parzialmente da Google, consentiva (grazie a Javascript) a un sito ostile di ricevere i risultati delle ricerche fatte dall'utente nel proprio disco rigido, venendo quindi a conoscenza del contenuto del computer della vittima. Sgradevole. Spaventati, rimanderemo l'uso della nuova mail. La nostra è infestata dallo SPAM, ma almeno è curata dal caro Yan, che ogni mese ci regala una finestrella pop-up più originale.

Finalmente abbiamo anche un angolo rosa su RM! ***Katia*** e ***Viggio*** si sono sposati, sancendo la prima coppia ufficiale di RM (ricevuta foto ricordo, che non pubblichiamo perché sono troppo belli), e speriamo che mettano su famiglia (il fratello di Katia è anche lui nella nostra lista abbonati, ma non conta). Naturalmente gli abbiamo regalato un abbonamento gratuito (sic!) perenne ad RM, e abbiamo concesso la licenza di discussione dei problemi... si sono scelti anche un magnifico allonimo, che pubblicheremo solo quando si decideranno a risolvere un problema *[come i Culbertson hanno inventato la canasta a due in viaggio di nozze, ci aspettavamo qualche problema lo risolvessero... e tra un po', fare "RM per i piccoli" diventerà un imperativo categorico... Quanti figli in età scolare hanno, i lettori di RM? Zona elementare-media, intendo (RdA)].*

Indipendentemente dal fatto che i Nostri non intendono ricevere RM in mail singola, con Novembre RM ha superato i 500 abbonati, e lo scriveremmo nei ReMorabilia, se avessimo tempo di aggiornarli: dopo il boom della Val d'Aosta, ci scrivono (e leggono) sempre più Eporediesi e Sardi. Incoraggiati, stiamo cercando un editore che ci pubblichi del materiale, ogni consiglio in proposito sarà gradito.

Alcuni di voi (per ultimo ***Cornelius***) si sono divertiti e/o indignati per la *signature* auto-referenziale alla fine della mail di distribuzione... se non altro abbiamo raggiunto lo scopo di attirare l'attenzione di qualcuno. Perdonateci, siamo dei burloni...

Come annunciato il mese scorso, il Capo è stato al Convegno del CICAP, e ci ha mandato un resoconto completo, che vi passiamo senza modifiche (come potremmo?):

> Veloce resoconto sul convegno CICAP-CeRaVoLC (Questo non lo sapete... CEntro RAccolta VOci e Leggende Contemporanee), che hanno fatto sì che il sottoscritto non facesse assolutamente nulla per RM (sono riuscito a spendere quasi settanta euro in carta varia, per il resto).
>
> Per prima cosa, l'argomento era "Contaminazioni: voci, bufale e leggende metropolitane nell'era di Internet". La cosa è cominciata con una certa disorganizzazione (classica mezz'ora di ritardo, che nel corso della giornata si è allungata a un'ora abbondante) e la presentazione del convegno da parte del segretario del CeRaVoLC (ha la voce identica a Guccini) e un paio di "lezioni" (di prof universitari) francamente piuttosto noiose; non credo che organizzare un modulo cartaceo per creare un archivio (pregasi notare: "archivio", non "database") delle LM sia poi un'idea da "era di Internet".
>
> Successivamente Jean-Bruno Renard ha fatto l'analisi sociopsicologica di una LM, cercando le motivazioni "del profondo" che l'hanno fatta nascere. Interessante, soprattutto perché mi ha permesso di sfoggiare la mia conoscenza del francese, ridendo alle battute quando le diceva lui e non quando venivano tradotte.
>
> Indi, è comparso sul palco l'Eroe Impegnato nella Missione Impossibile: quello che sta cercando (con un libro scaricato da Internet) di spiegare a Paola *[fortunata consorte del Capo (AR)]* come rendere ragionevolmente sicuro un computer WinXP. Paolo Attivissimo! Se non ce la fa lui, non ce la fa nessuno (e si chiama proprio così: ci ha fatto vedere il passaporto). Posso solo dire che l'originale riesce ad essere ancora più brutto delle sue foto sul web. Ci ha raccontato come fare il "detective antibufala" in rete; abbastanza divertente, anche se un filino troppo sull'aneddotico, IMHO.

Nel pomeriggio, interventi vari (Danilo Arona e Marino Niola) di interesse relativo; indi, sfoggio della conoscenza dell'inglese ascoltando un danese, sulla bufala del "domani c'è un attentato".

Parte "leggera": Carlo Presotto (sua descrizione: "Attore, Drammaturgo e Psicanalista"), con l'aiuto di una telecamera macro, una tazza di the, biscotti e poco altro ha raccontato la leggenda del pesce-siluro: uno dei subacquei si chiamava Ugo Traminer (e quelli che hanno riso sono stati ampiamente presi per i fondelli), sulla "Base Segreta di Ricerche Biologiche Legata alla Base Americana Ederle di Vicenza" si leggeva "Coca Cola" (era una lattina), il tizio che faceva ginnastica era un cavaturaccioli e ogni volta che il pesce siluro si mangiava qualcosa, questa spariva dal campo d'azione della telecamera e finiva nelle capaci fauci di Carlo Presotto. Da mettersi a piangere a forza di ridere.

A conclusione, Mariano Tomatis ha raccontato come ha costruito la bufala di taglia XL sul "Santo Graal a Torre Canavese"; molto divertente, anche perché si trattava di capire da soli quali erano le parti balorde; una per tutte, che ci è abbastanza vicina: "... e se segnamo sulla mappa topografica la posizione dei tre punti in cui abbiamo trovato questi indizi, vediamo che per essi passa un cerchio; questa non può essere una coincidenza e il Graal, quindi, DEVE essere sepolto al centro di questo cerchio". Sono stato uno dei pochi a ridere, molto triste... La cosa proseguiva ambientando (sempre per "evidenti" indizi) l'Annunciazione "nella zona di S.Elisabetta" che, se non ve lo ricordate, è la chiesa che si vede su in cima dal Luogo da Cui[27]. Ho solo due critiche da muovere a Mariano e in giornata gli scriverò (devo verificare se ne parla sul sito, dove c'è tutta la bufala).

1) Non ha citato il fatto che la valle in cui c'è S.Elisabetta ed è avvenuta l'Annunciazione si chiama Valle SACRA. Quindi, qualcosa deve essere successo.
2) Non ha citato che secondo leggenda lì dorme un basilisco (che, se non sbaglio, è stato utilizzato come simbolo del Cristo... Doc, ricordi qualcosa, in merito?[28]) e quindi c'è di sicuro sotto qualcosa. Triste notare che la locale Azienda per il Turismo non abbia sfruttata la cosa... Fortunatamente ci ha pensato la locale Cantina Sociale (di Filia), producendo un Canavese Bianco con, in etichetta, un basilisco decisamente sovrappeso. Se volete leggervi la bufala, Googlate "Mariano Tomatis", "Torre Canavese", "Gral" (attenzione: provate con una "a" sola, in "Graal"; l'assenza della seconda "a" gli serve per costruire una serie di indizi).

Rientro a casa (avedo una famiglia, saltata la cena del convegno) e scoperta che Paola sta cercando di "vendere" dei corsi di Carlo Presotto... Purtroppo, la partecipazione dei familiari ai corsi non è permessa. Tornato a piedi (da Piazza Valdo Fusi), con una zainata di libri.

Secondo giorno (andato a piedi, con uno zaino piacevolmente leggero): Cortometraggio "Chi non muore si ripete", di Mendolia e Norzi; basato sull'amicizia di un automobilista con l'autostoppista fantasma. "Amicizia" nel senso che, scoperta la fantasmicità, continua a passare di lì e a darle il passaggio; e siccome

[27] Il "Luogo da Cui" è l'allonimo del posto dove il GC si ritira per dedicare tempo a RM. Se pensate che abbia qualche relazione con "il Paesello" protagonista di molti problemi di RM, non siete molti distanti dal vero; comunque, pochi eletti sanno esattamente a quale toponimo corrisponda il "Luogo da Cui", e col cavolo che lo diremo qui (PRS). Il Capo ci autorizza inoltre a dire che l'allonimo deriva da *"Luogo da Cui, in Passabili Condizioni di Lucidità Mentale e Atmosferica, l'Intero Canavese è Rimirabile in Tutta la Sua Beltà".* (AR)

[28] Poco. La simbologia animalesca medievale è molto più difficile della Teoria dei Gruppi. C'è per certo una relazione tra gallo, animale che annuncia la "luce", e il basilisco, animale che rappresenta le "tenebre". Il gallo è spesso usato come simbolo del Cristo proprio per il concetto di "luce divina", ma talvolta anche il basilisco può aver avuto lo stesso ruolo proprio perché la Resurrezione, e quindi Cristo, è vista come un passaggio dalle tenebre-basilisco alla luce-gallo. Almeno credo. (PRS)

l'autostoppista ripete sempre le stesse parole, l'automobilista costruisce (con un accento siculo fortissimo) una serie di dialoghi completamente surreali. Decisamente carino, se vi capita per caso non perdetevelo.

Infine, sarebbe dovuto arrivare l'Ospite Segreto, ma è stato trattenuto altrove; fortunatamente, la relazione è stata letta da altri e l'argomento era "La leggenda metropolitana delle leggende metropolitane, ovvero perché in italiano si chiamano così mentre in inglese si chiamano 'urban legends'".

Ma questa non ve la racconto, così imparate a non venire ai convegni. NESSUNO CHE MI CERCAVA! E dire che avevo:

1) la pipa (ero l'unico a fumarla, quindi non era difficile trovarmi).
2) un regolo calcolatore nello zaino (non l'ho usato, ma la chiaroveggenza ai convegni del CICAP è di default)
3) un maglione grigio (e che c'entra? Niente, ma è nuovo e volevo sfoggiarlo anche qui).

Il ritorno a casa, con un secondo zaino affardellato (altri libri).

Infine, stamattina, arrivo in ufficio e chittitrovo, dopo almeno sei anni di assenza? LEI! La bufala della BambinaCheStaMaleECheVuoleUnaMail! e tutti che, prima di mandarla avanti, facevano un bel "Reply All". La cosa più seccante è che qualcuno è andato a cercarsi la pagina web opportuna e ha scoperto che la bambina è morta tre anni fa; ha mandato (in reply all) la notizia e tutti quelli che l'hanno ricevuta hanno mandato (indovinate come?) la notizia...

Ringraziamo il nostro inviato molto speciale.

Mistral ci ha inviato una memoria molto interessante sui residui quadratici, ed il Capo sta preparandosi per un saccheggio a piene mani per uno dei suoi famosi PM... ma non ancora, in questi giorni ci sta tormentando con i gruppi simmetrici e il Doc ha un terribile mal di testa, a simmetria circolare.

Giusto per concludere con il tormentone del mese, il Calendario è in ritardo. Sarà infatti pronto giusto in tempo per l'invio a metà mese e non due mesi prima come sempre...

Divertitevi a leggere le soluzioni, ora, che noi apriamo lo spumante. Si festeggiano i cinquecento iscritti e i ringraziamenti nei form d'iscrizione, i compleanni del Doc, i nuovi adepti che producono soluzioni, e in anticipo ci si prepara al prossimo compleanno di RM.

4.1 [068]

4.1.1 Cerentoliadi

Zar si è lamentato che non vi abbiamo dato una versione finale delle Cenerentoliadi, così ecco la soluzione (brutta) che aveva il Capo.

Sia t=1 la prima settimana. Per un cenerentoliaco x, sia $x(t)$ la bevanda scelta alla settimana t.

Per t>1, definiamo $g(x,t)$ come il doppio delnumero di amici y di x tali che: $x(t) = y(t-1)$, più uno se $x(t) = x(t-1)$.

Per t>2, definiamo $h(x,t)$ come il doppio del numero di amici y di x tali che $x(t-2) = y(t-1)$, più uno se $x(t-2) = x(t-1)$.

Per t>1, definiamo $f(t)$ come il doppio del numero delle coppie di amici (x,y) tali che $x(t) = y(t-1)$ (bisogna considerare sia (x,y) sia (y,x)), più il numero di cenerentoliaci x tali che $x(t) = x(t-1)$.

Si avrà:

$$f(t) = \sum_x g(x,t)$$

$$f(t-1) = \sum_x h(x,t)$$

$$g(x,t) \geq h(x,t)$$

Quest'ultima perché la loro differenza è solo la scelta *x(t)*, che a sua volta è fatta per rendere *g(x,t)* il più grande possibile, dato che la maggioranza sceglie la nuova bevanda. Inoltre, *g(x,t)* = *h(x,t)* solo se *x(t)*=*x(t*-2*)*. (Se *x(t)* è diverso da x(t-2) allora esattamente uno tra *g(x,t)* e *h(x,t)* è pari e l'altro è dispari.

Chiaramente *f(t)* è una funzione intera di *t*, almeno grande quanto *f(t*-1*)*, con *f(t)*=*f(t*-1*)* solo se *x(t)*=*x(t*-2*)* per ogni *x*. *f(t)* non può essere negativa, ed è limitata superiormente da 2*N(N*-1)+*N*, dove *N* è il numero dei cenerentoliaci.

Si può aspettare finchè f raggiunge il suo massimo *f(T)*; dopodichè per ogni *t*>*T*+*1*, sarà *x(t)*=*x(t*-2*)*. Quindi il comportamento dei cenerentoliaci è periodico di periodo 1 o 2 dopo un tempo *T*. Un esempio di periodo 2 è un grafo bipartito: le sole amicizie possibili sono tra uomini e donne: la prima settimana i primi bevono the e le seconde caffè e la settimana successiva si scambiano.

Seconda parte:

Un club con 1000 membri con "grafo delle amicizie" 1--2--3--4--...--998--999--1000 e comincia con la combinazione (1,1,0,1,0,1,0,1,...,0,1) (cioè tutti i membri pari più il primo membro bevono caffè la prima settimana, mentre gli altri bevono the), andrà avanti per 998 settimane, prima di stabilizzarsi su un regime di caffè per tutti alla settimana 999.

4.2 [070]

I problemi del mese scorso sono stati descritti da tutti "troppo facili". Dopo tanto tempo a rispondere a lettori depressi che non riuscivano a risolvere niente, ora vi lamentate del contrario, siete incontentabili. Per fortuna che quest'anno con l'avvicinarsi del Natale abbiamo deciso di essere buoni.

4.2.1 L'amuleto di Yendor

L'amuleto è stato placcato e pesato da ***PMP***, ***Mistral***, ***Zar***, ***Qfwfq*** e ***Carontino*** (ha trovato il problema talmente facile che si è dato un diminutivo...). Dato che le soluzioni tendono ad essere molto simili, anche quelle che hanno un risultato numerico (in realtà ***PMP*** e ***Mistral*** non ci hanno nemmeno pensato, a fare i calcoli), pubblicheremo quella di ***Caronte***: a ***Zar*** scoprire come mai la cifra finale non gli viene uguale, anche se il procedimento è lo stesso...

Il fendente che ha tagliato l'amuleto in due parti ha diviso ciascuna delle circonferenze che ne delimitavano le facce in due archi di lunghezze disuguali. Indicato con r il raggio di una di esse e con 2α l'angolo sotto il quale veniva visto dal centro di una faccia dell'amuleto il minore dei due archi, la sua lunghezza l_P e quella l_G del maggiore risultano rispettivamente

$$l_P = 2\alpha r \quad \text{e} \quad l_G = 2(\pi - \alpha)r\,,$$

mentre la lunghezza del taglio è

$$l_t = 2r\sin\alpha\,.$$

La bordatura in argento delle due parti ha ovviamente un costo proporzionale al loro perimetro che, altrettanto ovviamente, è

$$P_P \equiv l_P + l_t = 2(\alpha + \sin\alpha)r$$

per la minore e

$$P_G \equiv l_G + l_t = 2(\pi - \alpha + \sin\alpha)r$$

per la maggiore. Ora, sappiamo che

$$\frac{P_G}{P_P} \equiv \frac{2(\pi - \alpha + \sin\alpha)r}{2(\alpha + \sin\alpha)r} = \frac{1000}{5000} = 2$$

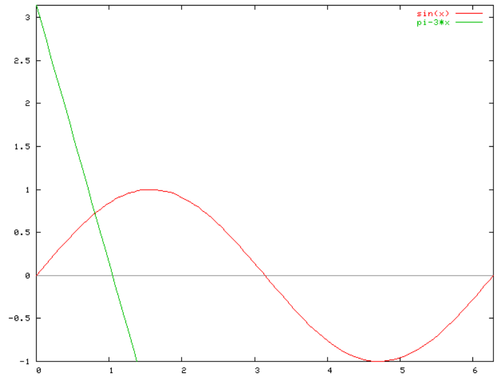
e di qui ricaviamo che l'angolo α è soluzione dell'equazione

$$\sin\alpha = \pi - 3\alpha \, .$$

Questa ha un'unica soluzione che risulta

$$\alpha = 0.80656 \, ,$$

(...) *[Inseriamo qui, invece della spiegazione di Caronte, la soluzione grafica dell'equazione di Zar, che è bella e fa notare come il risultato coincida ancora fino a qui (AR)].* Noto α, abbiamo una precisa indicazione sulle dimensioni dei due tronconi. Per quanto riguarda le superfici delle loro facce, ognuna di quelle del minore è data dall'area del corrispondente settore cicolare,



$$A_P = \alpha r^2 \, ,$$

diminuita dall'area

$$A_T = r\sin\alpha \cdot r\cos\alpha = \frac{1}{2} r^2 \sin 2\alpha$$

del triangolo isoscele avente per base il taglio e per vertice il centro di una faccia dell'amuleto; la superficie S_P di una faccia del segmento minore è dunque

$$S_P = A_P - A_T = r^2\left(\alpha - \frac{1}{2}\sin(2\alpha)\right);$$

ciascuna faccia del maggiore, invece, ha una superficie pari all'area

$$A_G = (\pi - \alpha)r^2$$

del corrispondente settore circolare, aumentata dall'area A_T e quindi essa è

$$S_G = A_G + A_T = r^2\left(\pi - \alpha + \frac{1}{2}\sin(2\alpha)\right).$$

Poiché la placcatura in oro ha un costo proporzionale alla superficie da placcare, il numero N di Monete d'Oro necessario per pagare la placcatura del segmento piccolo è dato dalla proporzione

$$\frac{N}{1000}=\frac{S_P}{S_G}$$

e quindi da

$$N=\frac{S_P}{S_G}10^5=\frac{\alpha-(1/2)\sin(2\alpha)}{\pi-\alpha+(1/2)\sin(2\alpha)}10^5.$$

Utilizzando per α il valore precedentemente trovato, il rapporto tra le superfici risulta

$$\frac{S_P}{S_G}\equiv\frac{\alpha-(1/2)\sin(2\alpha)}{\pi-\alpha+(1/2)\sin(2\alpha)}=\frac{0.30701}{2.83458}=0.10830$$

e quindi

$$N=10\ 830.$$

I Sacerdoti del Nuovo Tempio Sacro pagheranno dunque, a chi avrà ritrovato e consegnerà loro il frammento piccolo del Sacro Amuleto di Yendor, ben 15830 Monete d'Oro, 5000 per la bordatura in Ag e 10830 per la placcatura in Au.

E meno male che nessuno ha tentato di placcare in oro anche la bordatura, il Capo dice che in quel modo il problema non è risolvibile...

4.2.2 L'ultima partita della stagione

Tante, tantissime soluzioni di questo problema. ***PMP*** ha accennato velocemente la risposta ed un metodo per passare la palla, ***Mistral*** ci ha inviato un foglio Excel che descrive i passaggi di palla possibili, ***Zar*** ha trovato analogie con un vecchio problema proposto su queste pagine:

> Qua ho iniziato a scarabocchiare qualche disegnino e, scarabocchiando scarabocchiando, sono arrivato a Koenigsberg. Con qualche variante, però: mentre nel problema della passeggiata per la città si richiedeva di passare sopra ogni ponte *una volta soltanto*, qua si lascia la possibilità di percorrere lo stesso ponte anche una seconda volta nella direzione contraria (tradotto nel linguaggio del freesbee (o frisbee?) se Alberto tira a Beatrice poi potrà succedere che Beatrice ritira ad Alberto). Insomma, abbiamo un oggetto che si dovrebbe chiamare grafo orientato completo. Il nostro problema è percorrerlo tutto passando una sola volta su ogni spigolo del grafo. A questo punto mi sono ricordato di aver letto di questo problema su un libriccino ("I grafi e le loro applicazioni", di Oystein Ore) e sono andato a ripescarlo: ho trovato il modo di percorrere completamente il grafo, qualunque sia il numero di giocatori di freesbee. Eccolo qua:
>
> Scegliamo un vertice iniziale A (Alberto è il primo a tirare). Iniziamo l'itinerario lungo un certo spigolo, indicando con una freccia la direzione presa: arriveremo ad un secondo vertice B (abbiamo tirato a Beatrice). Mettiamo una freccia vicina allo spigolo di arrivo, e inoltre, la prima volta che giungiamo ad un nuovo vertice, mettiamo un segno speciale sullo spigolo di entrata in modo da poterlo riconoscere in seguito. Poi ripetiamo il procedimento, scegliendo sempre direzioni non ancora adoperate, quando è possibile, o lungo spigoli che non erano stati percorsi prima oppure lungo spigoli che erano stati segnati come spigoli di arrivo. Soltanto quando non c'è altra possibilità allora adoperiamo il primo spigolo di entrata (quello che avevamo contrassegnato con un segno speciale) come spigolo di uscita. Ebbene, questo metodo funziona. Nel caso dei quattro monelli che giocano, si può ottenere, ad esempio, il seguente percorso: ABCDACADBDCBA.

Vediamo perché il metodo funziona. Ogni vertice ha tante entrate quante uscite, quindi il procedimento può avere termine solo al vertice di partenza A. La domanda è: è vero che ad ogni vertice tutti gli spigoli sono stati percorsi in entrambe le direzioni?

Per il vertice A, la risposta è sì, infatti tutti gli spigoli di uscita devono essere stati adoperati, altrimenti si sarebbe potuto continuare ancora, e allora anche tutti gli spigoli di entrata sono stati adoperati dato che sono tanti quanti i precedenti. In particolare lo spigolo che porta da A a B è stato percorso in entrambe le direzioni. Ma allora anche tutti gli spigoli di uscita di B sono stati adoperati, dato che il primo spigolo di entrata (sempre quello contrassegnato con il segno speciale) doveva essere adoperato soltanto per ultimo come uscita. Lo stesso ragionamento si applica al successivo spigolo che porta da B a C, e così via. In questo modo troviamo che in tutti i vertici raggiunti tutti gli spigoli devono essere stati percorsi nei due sensi.

Quindi quanti passaggi si possono fare? Ci sono N giocatori. Ognuno può passare a (N-1) compagni e a sua volta ricevere, quindi ci sono 2(N-1) possibili collegamenti. Naturalmente non bisogna contare due volte ogni collegamento (ogni collegamento in uscita per un giocatore è un collegamento in entrata per l'altro giocatore). Quindi ci sono $N(N-1)$ possibili passaggi.

Molto chiara anche la soluzione di ***Gian Piero***, anche se, come altri, ha confuso il sesso di Hymen. Il Capo ci fa sapere che Hymen è una simpatica ragazzina di Casablanca, non un maschietto *[… e adesso non cominciamo la solita tiritera che Casablanca era un tempo famosa proprio per la risoluzione chirurgica di "incertezze di genere", per favore…(PRS)]*: si legge in un modo che somiglia molto a "Hah-myn", con la "y" quasi "u". Comunque, lei lo scrive così. La stessa soluzione viene da ***u_toki***, che ultimamente ci aveva un po' trascurato per gli studi. Diamo la precedenza a ***Gian Piero***, alla sua prima pubblicazione:

Questa masnada di Piccole Grandi Pesti che giocavano a freesbee era ormai così grande che il sistema alfabetico mostrava alcune incertezze. Con l'arrivo di Andrea, non sapevo come indicare Alberto, cosicchè li ho chiamati A1 e A2, ma mentre l'uno protestava perchè non voleva essere il "secondo", l'altro protestava perchè non voleva essere un'autostrada... In questo clima di confusione in cui tutti si stavano alterando e solo Hymen sembrava essere tranquillo mi è sembrato opportuno dire:

sia n il numero dei giocatori e li si indichi con $x_1, x_2, ..., x_n$. Alcune considerazioni:

1. ogni giocatore non può passare la palla due (o più) volte allo stesso compagno. Quindi ogni giocatore effettua al massimo n-1 lanci
2. se esiste una configurazione che consente ad ogni giocatore di giocare il più possibile (effettuare n-1 lanci) allora il numero di lanci totali di questà configurazione è $N = n(n-1)$

Tale configurazione esiste. Una possibile è:

$(x_1 - x_2 - x_1 - x_3 - x_1 - \dots - x_1 - x_n) - (x_2 - x_3 - x_2 - x_4 - x_2 - \dots - x_2 - x_n) - \dots - (x_{n-1} - x_n) - x_1$

compiendo appunto $N = n^2 - n$ lanci totali. (...)

Gli esempi ve li lasciamo immaginare. ***RM²*** torna a scriverci e ci offre una soluzione a puntate che raggiunge il solito risultato a partire dalla formula del numero delle diagonali di un poligono di n lati, e una modalità ricorsiva di lanci della palla.

Invece di A, B, C, D... i giocatori li chiamo X_0, X_1, X_2... La costruzione è ricorsiva.

Se sono solo due il disco parte da X_0, va a X_1 e torna a X_0.

A questo punto si innesca la soluzione ricorsiva. Aggiungiamo il giocatore $X_{(n+1)}$.

Il disco è nelle mani di X_0. X_0 lancia a $X_{(n+1)}$ il quale lo lancia a X_1 e lo riceve indietro, poi lo lancia a X_2 e lo riceve indietro e così via fino a X_n, lo riceve indietro e lo rilancia ad X_0 e il cerchio si chiude.

Qfwfq si è prodotto in una soluzione scritta con OO in cui si lamenta apertamente dell'eccessiva facilità del problema, ***Loba*** ci fornisce un altro metodo per ottenere il massimo numero di lanci:

Perché una stringa appartenga all'insieme delle partite possibili è necessario 1) che le coppie non si ripetano 2) che il secondo elemento di una coppia coincida con il primo della successiva. Procediamo intanto con un esempio con n=5 un modo per ottenere5x4=20 coppie (o passaggi, chiamateli come volete) è il seguente: <A,E><E,D><D,E><E,C><C,E><E,B><B,E><E,A><A,D><D,C><C,D><D,B><B,D> <D,A><A,C><C,B><B,C><C,A><A,B><B,A>, che dà luogo alla stringa AEDECEBEADCDBDACBCABA. Per generalizzarlo ad un alfabeto di n simboli iteriamolo così: sia S={a_1,…,a_n} l'alfabeto, la prima coppia sarà <a_1,a_n> poi assocerò all'ultimo simbolo quello che gli è più vicino (prima il penultimo e ritorno, poi il terzultimo e ritorno) finchè non sarò di nuovo ad a_1; ora passerò al penultimo, associandolo in ordine inverso a tutti i simboli che lo precedono, tornato al primo lo porrò in coppia con il terzultimo, sino ad esaurire tutte le possibili coppie.

Commento: questo modo di tirarla in lungo non rende il gioco molto divertente, tranne che per i primi, per gli ultimi sarà molto intenso l'inizio, poi la partita perderà ogni interesse. (...)

Gentile da parte sua cercare una soluzione che diverta anche le pesti... In ogni caso ha cercato di scatenare la rissa con il GC a proposito degli ADM, ma in Redazione non si sono visti volare draghi, probabilmente non ci sono state conseguenze. Ancora un diverso algoritmo da ***jvanbie***, con tanto di figura:

Il mio metodo è quello di metterli in ordine alfabetico ("A-B-C-D-E-F-G-H" per chi non sapesse l'alfabeto) e di far lanciare il frisbee a quello successivo (A-B/B-C/C-D/...) finchè A non abbia di nuovo in mano il frisbee, A, però non può più lanciare il frisbee a B quindi lo lancerà a C (successivo al successivo(sempre ordine alfabetico)) che per il medesimo motivo lo lancerà a E, a G, che lo rilancerà ad A, che dovrà lanciarlo a D(successivo al successivo del sucessivo), avendolo già lanciato a B e a C, ma questo avendolo già lanciato solo al sucessivo, adesso lo lancerà al successivo del suo successivo...

Tutti fanno un lancio di un "salto" (guarda figura), quando lo hanno già fatto e gli ricapita in mano il frisbee, faranno un lancio di due "salti" (sucessivo al sucessivo) e così via fino al lancio da sette "salti" (forse sarebbe meglio dire sei sorvoli). Non è detto però che se A lancia il frisbee al sucessivo del successivo lo debbano fare anche gli altri, se non lo hanno ancora lanciato al sucessivo allora lo devono fare, ognuno guarda e tiene a mente quanti salti ha fatto il SUO ultimo lancio. Ovviamente H è collegato ad A, quindi se G fa un lancio da due "salti" il frisbee arriva ad A.

Con questo metodo sono arrivato alla seguente catena:

A-B-C-D-E-F-G-H-A-C-E-G-A-D-F-H-B-D-G-B-E-H-C-F-A-E-A-F-B-F-C-G-C-H-D-H-E-B-G-D--A-G-E-C-A-H-F-D-B-H-G-F-E-D-C-B-A

che sono 56 passaggi, infatti 8 persone per 7 passaggi, fanno 56 passaggi, non contando eventuali auto passaggi da inserire ovunque si voglia nella catena.

Bellissima la soluzione di ***Sam*** (Bentornato!), che sfrutta anche lui la navigazione del poligono a *n* lati, e il contributo multiplo di ***Yirdic*** (Benvenuto!), che riportiamo perché ci pare un'interessante generalizzazione e perché si tratta di primo contributo (lo dicevamo che a Natale siamo buoni, quest'anno?).

Notazione: Sia n (con n>2, i casi n=1 e n=2 sono talmente banali che non vale la pena considerarli) il numero delle Pesti e siano **1**, **2**, ..., ***n*** le Pesti stesse.

Risposta: I possibili passaggi sono $n(n$-1) e le Pesti riescono a farli tutti.

Il modo più semplice per costruire la sequenza di passaggi è questo:

1 passa a ***n***, ***n*** passa a **1**;

1 passa a ***n*-1**, ***n*-1** passa a **1**;

...

1 passa a **2**;

2 passa a ***n***, ***n*** passa a **2**;

2 passa a ***n*-1**, ***n*-1** passa a **2**;

...

2 passa a **3**;

...

n*-1** passa a ***n, ***n*** passa a ***n*-1**;

***n*-1** passa a ***n*-2**;

...

3 passa a **2**;

2 passa a **1**.

Dimostrazione: Ogni Peste può passare il frisbee a tutti gli altri, quindi ognuna delle n Pesti passa il frisbee ad altre n-1 Pesti. In totale $n(n$-1) passaggi (ricordiamo che "**i** passa a **j**" è diverso da "**j** passa a **i**").

Il modo più veloce per vedere se le Pesti riescono a fare tutti i passaggi è quello di costruire un metodo per cui ciò avvenga.

Sia PASSO 1 : **1~n; n~1; 1~n-1; ..., 1~2**

PASSO 2 : **2~n; n~2; 2~n-1; ..., 2~3**

...

PASSO n-1: **n-1~n**

PASSO n : **n~n-1, n-1~n-2, ..., 3~2, 2~1**

Ora sia **i~j** il passaggio generico (# indica "diverso", non è una notazione standard ma mi è comoda):

se i=1, **1~j** è nel passo 1

se j=1, **i~1** è nel passo 1 (se i#2) o nel passo n (se i=2)

se i=j+1, **i~j** è nel passo n

se j=i+1, **i~j** è nel passo i

se i#j+1 e j#i+1 e i#1 e j#1 e i>j, **i~j** è nel passo j

se i#j+1 e j#i+1 e i#1 e j#1 e i<j, **i~j** è nel passo i

Così qualunque sia il passaggio, esso è realizzato, perciò il metodo funziona ed i passaggi totali sono $n(n$-1).

Ora sorge una domanda *[e nasce la generalizzazione che aspettavamo (AR)]*:

Le Piccole Pesti hanno capito che il gioco è sempre realizzabile ed è anche un po' noioso. Hanno, perciò, aggiunto una regola: non si può rilanciare il frisbee a chi te l'ha appena lanciato. In pratica se **1** tira a **2**, **2** non può tirare a **1** subito dopo. Quanti passaggi riescono a fare le Pesti?

Dimostrazione: Sia sempre n>2.

Se n=3, le Pesti possono fare al più 3 passaggi: **1** passa a **2**, **2** deve passare a **3** e **3** deve passare a **1**; ora **1** non può passare a **2** (l'ha già fatto) né a **3** (ha appena tirato a 1). Così il gioco si ferma a **3**.

Sia n dispari e n>3. Servono due risultati parziali:

LEMMA 1: In un n-agono regolare (con n dispari e maggiore di 3) esiste sempre un percorso chiuso (che parta da un vertice **1** e torni ad **1**) che tocca tutti e soli i lati del poligono (La dimostrazione è ovvia!).

LEMMA 2: In un n-agono regolare (con n dispari e maggiore di 3) esiste sempre un percorso chiuso (che parta da un vertice **1** e torni ad **1**) che tocca tutte e sole le diagonali del poligono (si parte da **1** si va a **3**, poi a ***n***, poi a **2**, poi a ***n*-1**, ...).

Adesso basta partire da **1** e percorrere tutto il perimetro in un senso. Tornati a **1**, si percorrono tutte le diagonali in un senso. Tornati a **1**, si percorre il perimetro nel senso opposto. Infine, tornati a **1**, si percorrono tutte le diagonali nell'altro senso. Si può dimostrare, analogamente a prima, che tutti i passaggi sono realizzati.

Sia, da qui in poi, n pari e n>2.

LEMMA 1: È impossibile percorrere interamente un grafo completo di n nodi.

Dim: In ogni nodo confluiscono n-1 rami, ma n è pari. Allora n-1 è dispari. Perciò in ognuno degli n nodi confluiscono un numero dispari di rami. Ma in un grafo completo percorribile ci possono essere al più 2 nodi in cui confluiscono un numero dispari di rami, da cui segue la tesi.

LEMMA 2: Sia **G** un grafo completo di n nodi da cui si tolgono (n-2)/2 rami a due a due privi di estremi in comune. Allora esiste un percorso **P** che passa per tutte le linee di **G**. Inoltre i punti iniziale e finale di **P** sono i due nodi che non sono estremi di alcuna delle linee tolte.

Dim: Tolti (n-2)/2 rami, il grafo **G** avrà n-2 nodi in cui confluiscono n-2 rami (perché i rami tolti non hanno estremi in comune) e 2 nodi in cui confluiscono n-1 rami. Perciò il nuovo grafo ha esattamente 2 nodi in cui confluiscono un numero dispari di rami e quindi e percorribile. Inoltre il percorso avrà come estremi i due nodi in cui convergono un numero dispari di nodi.

Costruiamo prima quello che ci serve:

1. Si costruisca **G**, grafo completo di n nodi;
2. Si scelgano due punti $\boldsymbol{\alpha}$ e $\boldsymbol{\beta}$ di **G**;
3. Si eliminino (n-2)/2 rami che non abbiano $\boldsymbol{\alpha}$ o $\boldsymbol{\beta}$ come estremi e che siano a due a due privi di estremi in comune;
4. Si costruisca **G'** grafo completo di n nodi;
5. Si scelgano due punti $\boldsymbol{\gamma}$ e $\boldsymbol{\delta}$ di **G'** con $\boldsymbol{\gamma}$**=**$\boldsymbol{\beta}$ e $\boldsymbol{\delta}$**#**$\boldsymbol{\alpha}$;
6. Si eliminino (n-2)/2 rami che non abbiano $\boldsymbol{\gamma}$ o $\boldsymbol{\delta}$ come estremi, che siano a due a due privi di estremi in comune, che siano tutti diversi dagli (n-2)/2 rami del punto 3 e tali che esista un percorso che vada da $\boldsymbol{\delta}$ ad $\boldsymbol{\alpha}$ passante per tutti gli n-

2 rami dei due grafi in modo che due rami consecutivi non appartengano allo stesso grafo;

7. Si indichino su **G** e **G'** i versi di percorrenza degli n-2 rami dei punti 3 e 6.

Ora siamo pronti:

a. Si percorra **G** da α a β facendo attenzione di percorrere i rami del punto 6 in verso opposto a quanto indicato nel punto 7;

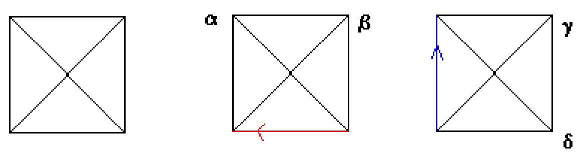
b. Si percorra **G'** da γ a δ facendo attenzione di percorrere i rami del punto 3 in verso opposto a quanto indicato nel punto 7, percorrendo i restanti rami in verso opposto a quanto indicato nel punto a e stando attenti a non percorrere come primo ramo di **G'** l'ultimo ramo percorso in **G** (se ciò non è possibile, cambiare percorso nel punto a);

c. Si percorra la spezzata da δ ad α indicata nel punto 6 nel verso indicato dal punto 7.

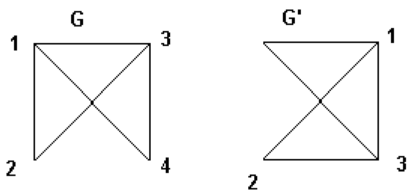
Questo, riportato in "bella copia" su un unico grafo completo di n nodi, è il percorso cercato.

Bisognerebbe dimostrare che tutti i passaggi (e qui, finalmente, torniamo alle Pesti, che erano le basi del problema originale) sono realizzati e che è sempre realizzabile un percorso seguendo il suddetto metodo. Per la prima parte, la tesi è vera per costruzione; riguardo la seconda basta riprendere il discorso sulla parità di rami confluenti in ciascun nodo (analizzando -per ogni nodo- il numero di rami "entranti" e "uscenti"). Se me lo consentite, vi risparmierei questa tortura.

In ogni caso, qui sotto vedete un piccolo disegno a titolo di esempio (n=4) che potrebbe fugare eventuali dubbi:



A partire da ciò si possono percorrere **G** e **G'** come si vede qui:



Così facilmente si possono trovare i seguenti risultati (ottenuti *carta&matita* durante alcune noiose lezioni):

n=4 ADBCABDCBACDA

n=6 AFEBAEDCFDBCADEFABECDFBDACBFCEA

n=8 AHGAFGBACBFHCDBEDHEGDAEFCEHAGFEABGHDCHBDECFADFBCG EBHFDGCA

<u>Nota conclusiva</u>: La variante non è -a mio avviso- così campata in aria (ricordo nel mio unico anno da scout che più di un gioco consisteva nel passarsi la palla *a patto di non passarla a chi te l'aveva appena lanciata*). Però, mentre per n dispari la soluzione è praticamente realizzabile, per n pari no. Temo, infatti, non credo ci siano soluzioni "giocabili" per n pari...

Per concludere, mentre stavamo chiudendo la stampa, ci è arrivato un altro metodo per non sbagliarsi con i lanci, da parte di ***Fabio*** (Benvenuto!):

> (...) è più incasinata la faccenda di come amministrare i passaggi ma l'ho sviata in modo un po' rudimentale: tutti i giocanti (A,B,C,D,E...) si prendono un cartellino con scritto i nomi di tutti i giocatori tranne il proprio, poi quando si passa la palla a qualcuno si strappa il proprio cartellino con quel nome (se io A la passo a B strappo il cartellino che ho addosso in bella vista con scritto il suo nome) poi per evitare intrappolamenti io A sono obbligato a passarla alla persona che ha più cartellini se a parimerito si sceglie, ovviamente se a questa persona io l'ho già passata la passo a qualcuno con meno cartellini.

Originale! Come vedete, anche con un problema facile, avete trovato un gran numero di possibili metodi...

5. Quick & Dirty

Doc dice che non ce la farete mai...

Allora, avete una stanza con pareti, pavimento e soffitto perfettamente isolanti; appesa al soffitto (con un cavo perfettamente isolante) c'è una sfera metallica; posata sul pavimento (idem) c'è una sfera esattamente identica; entrambe le sfere sono esattamente alla stessa temperatura e in equilibrio termico (ignoriamo l'aria della stanza).

Alle due sfere viene fornita esattamente la stessa quantità di calore e in breve raggiungono l'equilibrio termico.

Quale delle due è più calda?

> *Quella per aria. Infatti, per dilatazione termica, il centro di massa di quella per terra si alza, mentre il centro di massa di quella per aria si abbassa. Questo implica una variazione di energia potenziale, e nel caso di quella per terra dovete prenderla dal calore ("lasciandone" quindi meno a scaldare la sfera), mentre nel caso di quella in aria questa energia viene fornita.*
>
> Non è, comunque, un gran metodo per cuocere la pasta: se fornite ***50 Kcal***, con palle di piombo del raggio di ***10 cm*** (massa approssimativa ***47 Kg***), la differenza di temperatura è circa di $1.5*10^{-5}$ gradi. Non un gran che, ma sicuramente maggiore dei calcoli inviatici da uno di voi che tiravano in ballo il *red-shift* gravitazionale[29]...

L'anno che sta arrivando (trattasi del 2005: sveglia!) è stato dichiarato Anno della Fisica; vista l'attenzione portata dal Mondo al 2000 come Anno della Matematica, è probabile che non importi a nessuno, se si escludono gli organizzatori e le loro famiglie. I due Fisici della Redazione vogliono sperare che questo problemino vi abbia sensibilizzato all'evento.

6. Pagina 46

Parte (1)

È immediato ricavare che $x_2 = 2$ e $x_3 = 2^k + 1$.

Supponiamo ora che $x_0, x_1, \ldots, x_n$ siano numeri naturali, e verifichiamo che, sotto questa ipotesi, $x_{n+1} \in N$.

[29] C'è da dire che il Nostro ***Qfwfq*** (che ringraziamo per questo) nell'uso di una formula cita le (esilaranti) istruzioni di un famoso software di matematica: *"Non usare questa formula in applicazioni nelle quali, dalla sua correttezza, dipende la salute o la vita di esseri umani."*

Per prima cosa notiamo che essendo $x_{n-2} \cdot x_n = x_{n-1}^k + 1$, segue che x_{n-2} e x_{n-1} sono primi tra loro. Utilizzando il fatto che $x_n = \dfrac{x_{n-1}^k + 1}{x_{n-2}}$, possiamo dedurre che è:

$$x_{n+1} = \frac{x_n^k + 1}{x_{n-1}} = \frac{\left(x_{n-1}^k + 1\right)^k + x_{n-2}^k}{x_{n-2}^k \cdot x_{n-1}}.$$

Quindi è evidente che x_{n-2}^k divide $N = \left(x_{n-1}^k + 1\right)^k + x_{n-2}^k$, in quanto x_n è, per ipotesi, un numero naturale. Inoltre, considerando il modulo rispetto a x_{n-1}, abbiamo che

$$N \equiv \left(1 + x_{n-2}^k\right) = x_{n-3} \cdot x_{n-1} \equiv 0.$$

Ossia, anche x_{n-1} divide ***N***, il che ci porta alla tesi.

Parte (2)

Si ha che

$$x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 1}{x_{n-1}} \Leftrightarrow x_{n-1} \cdot x_{n+1} - x_n^2 = 1,$$

ossia se la sequenza $\{y_n\} = \{x_{n-1} \cdot x_{n+1} - x_n^2\}$ è costante. Imponendo $y_{n+1} = y_n$, otteniamo:

$$\begin{aligned} & x_n \cdot x_{n+2} - x_{n+2}^2 = x_{n-1} \cdot x_{n+1} - x_n^2 \\ \Leftrightarrow\ & x_n\left(x_n + x_{n+2}\right) = x_{n+1}\left(x_{n-1} + x_{n+1}\right). \\ \Leftrightarrow\ & \frac{x_n + x_{n+2}}{x_{n+1}} = \frac{x_{n-1} + x_{n+1}}{x_n} \end{aligned}$$

Il che significa che la sequenza $\{z_n\} = \left\{\dfrac{x_{n-1} + x_{n+1}}{x_n}\right\}$ è costante. Per $z_1 = 3$ otteniamo $\dfrac{x_{n-1} + x_{n+1}}{x_n} = 3$, ossia $x_{n+1} = 3x_n - x_{n-1}$ $\forall n \geq 1$, come richiesto dalla tesi.

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 (Non Troppo) Evidenti Ragioni di Simmetria - [001]-Le finestre

Bene, voglio sperare vi ricordiate qualcosa dei gruppi, dopo la veloce corsetta dei mesi passati. Perché volevo parlare di un'altra cosa, legata ai gruppi: mi risultava piuttosto poco chiaro come queste faccende c'entrassero, almeno sinchè non ho trovato un'interessante trattazione.

Dunque, oltre a quello che abbiamo visto, ci servono un paio di concetti (poca roba): tanto per cominciare, statuiamo di lavorare in R^2, che così devo limitarmi ai disegni senza fare sculture.

Allora, si definisce ***isometria***:

$$f : R^2 \to R^2 \quad |f(x) - f(y)| = |x - y|, \quad x, y \in R^2 . \qquad \texttt{[007.001]}$$

O, se preferite, sono delle trasformazioni che conservano le distanze; vuol dire esattamente la stessa cosa.

L'insieme di tutte le isometrie costituisce *gruppo* con la composizione di trasformazioni come operazione, e si indica come E_2, o *Gruppo Euclideo*.

Se ci pensate un attimo, vi accorgete che le tipologie sono pochine: infatti, avete:

1. Le ***traslazioni***, che formano il sottogruppo $T_2 \subset E_2$
2. Le ***rotazioni*** attorno all'origine, che assieme alle ***riflessioni***[30] formano il sottogruppo $O_2 \subset E_2$.

Ogni elemento di E_2 può essere rappresentato da una rotoriflessione e una traslazione; ossia, $E_2 = T_2 \times O_2$.

Ci serve ancora qualche concetto, ma poca roba; e, soprattutto, tutto visualizzabile con minimo sforzo.

Uno di questi è il concetto di ***orbita***; sia ***G*** il gruppo delle trasformazioni di un certo insieme ***X***; si definisce:

$$Orb[G(x)] = \{g(x) \mid g \in G\}; \qquad \texttt{[007.002]}$$

ossia, giusto per chiarici, rappresenta *tutti i posti dove può andare a finire il nostro* **x**.

La rappresentazione di questi oggetti non è semplicissima (tant'è che buona parte dei Redattori ci remano abbastanza); quello che ci interessa è avere un'idea approssimativa; con gli esempi la cosa diventerà decisamente più chiara (almeno, lo è stata per alcuni di noi).

Forti del fatto che ogni elemento può essere rappresentato da una rotoriflessione più una traslazione, rappresentiamo il generico elemento come:

$$\varepsilon = \sigma\tau \quad \sigma \in O_2, \tau \in T_2 \qquad \texttt{[007.003]}$$

In generale, possiamo dire che la nostra ε agisce su un pinto ***x*** come:

[30] In realtà bisognerebbe distinguere le riflessioni in riflessioni pure e semplici (lungo una linea passante per l'origine) e riflessioni "scivolate" (in inglese suona meglio: *glide reflection*), ma almeno sinchè non siamo obbligati, lasciamo perdere. Comunque, le riflessioni sono isometrie indirette, le altre sono dirette; ne avevamo accennato parlando del Paradosso di Banach-Tarski, dalle parti del numero 64.

$$\varepsilon(x) = \nu + xM^{\tau} \qquad \text{[007.004]}$$

il che non è chiarissimo; basti dire che rappresentiamo le traslazioni come vettori e le rotoriflessioni come matrici.

Ora, se ci limitiamo alle ***traslazioni***, quello che facciamo è andare a vedere "dove va a finire" l'origine; questa può essere vista come rappresentazione della traslazione; supponiamo sia $\tau(0,0) = \nu$; la rappresentazione usuale di questo aggeggio che daremo, sarà (ν, I), dove con ***I*** si intende la matrice identità di ordine ***2***.

Un po' peggio ci va per le ***rotazioni***; infatti, se prendiamo la rappresentazione di σ nella base standard di ***R²*** (guardatela bene e capite cosa vuol dire 'sta roba):

$$M = \begin{Vmatrix} \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{Vmatrix} \qquad \text{[007.005]}$$

e queste (e qui è la parte tosta...) si rappresentano come $(x - xM^{\tau}, M)$.

Se avete capito questa, non dovrebbero essere un problema le ***riflessioni***, rappresentate come $(2\alpha, N)$ dove questa volta la matrice vale[31]

$$N = \begin{Vmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ \sin\varphi & -\cos\varphi \end{Vmatrix} \qquad \text{[007.006]}$$

dove, se riflettiamo secondo una generica retta ***p***, la *traslazione* α è quella che mi porta la retta (parallela a ***p***) ***p'*** passante per l'origine in ***p***.

A questo punto, se parliamo di ***glide reflections*** ci mandate tutti a quel paese; giusto per riconoscerle nel seguito, vi basti sapere che queste sono ("evidentemente") del tipo $(2\alpha + b, N)$.

Non arriviamo a dire "se riuscite a capirle spiegatecele"; tranquilli, l'importante è riuscire a riconoscerle poi negli esempi.

Ultima cosa, questa piuttosto semplice; si definisce ***reticolo*** l'*orbita* dell'origine. Ma forse, a questo punto, è meglio passare a qualche esempio.

Ora, siamo arrivati sin qui e non abbiamo ancora detto di cosa intendiamo parlare; i più scafati di voi (e Doc) si saranno già accorti che questi aggeggi sono comodissimi per descrivere le ***simmetrie*** di un oggetto.

Cominciamo con qualcosa di facile: per questa puntata, limitiamoci a fare danni in un sottogruppo: consideriamo ***solo*** O_2, ossia escludiamo le traslazioni, e chiamiamo il gruppo delle simmetrie di questo aggeggio ***R***.

Il nostro oggetto, in sostanza, contiene unicamente le ***rotazioni*** e le ***riflessioni***; visto quanto sono complicate da gestire, cominciamo con calma.

Tanto per cominciare, è abbastanza immediato, dato quanto contiene, che

$$Orb_R(0,0) = (0,0), \qquad \text{[007.007]}$$

altrimenti ci sarebbe una traslazione da qualche parte.

[31] Si noti che le rotazioni (che sono *isometrie* ***dirette***) mostrano dalla `[005]` di avere determinante pari a ***1***; le riflessioni (*isometrie* ***indirette***) come si vede dalla `[006]` hanno determinante pari a ***-1***. La differenza è tutta qui.

Ora, consideriamo due tipi diversi di elementi di questo gruppo: uno composto unicamente di ***rotazioni***, l'altro composto anche di ***riflessioni***. Cominciamo dal primo che è un po' più semplice.

Abbiamo visto in `[005]` che le rotazioni si rappresentano attraverso una matrice, il cui solo parametro è l'angolo della rotazione; è abbastanza evidente che, dopo un certo numero di applicazioni (o rotazioni, come preferite) dovete tornare da dove eravate partiti; quindi, il nostro angolo deve essere una frazione dell'angolo giro.

Infatti, la formulazione classica è:

$$R = \left(0, M\left[\frac{2\pi}{n}\right]\right), \quad n \in N \,. \qquad \texttt{[007.008]}$$

Dove, giusto per semplicità, abbiamo mantenuto lo zero ad indicare che non ci sono traslazioni; normalmente viene sottinteso, ma non vorremmo perdervi per strada.

Forse a qualcuno di voi sta venendo un sospetto: questo aggeggio contiene l'identità (basta non girare per niente) e, se viene ripetuto sullo stesso elemento per ***n*** volte, ci riporta all'elemento originale... Infatti; questo aggeggio, è isomorfo al ***Gruppo Ciclico*** $\boldsymbol{C_n}$! (l'esclamativo è segno di stupore, non di fattoriale).

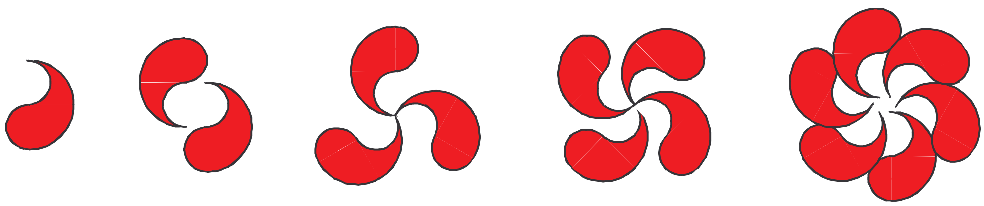


Figura 1

La cosa è abbastanza evidente dall'esempio in ***Figura 1***, relativo rispettivamente ai casi di $\boldsymbol{C_1}$, $\boldsymbol{C_2}$, $\boldsymbol{C_3}$, $\boldsymbol{C_4}$ e $\boldsymbol{C_6}$. Spero i virgolini utilizzati vi stiano simpatici, che prima della fine dovremo disegnarne un mucchio.

Bene, visto che la cosa si è rivelata ragionevolmente semplice, proviamo ad affrontare l'altro oggetto.

Questo contiene anche una trasformazione ***indiretta***, oltre alla trasformazione diretta vista sopra; per semplificarci un attimo la vita, manteniamo i due oggetti separati nella notazione; viene fuori:

$$R = \left(\left(0, M\left[\frac{2\pi}{n}\right]\right), (0, S)\right), \quad n \in N \qquad \texttt{[007.009]}$$

dove ***S*** non è altro che la nostra "riflessione".

Ora vi faccio prima il disegnino, così potrete avere la soddisfazione di precedermi nel ragionamento

Tanto per cominciare, notiamo che possiamo ancora parlare di ***ordine***, in quanto la riflessione fatta due volte mi riporta all'identità. Qui sopra avete gli ordini ***0***, ***2***, ***3***, ***4***, ***6***.

Ora, se guardate bene, quello che succede è che "vicino" al nostro vecchio gruppo ciclico ne creiamo un altro, riflesso, e che non possiamo crearne un terzo diverso. Ricorda per caso i ***Gruppi Diedrici***?

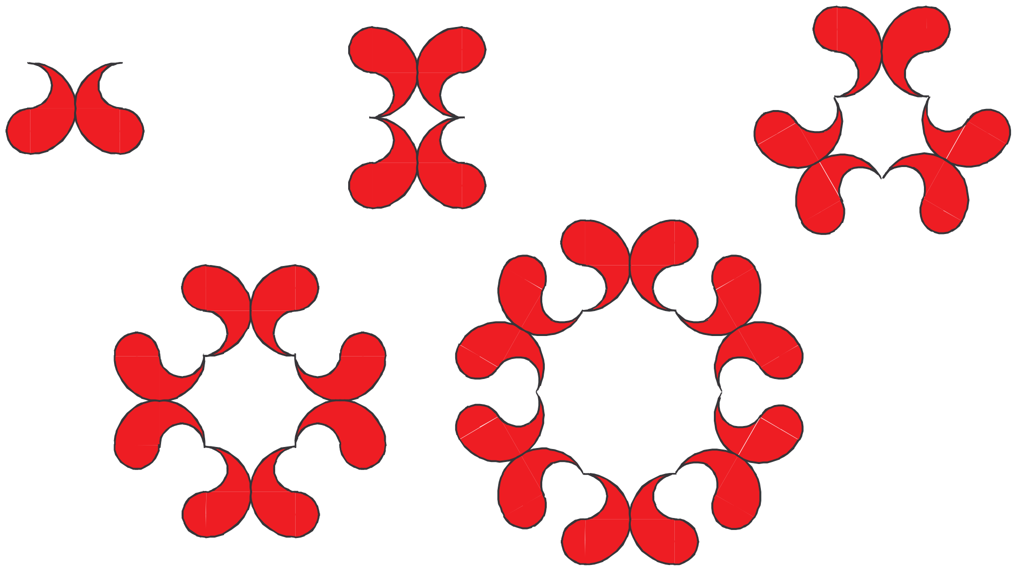


Figura 2

Infatti sono proprio loro; Il gruppo di simmetria ***R***, detto ***Gruppo dei Rosoni***[32], è un gruppo ***infinito*** i cui elementi sono isomorfi o al gruppo ciclico o al gruppo diedrico.

Bruttino, come teorema[33], vero? Beh, coraggio, il peggio è passato e il resto dovrebbe essere un più divertente. E pieno di virgole.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

[32] ...e adesso, liberi di biasimarmi per il terrificante titolo

[33] Non so quanto ci sia di definitivo, ma H. Weyl attribuisce questo teorema a ***Leonardo***.