Rudi Mathematici

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 056 - Settembre - Anno Quinto

1. La prostituta del diavolo

In riva al mare, in una delle notti più calde e belle dell'anno, in piena vacanza di corpo e spirito, con la scusa di contare le stelle cadenti che realizzano desideri. È un'immagine che sembra disegnata da un pubblicitario, fatta apposta per piacere, ed è davvero scontato che abbia fascino. Se poi gli anni che si portano sulle spalle sono ancora ragionevolmente pochi e si è sdraiati vicino ad una persona amata o anche solo attraente, il fascino è decisamente irresistibile. La Notte di San Lorenzo. Dieci Agosto, caccia alle stelle cadenti.

A ben vedere, questa notte sembra anche essere ormai l'ultimo appuntamento astronomico regolare, su base annua, che abbia ancora un'ascendenza diretta sulla cultura popolare. Tutti i telegiornali ricordano la "notte delle stelle", cinque giorni prima di mandare in onda gli altrettanto scontati e riciclati servizi sul Ferragosto, l'afa e le città semivuote. E, dal punto di vista astronomico, non sembrano esserci altri appuntamenti "ordinari"; vengono senz'altro segnalate le eclissi di sole (almeno le totali) e di luna (solo le totali, e neanche poi tutte), ma questi sono eventi non riconoscibili direttamente nel calendario dal teleutente medio e quindi hanno una valenza diversa; una cometa particolarmente brillante si merita attenzione e servizi speciali solo se sarà ben visibile ad occhio nudo, ma anche questo tipo di eventi è da ascriversi nel catalogo degli accadimenti eccezionali. La notte di San Lorenzo, invece, è la straordinarietà rituale che si ripete ogni anno, al punto che importa poi poco se lo sciame delle Perseidi sia davvero visibile al meglio il dieci agosto o piuttosto in uno dei giorni vicini: la tradizione ha ormai istituzionalizzato il giorno canonico dell'osservazione[1], e le ottimizzazioni determinate da considerazioni astronomiche contano poco o nulla.

Agosto è appena passato, e ricordare l'appena trascorsa "notte delle stelle" (anche se quest'anno è stata tormentata da un luminosissimo plenilunio) può sembrare naturale. La ragione vera è però diversa dalla mera vicinanza temporale con l'evento: quel che ci domandavamo era come venisse vissuta questa notte così "dinamica" dal punto di vista celeste nel medioevo, quando l'imperante filosofia aristotelica e la rigida cosmogonia tolemaica erano le incontrastate dottrine ufficiali. Il principio della immutabilità delle cose celesti era dominante e lo sarebbe restato a lungo, visto che ancora in epoca galileiana veniva opposto alle tesi del pisano. Era solo la Terra il luogo destinato ai mutamenti, mentre il firmamento era perfettamente regolare e regolato. A rigor di logica ogni evento che violasse tale regola, mostrando invece che anche nel cielo accadono cambiamenti, avrebbe dovuto essere osservato, registrato, discusso: sembra invece che l'unica reazione fosse quella del timore, perché le anomalie nel perfetto orologio celeste erano interpretate come sintomo di irritazione divina, e si temeva la conseguente e imminente punizione.

Il più famoso e celebrato racconto di Isaac Asimov, "Notturno"[2], nasce da una domanda che il vecchio John Campbell Jr. fece all'autore: "Cosa accadrebbe se gli uomini potessero vedere le stelle una sola volta ogni mille anni?" – "Impazzirebbero", rispose Asimov, e scappò via a scrivere il racconto che narrava proprio questa situazione. A domande come quella di Campbell possono rispondere solo gli scrittori di fantascienza: ma se la risposta asimoviana vi convince, forse non avete ben chiara quale sia la potenza straordinaria dell'irrazionalità. La capacità di "non vedere" è spesso stupefacente, e non parliamo solo della possibilità di considerare insignificante una notte all'anno densa di stelle cadenti.

Il periodo della cometa di Halley è di poco inferiore ai 77 anni: dal punto di vista degli uomini occidentali del XXI secolo, è singolare la coincidenza con la durata media della loro vita. E, visto che la realtà ha molte più possibilità della fantasia, è del tutto lecito immaginare un uomo che sia nato mentre la cometa passava nei cieli e che sia poi defunto più o meno durante il passaggio successivo. Era un'epoca non molto attraente, dalle nostre parti: a parte qualche raro signorotto (che peraltro non doveva condurre una vita troppo emozionante neppure lui), la maggior parte degli esseri umani passava l'esistenza spezzandosi la schiena nei campi dall'alba al tramonto, senza grandi occasioni di divertimento, e con la frequente possibilità di essere fatto oggetto di violenza e prepotenze Così, se il nostro immaginario eroe vede la luce in uno dei primi giorni di Settembre dell'Anno Domini 989, quando la cometa di Halley è al perielio, e se non ha intenzione o possibilità di lavorare la terra, ha buone probabilità di diventare un rappresentante del monachesimo occidentale.

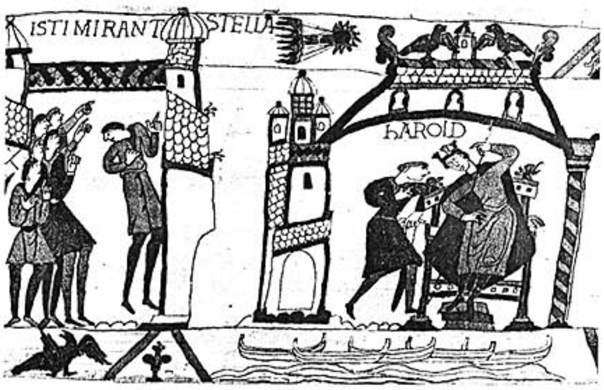
Attorno agli undici anni, il nostro ipotetico protagonista (che potremmo chiamare Edmondo in onore allo scopritore della regolarità del periodo della sua buona stella),

[1] L'ora di osservazione, a differenza del giorno, non è invece ancora stata ben assimilata; ogni anno tocca ad un esperto (sempre diverso) appositamente intervistato rammentare al pubblico che le stelle cadenti si osservano in maggior numero prima dell'alba, e non dopo il tramonto o a notte fonda. Visto che in questo numero di RM si parla quasi più di fisica che di matematica, e visto che è da molto tempo che non incastriamo un indovinello nel "compleanno" di apertura, ne approfittiamo e chiediamo: perché è meglio cercare le stelle cadenti prima dell'alba, piuttosto che dopo il tramonto?

[2] "Nightfall", in lingua originale. Ripreso poi anche in età matura, e trasformato in romanzo con l'aiuto di Robert Silverberg. I premi più prestigiosi per le opere di fantascienza sono il Premio Nebula e, soprattutto, il premio Hugo: "Nightfall" venne premiato con uno speciale premio Hugo, come il "miglior racconto di fantascienza di tutti i tempi". Da parte sua, Asimov gli preferiva l'altrettanto celebre "L'ultima domanda" (The Last Question); da parte nostra, preferiremmo altri autori, ormai che la passione giovanile per il "buon dottore" è passata: dovendo scegliere comunque un racconto di Asimov, preferiremmo l'assai meno noto "Professione" (Profession).

sentirà intorno a sé qualche eco del fermento millenaristico. La critica storica moderna tende a ridimensionare di molto la paura del "Mille e non più Mille" che accompagnò la fine del primo millennio, e non ci sentiamo di darle torto. Sotto il papato di Silvestro II e l'impero di Ottone III, i numeri avevano assai meno fascino di quel che ci immaginiamo adesso: il passaggio da tre a quattro cifre non era certo sentito, visto che ancora le cifre arabe non si usavano per niente, e i tre zeri allineati del "mille" non venivano certo affatto considerati. Anche la notazione romana esalta comunque la terza potenza del numero delle dita delle mani umane: chiunque fosse stato in grado di scrivere avrebbe notato il momento topico del passaggio da "IM" a "M", soprattutto dopo aver superato mostri come "DCCCLXXXIV"; ma il punto è proprio che quasi nessuno, a quei tempi, era in grado di leggere e scrivere. Forse sapeva farlo Edmondo e qualcuno come lui, se davvero è diventato un monaco, magari benedettino, e se osserva il cielo dall'alto dell'Abbazia di Montecassino.

Quando Edmondo è nato, nessuno in Occidente ha lasciato tracce del passaggio della sua cometa di nascita: ma quando ritornerà la stella chiomata avrà maggior fortuna, anche perché illuminerà le notti di una delle battaglie più significative di quel periodo. La Battaglia di Hastings del 1066 esalta le capacità militari di Guglielmo il Conquistatore, sancisce la supremazia normanna sui sassoni in Inghilterra, e viene celebrata nell'Arazzo di Bayeux, che resta una delle fonti storiche principali di quel periodo. Diligentemente, l'arazzo ci mostra il passaggio della cometa di Halley del 1066.



L'ormai settantasettenne Edmondo avrebbe dovuto ben vederla: quello che l'arazzo ci conferma senza ombra di dubbio è che durante il passaggio del 1066 la cometa di Halley era ben visibile ad occhio nudo[3]. E se sapeva leggere e scrivere, perché mai lui e i suoi compagni non hanno lasciato traccia di uno spettacolo così insolito e meraviglioso?

Una possibile risposta è che avevano già visto di meglio.

Appena dodici anni prima, il cielo era stato incendiato da uno spettacolo davvero raro e sconvolgente: un nuovo sole si era acceso nella costellazione del Toro, il quarto giorno di Luglio dell'Anno Domini 1054. La supernova era davvero brillante: quattro volte più luminosa di Venere, raggiunse magnitudine pari a -6, e restò visibile per 23 giorni anche nella piena luce diurna. Poter osservare oggetti celesti in pieno giorno deve essere un'esperienza sconvolgente: è ben difficile che le culture prescientifiche riescano a riconoscere nel Sole una stella, tanto è dominante la sua presenza: e osservare una stella così brillante da poter rivaleggiare con esso (e fornendo, tra l'altro, anche un indizio rilevante sulla vera natura del nostro Sole) sembra essere un evento che è davvero impossibile non registrare nelle cronache. Pure, non v'è traccia nei documenti europei della supernova del 1054: esistono doviziose registrazioni da parte dei cinesi, ma l'Europa

[3] E presumibilmente era visibile in maniera decentemente brillante, non a malapena riconoscibile come durante il passaggio del 1986.

sembra non aver ritenuto degna di menzione una tale rivoluzione celeste. In questo, furono surclassati persino dai pellerossa Anasazi, che lasciarono invece dei pittogrammi nel Chaco Canyon, in quello che adesso si chiama New Mexico.

Su scala universale, una supernova non è un evento rarissimo, tant'è che gli astronomi le cercano con attenzione: ma le cercano all'interno delle galassie diverse dalla nostra. I telescopi moderni consentono di osservare con un buon livello di dettaglio le galassie, ed esistono studiosi il cui lavoro consiste nel confrontare foto scattate in tempi diversi della medesima galassia, per vedere se una supernova si è recentemente "accesa". Sulla scala della sola nostra Via Lattea, l'evento è decisamente più raro: non è troppo infrequente che una stella deflagri in una "nova", liberandosi in un tempo brevissimo degli strati superficiali e diventando rapidissimamente assai più brillante del normale, ma ciò che da origine ad una supernova è una sorta di "esplosione totale" della massa stellare, e l'evento è assolutamente più raro. La ragione principale che rende la supernova del 1054 così famosa è proprio il "residuo" di cotanta esplosione: ciò che costituiva la stella esplosa è ora disperso in una regione relativamente ampia del cielo, e forma una delle più note nebulose della volta celeste: la Nebulosa del Granchio o, per chiamarla con il suo nome inglese con il quale è più nota, la Crab Nebula.

Il cielo diurno illuminato da una supernova è uno spettacolo che a pochi è dato vedere: siamo legittimati ad invidiare il nostro Edmondo, che durante il suo sessantacinquesimo anno di età ha avuto una tale possibilità. E *a fortiori* siamo autorizzati ad invidiarlo ancora di più, se si considera che (appena diciassettenne) aveva avuto già occasione di vedere uno spettacolo del tutto analogo.

Visti su una tavola cronologica a dieci secoli di distanza, sei anni sono pochi: commisurati nella vita quotidiana degli uomini, invece, sono un tempo considerevole. E' comunque quasi inevitabile chiedersi se le superstizioni millenaristiche, da poco sedate, abbiano avuto o meno un ritorno di fiamma, quando il primo maggio del 1006 si accese nel cielo la Supernova del Lupo. La magnitudine di questa "stella ospite", come gli astronomi cinesi chiamavano le nove e supernove, sembra essere stata pari a -9, ancora più brillante di quella destinata ad accendersi quarantotto anni dopo. Rimase visibile per un intero anno.

La Crab Nebula rimane nel cielo a testimoniare, su banda ottica, la deflagrazione del 1054; quella ancora più rimarchevole del 1006 non ha invece residui altrettanto spettacolari: solo una traccia radio fu scoperta negli anni '60 dagli astronomi. Come la consorella, anch'essa è rimasta senza alcuna testimonianza negli archivi d'occidente. E' esercizio forse vano, cercare di comprendere la ragione di un duplice prolungato silenzio su eventi che mostravano con tanta violenza la dinamicità del cielo. Forse le cronache che riportavano l'apparizione delle due supernove sono andate tutte perdute; forse i rari studiosi dell'epoca provarono ad indagare la natura di quelle misteriose luci del cielo, forse non si nascosero troppo dietro *l'Ipse dixit*, e davvero provarono a capire.

O forse no. Ai nostri occhi, può apparire quasi impossibile continuare a credere a teorie e a cosmogonie religiose quando le prove della loro falsità risplendono in maniera così prepotente nel cielo, ma non è detto che la nostra opinione fosse allora condivisa dalla maggioranza. Ancora mezzo millennio dopo il 1054, un grande riformatore mise a soqquadro la Chiesa di Roma, ne fustigò i costumi ed i vizi, dando vita allo scisma che ancora oggi divide cattolici e protestanti. Eppure anche Martin Lutero, pur criticando la dottrina della Chiesa e pur vivendo in un'epoca assai più aperta di quella dell'Anno Mille, continua a chiamare la ragione "prostituta del diavolo". E quando quella prostituta viene scacciata dalla cultura d'un popolo, migliaia di stupri intellettuali vengono resi possibili.

E' consolante, in questo scenario, vedere che resistono altri popoli e culture almeno momentaneamente più saggi, che osservano e tramandano lo stupore degli eventi naturali. I Cinesi, i Persiani, gli Arabi, registrarono, e spesso con dovizia di particolari, le apparizioni delle supernove e i passaggi delle comete, non avendo dogmi religiosi con i quali fare i conti. E la speranza è che ci sia sempre, per ogni benedettino che trascura di riempire una miniatura, un indiano Anasazi che incida una pietra nel deserto del New Mexico. Anche perché la maniera che le diverse culture hanno di raccontare le medesime storie è spesso affascinante di per sé, anche in epoche decisamente più moderne.

Chi è abbastanza vecchio da aver cominciato a lottare con le aule universitarie un quarto di secolo fa forse ricorda che, almeno per le facoltà scientifiche, esistevano due tipi principali di testi universitari: le "dispense", che in genere erano appunti approvati e rivisti dal docente, e diventavano a tutti gli effetti il testo di riferimento, e i libri veri e propri, assai tecnici e costosi, quasi sempre disponibili solo in lingua inglese. Questo era ed è tuttora un sintomo evidente di come la cultura scientifica attuale sia internazionalizzata su un modello standard angloamericano, se anche la pura disponibilità di un libro di testo in lingua italiana è spesso un'utopia. Venne pertanto salutata con grande soddisfazione dagli studenti italiani di matematica e fisica l'iniziativa di pubblicare, tradotti in italiano, alcuni testi scientifici russi di alto valore didattico. La collana in questione era frutto della collaborazione tra la Editori Riuniti e la Mir[4], casa editrice russa, anzi, sovietica. Erano bei libri, sia nel contenuto che nella veste editoriale, e acquistabili ad un prezzo tutto sommato accettabile; e si notava subito la "differenza" con i libri di testo americani. La carta era sottilissima, per schiacciare ottocento pagine in un paio di centimetri di spessore: quelli rilegati in tela avevano una robusta e austera copertina nera; le figure diverse da grafici e istogrammi quasi assenti, e assenti del tutto erano invece colori e carta patinata; sembravano voler risparmiare anche sullo spazio, tanto erano densi i caratteri e le pagine, e neppure il passaggio da un capitolo all'altro sembrava meritarsi l'onore e lo spreco di un intero "salto pagina".

Ma il contenuto era davvero di tutto rispetto: i quattro volumi (sei tomi) del "Corso di Matematica Superiore" dello Smirnov sono tutt'ora un'opera di una completezza invidiabile, superati solo, in questo, dai dieci volumi del corso "Fisica Teorica" di Lev Landau e Evgenij Lifsits[5]. Centinaia di prove scritte di Analisi Matematica Uno sono state superate grazie al libro di "Esercizi di Analisi Matematica" del Demidovic, e la lista dei libri notevoli e meritevoli potrebbe continuare quasi all'infinito. Occorreva però adattarsi almeno un po', all'inizio: sono testi che non concedono allo studente alcuna soluzione di continuità, nessun intervallo lezioso, procedono senza alcun artificio didattico per la loro strada, con lo stesso spirito con cui un TIR si predispone ad attraversare un continente senza mai superare gli ottanta chilometri all'ora.

[4] "Mir", nome di libri e di navicelle spaziali, vuol dire "Pace".

[5] A questo proposito, noi sospettiamo che il sesto volume della serie (Idrodinamica) e il secondo tomo del quinto volume (Fisica Statistica) non abbiano fatto in tempo a vedere la luce. Se qualche lettore ha notizie diverse e più allegre, saremmo lieti di conoscerle.

E un'altra, sottile e più divertente difficoltà andava superata: quella di riconoscere i "nomi" dei teoremi e delle leggi, che spesso erano attribuite a scopritori russi e non, come si era abituati alle nostre latitudini, ai più familiari nomi di matematici e fisici occidentali. Si era in mezzo a quella che potremmo chiamare la "sindrome di Popov", che negli anni subito successivi alla Seconda Guerra Mondiale veniva citato regolarmente dai filosovietici come l'inventore della radio, della televisione, dei razzi, e di quasi ogni altra diavoleria del ventesimo secolo. Poi, in ultima analisi, Aleksandr Stepanovic Popov era esistito davvero, vissuto tra il 1859 e il 1905, ed era stato un fisico brillante che si occupava di radiotrasmissione di segnali a lunga distanza: ma il suo carisma che trapelava in occidente trascendeva di molto le sue vere scoperte scientifiche.

In matematica, e soprattutto nell'analisi, il ruolo di Popov spetta a Mikhail Vasilevich Ostrogradski. Gran parte delle enciclopedie occidentali ignorano del tutto questo matematico ucraino, nato a Poltava il 24 Settembre 1801, ma è virtualmente impossibile leggere un libro di matematica russo senza imbattersi nel suo celebratissimo nome[6]. La carriera matematica di Mikhail non fu travolgente, agli inizi: era suo desiderio diventare un militare, e solo a causa della esiguità della paga si decise a cambiare idea entrando nell'università di Kharkov per studiare matematica e fisica. Qui sostenne tutti gli esami necessari all'ottenimento della laurea, ma uno strano e litigioso pasticcio che coinvolse il suo tutore di matematica[7] e il "ministro degli affari religiosi e dell'educazione nazionale" ebbe degli effetti anche su di lui, e gli fu chiesto di seguire lezioni in teologia e filosofia, per ottenere il suo titolo accademico. Ostrogradski rifiutò di farlo e perse così la sua laurea, anche se probabilmente proprio questo rifiuto aprì la strada alla postuma gloria che gli venne tributata dopo la rivoluzione di Ottobre.

Gli anni topici della sua vita furono quelli tra il 1822 e il 1827, quando visse e studiò a Parigi. Ebbe così occasione di seguire le lezioni di personaggi quali Legendre, Laplace, Fourier, Cauchy e Poisson. Poté pertanto acquisire la matematica più avanzata del tempo, e da parte sua mise a frutto le conoscenze con dei lavori originali, quali un trattato di idrodinamica pubblicato dall'Accademia delle Scienze di Parigi. Tornò in Russia nel 1828, fecondando la terra degli zar con la matematica appresa in Francia e contribuendo personalmente con lavori originali e animati da spirito sistematico: affascinato forse più dalla fisica che dalla matematica pura, tentò di produrre una grandiosa teoria unificatrice che comprendesse l'idrodinamica, la teoria del calore, l'elettricità e l'elasticità. Sul fronte della matematica, ottenne risultati importanti nella teoria delle equazioni differenziali parziali e in algebra. Ebbe il merito di introdurre la balistica, ancora ignota, in Russia.

I suoi lavori originali hanno il difetto, o forse solo la sfortuna, di contenere risultati

[6] Nome che, se la nostra ignoranza quasi totale del russo non ci inganna, ribadisce il carattere orientale del nostro eroe: Ostrogradski dovrebbe significare qualcosa del tipo "originario di una città dell'Est".

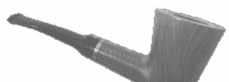
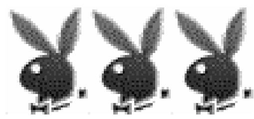
[7] Osipovsky.

scoperti indipendentemente da altri: le sue pubblicazioni sui metodi risolutivi delle equazioni differenziali ordinarie considerati come metodi non lineari di sviluppi in serie di potenze contengono risultati ottenuti anche da Liouville; Lamè e Duhamel ottennero scoperte simili a quelle di Ostrogradski nella teoria del calore. E' probabile che la situazione sia innocente e anche naturale: se si ha l'indubbio metodo di "portare la conoscenza" in una terra ancora vergine in un settore scientifico, diventa difficile distinguere con precisione quali siano le conoscenze importate e quali quelle originalmente ottenute.

L'esempio più eclatante è forse il "Teorema di Ostrogradski", che nelle terre ad ovest dell'Elba è invece meglio conosciuto con il nome di "Teorema di Green". Gli storici della matematica tendono a considerare realmente indipendenti le due scoperte del teorema, ed è per questa ragione che uno dei risultati più importanti dell'analisi è spesso ora denominato, anche in occidente, come "Teorema di Green-Ostrogradski". Qualche purista osserva peraltro che il suddetto teorema altro non è che una versione specifica del più generale teorema di Gauss, portando così la denominazione ufficiale del risultato al chilometrico nome "Teorema di Gauss-Green-Ostrogradski".

Come sempre quando si discute di priorità, la sensazione che rimane è quella che il risultato sia molto più importante dello scopritore. Quali che siano state le scoperte originali di Ostrogradski, gli va senz'altro riconosciuto il merito di aver fondato una scuola di matematica che poi è cresciuta e progredita, dando frutti importanti e davvero originali. E, vista la facilità con la quale intere culture riescono a perdere i lumi della ragione, non è cosa priva di meriti rivestire il ruolo di ruffiano della prostituta del diavolo.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
Specchi			
Lezione di Meccanica			

...e se vi sembrano "strane", come valutazioni, siamo d'accordo con voi. Rudy voleva metterli nei Quick & Dirty. Comunque, se volete passare dal metodo sperimentale, richiedono un po' di manualità...

2.1 Specchi

Allora, avete due specchi **A** e **B**, incernierati per un lato in modo tale da formare un angolo diedro di ampiezza $\boldsymbol{\alpha}$. A questo punto, mandate un raggio laser parallelamente allo specchio **B** nel diedro (colpirà evidentemente lo specchio **A**); il raggio dista **d** dallo specchio **B**.

Il vostro raggio effettua la bellezza di **7** riflessioni; l'ultima, nel punto **X**, è perpendicolare allo specchio **A** e quindi torna indietro per lo stesso percorso.

Quello che ci interesserebbe sapere sono:

L'ampiezza dell'angolo diedro $\boldsymbol{\alpha}$.

La distanza di **X** dal vertice dell'angolo diedro.

Piccola nota di riepilogo: **d** è noto, $\boldsymbol{\alpha}$ è incognito. All'inizio, non ci pareva molto chiaro, quindi mettiamo la nota per precauzione.

2.2 Lezione di Meccanica

...forse cominciate a capire perché questi problemi mi parevano "semplici"...

Non so a voi, ma a me e a Doc hanno spiegato le forze centrali in un'aula ben esposta a Sud in una calda e tarda mattinata di Maggio. Ancora adesso, il vago ronzio in testa è qualcosa riferito al fatto che sono conservative e un mucchio di roba (ivi inclusi un paio di integrali da qualche parte) non dipendono dal percorso[8]. Lasciamo perdere e andiamo con calma, che dobbiamo costruire una cosa.

Sia data una lastra di metallo, piana, sufficientemente sottile, di lunghezza d. Armati di martello da battilastra[9], ricavate per tutta la larghezza della vostra piastra un incavo ben arrotondato, senza spigoli vivi (giusto per darvi l'idea: un quadrante di circonferenza, una semicirconferenza, un altro quadrante di circonferenza...tutte dello stesso raggio che è più facile da vedere).

Adesso, tagliate questa lastra nel senso della lunghezza, prendete uno dei due pezzi e capovolgetelo di fianco all'altro pezzo. Inclinateli quindi entrambi (pochi gradi... fate voi); se non avete sbagliato niente, dovreste avere due piani inclinati (dello stesso angolo) di lunghezza d, solo che uno ha un risalto, l'altro ha un incavo.

Date due biglie identiche (di raggio molto minore dei raggi dello scavo-risalto) vengono

[8] E se pensate che questo sia poco chiaro, dovreste vedere i miei appunti di Fisica Teorica...[RdA]

[9] I migliori battilastra sono originari della Valle Soana, in cui possono essere trovate le lontane origini di uno degli estensori di queste note.

fatte rotolare su questo aggeggio, una sul risalto e l'altra sull'incavo, quale arriverà alla fine per prima? O arriveranno assieme?

3. Bungee Jumpers

Definiamo ***triangolo intero*** un triangolo per cui tutti i lati sono numeri interi.

Trovate tutti i triangoli interi per cui il perimetro è numericamente uguale all'area.

La soluzione, a "Pagina 46"

4. Soluzioni e Note

Tutti in ferie? Ci avevate abituato bene, poca roba,'sto mese.

Scusate, ma continuiamo ad avere qualche piccolo problema di mail. Anche questo mese a qualcuno è arrivata in duplice copia. E siamo convinti che, nonostante l'ora segnata nell'intestazione, la mail [5] sia stata inviata prima della [3].

Num.	Data-Ora Mail	Allonimo	Soluzioni	
1	26-7-0314:47	OldFriend	054[2]	Usa una domanda sola...
2	1-8-0310:50	Sand&Foam	055[2]	
3	1-8-0311:50	PMP	055[1,2]	
4	1-8-0311:59	Viggio	055[1]	No, non è "venuto in mente a tutti"...
5	1-8-0313:53	PMP	055[1]	
6	1-8-0315:00	Viggio	055[2]	Sono suppergiù le parole di Carlo
7	1-8-0315:51	Carlo	055[2]	Sono suppergiù i disegni di Viggio
8	4-8-0322:57	Sam	055[2]	È la stessa del GC, quindi esatta per definizione
9	5-8-0311:37	PMP	055[2]	
10	5-8-0319:14	Viggio	055[1]	
11	6-8-0310:35	PMP	055[2]	
12	10-8-0310:11	Carlo	055[1]	
13	17-8-0312:29	Spider	055[2]	
14	10-8-0310:12	Desmatron	055[2]	La mail è di almeno due giorni dopo
15	13-8-0300:04	Teo	055[2]	Teo ha circa 70 anni.
16	18-8-0317:24	RM²	055[2]	
17	20-8-0314:25	RM²	055[2]	La soluzione fisica

4.1 [054]

4.1.1 Cinque Pesti

Causa improrogabili impegni precedentemente assunti (leggasi "ferie"), il mese scorso abbiamo chiuso la rivista un po' prima del solito. Quindi, non è comparsa la soluzione di ***OldFriend*** (nonostante l'allonimo, è una New Entry: benvenuto!) che ci lascia piuttosto dubbiosi, ma sembra comunque interessante. Il suo scopo è cavarsela con *una domanda sola*.

> Nel presupposto che le 5 persone A,B,C,D,E si conoscano fra loro, chiedo ad uno qualsiasi, poniamo ad A:
>
> "Se tu fossi uno degli schizofrenici, chi mi indicheresti come colui che dice sempre la verità?"

Se A stesso è colui che dice la verità, deve rispondere "NON LO SO", perché non essendo uno schizofrenico non sa se iniziare con la verità o con una bugia *[Qui è il dubbio... Chiedendo "Se tu fossi uno degli schizofrenici", gli si chiede di comportarsi come uno schizofrenico. Il che probabilmente significa che A tira una moneta e decide come "iniziare a rispondere". (RdA)]*

Se A è uno schizofrenico e poniamo sia B quello che dice sempre la verità:

1. se decide di rispondere la verità, allora deve indicare B
2. se decide di dire la bugia, dovrebbe indicarne uno diverso, ma fa il seguente ragionamento:

   > "se io fossi uno schizofrenico, e lo sono, visto che ho deciso di dire una bugia non devo dire B; già ma così direi la verità su quello che direbbe uno schizofrenico; io invece rispondo come risponderebbe quello che dice sempre la verità";

Di conseguenza indica B.

Conclusione:

se sento rispondermi "non lo so", allora A è proprio quello che dice sempre la verità;

se sento rispondermi un nome preciso, esempio B, allora B è quello che dice sempre la verità.

Nulla cambierebbe se le persone fossero 1+8 o 1+1000 e mi basta una sola domanda, come diceva Totò, a chicc e sia.

Cosa ne dite?

4.2 [055]

4.2.1 Apprendista Stregone...

Adesso che non guarda posso dirvelo: con gli occhiali è praticamente identico. Merito, probabilmente, della pettinatura a carciofo-in-disordine che predilige.

Allora, era facile-facile, tranne un "piccolo" trabocchetto sul finale, che però non ha causato problemi. La prima soluzione ci arriva da ***PuntoMauPunto***, che, velocissimo, entro le dodici ore dalla distribuzione trova la prima soluzione:

> Per il novello Harry Potter, al momento ho trovato un po' di soluzioni, ma non so se siano tutte. Immagino naturalmente che tutti i gettoni debbano essere messi in una scatola, e che ogni scatola debba avere almeno un gettone. Noto infine che data ogni "combinazione base" ottengo sei risposte con le sue permutazioni.
>
> La risposta 1 è "metto i gettoni di valore congruo a 0(3) in A, quelli di valore 1(3) in B e quelli di valore 2(3) in C." A questo punto, se la somma è 0(3) non è stata toccata A, se è 1(3) non è stata toccata B, se 2(3) non è stata toccata C. Ecco le prime sei soluzioni.

Con nove minuti di ritardo su ***PMP*** (e un minuto di anticipo sulle "dodici ore"...) arriva ***Viggio***, con la *stessa* soluzione. Il bello è che conclude con

> Lo so, è banale, lo so, è venuto in mente a tutti. Ma avevo fretta.

Siamo costretti a confermare... È venuta in mente a tutti quelli che hanno risposto prima di te. Ossia a uno.

Dopodiché, probabilmente ristorato da una pausa pranzo, ***PMP*** ha colpito ancora:

> Le tre scatole contengono rispettivamente (1),(2,...,99),(100). Se ci dicono un numero tra 3 e 100 non è stata usata la terza scatola; se ce lo dicono da 102 a 199, non è stata usata la prima; con 101 è la seconda a rimanere intatta.
>
> Per toglierci dalle scatole un caso limite: se tutti i gettoni stessero in un'unica scatola A e ci dicessero un totale diverso da zero, non sapremmo mai se la scatola da cui abbiamo preso il gettone fantasma è la B o la C.
>
> Prendiamo ora il gruppo massimale di gettoni consecutivi in una qualche scatola,

da g a g+k. È facile vedere che tutti quelli da g+k+1 a g+2k debbono stare in un'unica altra scatola, e nella stessa scatola ci devono essere quelli da g-k-1 a g-1 (ammesso naturalmente di restare dentro i limiti 1...100). Proseguendo questo ragionamento coi nuovi gruppi, si ottiene che ci sono solo due scatole piene, mentre la terza non avrebbe gettoni.

In questo caso, dobbiamo essere certi che nessun numero da 1 a 100 possa essere ottenuto sommandone due - altrimenti avremmo due possibilità per ricavarlo. L'unico modo è che assieme a 1 ci stiano tutti gli altri numeri fino a 99, e insomma la soluzione base è (),(1,...,99),(100), che non so quanto ti piaccia.

A questo punto, tutti i numeri consecutivi sono in due scatole diverse. Se 1 e 3 fossero in A, 2 e 4 debbono stare in B perché 5 sia ottenibile univocamente. Ma allora 5 deve stare in A e 6 in B (per 7), 7 in A e 8 in B (per 9), ... insomma i dispari stanno in A e i pari in B. Ma allora potremmo ottenere 4 come 1+3 oppure 4+(), e quindi siamo fregati.

Ergo, 1,2,3 stanno in tre scatole diverse. Se 4 fosse nella scatola di 2, allora 6 dovrebbe essere nella scatola di 1 e 5 in quella di 3 (per ottenere 7 univocamente) ma allora 9 può essere ottenuto in due modi distinti. Ergo, 4 deve essere nella scatola di 1. Per induzione si prosegue così e si ottiene la soluzione base che avevo indicato all'inizio.

Insomma, abbiamo sei soluzioni ottime, sei soluzioni borderline con scatole contenenti un solo gettone, e sei soluzioni degeneri con scatole senza gettoni

E della cosa, dopo, si è accorto anche ***Viggio***. Al quale però questa soluzione non piaceva molto: tranquillo, è validissima.

Insomma, per ricapitolare: ci sono due metodi (lasciamo perdere le soluzioni degeneri tipo tutto in una scatola o tutto in due scatole). Il "trabocchetto" era semplicemente (***PMP*** se ne è accorto e lo ha evitato senza neppure farlo notare) che ognuno dei due giochi è implementabile in ***sei*** modi diversi, scambiando tra di loro le scatole. Quindi, in totale, le implementazioni sono ***dodici***. È interessante notare che *nessuno* di voi ha scritto questo numero nei risultati, tranne ***Carlo***, che ci ha mandato anche un file Excel con le soluzioni *[Giusto per fare il brontolone: fortunatamente le soluzioni le conoscevamo, perché il file difettava un pochino di spiegazioni... Carlo, ti fanno pagare un tanto al byte? (RdA)]*

4.2.2 Rompere le palle!

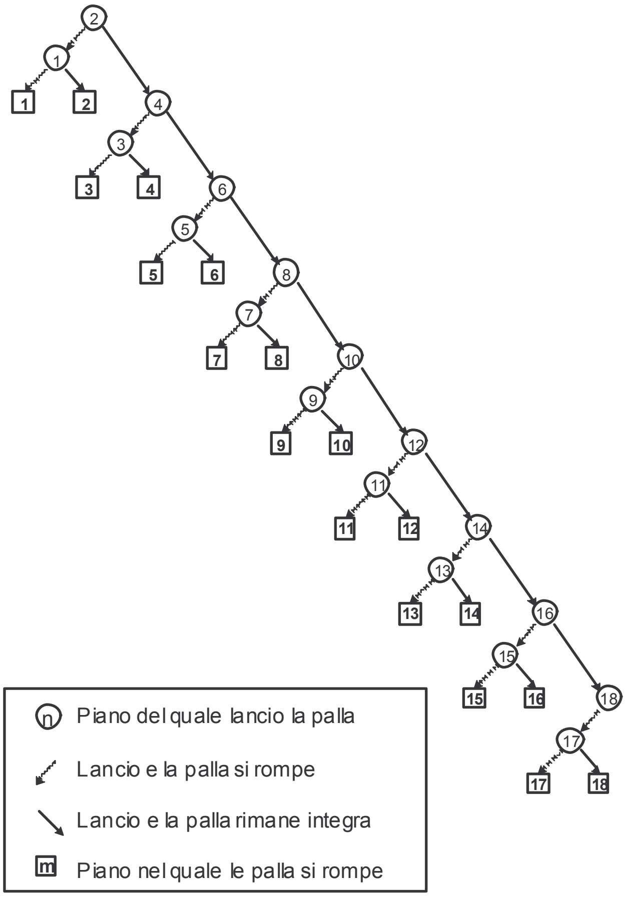
Scontata battuta che in questo campo vi siete impegnati molto.

La prima soluzione ricevuta è stata un "Senza Parole" (solo disegno) da ***Sand&Foam*** (è una New Entry: l'allonimo, decisamente grazioso, deriva da una poesia di Gibran[10]). Non solo, ma (dopo le centomila invocazioni da parte nostra in tal senso) il disegno è in PowerPoint, e quindi (quasi) tranquillamente posizionabile all'interno della rivista senza doverlo rifare di sana pianta (ve lo ricordate che in disegno Rudy aveva due, sì?). Non abbiamo mai rifiutato niente di leggibile, ma questo merita un riconoscimento particolare.

[10] Gibran Khalil Gibran (1883-1931): probabilmente il più importante poeta di origine Maronita del secolo scorso, autore di "I profeti", "Pianto e riso", "Ali spezzate". Cultura generale, questa. Cosa facevate a scuola, scaldavate i banchi?

Allora, se tutto va come deve il disegno è qui da qualche parte di fianco.

"È incompleto...". "Manca il risultato..." Beh, però è chiaro, dove va a parare il Nostro. Nel caso voleste qualche dettaglio in più, può sempre venire in vostro soccorso ***Viggio***, che manda un "Senza Disegno" (solo parole). Il metodo (almeno a mio modesto modo di vedere) è lo stesso; anzi, dotato di una vista d'aquila che gli permette di vedere da qualunque piano se la palla testé lanciata si è rotta, Viggio non si degna neanche di scendere per andare a recuperarla. *[ammissione di colpa: non avevamo specificato se la vedevate o no, dal piano di lancio. I numeri di camminate variano nei due casi, vero. Ma non abbiamo ritenuto la cosa significativa, quello che cercavamo era "un metodo", se possibile indipendente da questi livelli di ottimizzazione spinta (RdA)]* Vediamo la spiegazione dell'algoritmo. Per mantenere delle indentazioni decenti usando solo gli spazi, lo passiamo in Courier.




```
Faccio un test di resistenza al piano terra (P0). Si rompe?
  sì. Resiste a P0. Fine.
  no. Continuo.

Vado a P2. Butto una palla. Si rompe?
  sì, allora scendo a P1 e butto. Si rompe?
     sì, allora resiste a P0. Fine.
     no, allora resiste a P1. Fine.
  no. Continuo.

Vado a P4. Butto palla. Si rompe?
  sì, scendo giù, prendo la palla che mi rimane, risalgo a P3 e
butto.
Si rompe?
      sì, allora resiste a P2.
      No, allora resiste a P3.
  no. scendo a P0, raccolgo le due palle e risalgo.

P6. Butto. Si rompe?
   sì, vado a P5 e testo come in P2.
   no, salgo a P8 e faccio come in P4.
```

Eccetera, eccetera, eccetera... ***Viggio*** calcola anche il caso peggiore (con la palla che resiste al novantanovesimo piano ma non al centesimo), ottenendo:

ASCESE: 0 + 2 + 6 + 10 + ... + 98 + 100 = 1350

DISCESE: 0 + 1 + 5 + 9 + … + 97 + 1 (e mi fermo a 99, tiè) = 1325

Chi cerca di fare di meglio è ***Spider*** (una new entry: benvenuto!), che entra in questo numero un po' per il rotto della cuffia (niente di grave, solo che prima era in ferie il Capo, adesso è in ferie il Postino… Insomma, non c'è mai nessuno, in redazione. Promesso, il mese prossimo ci siamo tutti). Il Nostro propone un interessante miglioramento sulla soluzione di **Sand&Foam**, facendo la prova ogni *tre* piani[11]. Sullo stesso piano (scusate il bisticcio) si situa ***RM²***, nella sua prima risposta, che però ne salta dieci[12].

Molto belle, ma la variabilità nei "salti di piano" del tiro delle prima palla dovrebbe mettervi degli elefanti, nell'orecchio…

Ecco, avevamo chiuso da queste parti la sezione di Soluzioni e Note, quando ***RM²*** si è accorto dell'elefante. Tanto per cominciare, ci piace l'inizio: "*Mi sono reso conto che la risposta che ho inviato era degna del coloratore di numeri citato nell'ultimo numero di RM e non di un approccio matematico rigoroso.*" Col che, abbiamo quantomeno individuato una delle tre persone che leggono i PM.

> Cominciamo col capire perché una palla da biliardo se fatta cadere da una certa altezza si rompe.
>
> Questo presuppone che il suolo non sia perfettamente elastico, altrimenti la palla rimbalzerebbe sempre e comunque (a meno di non considerare l'attrito dell'aria e le meteoriti che si disintegrano *[No, di questo ne parliamo dopo (RdA)]*, ma non mi pare proprio il caso).
>
> Quindi il suolo non è perfettamente elastico. A questo punto assumiamo che sia totalmente anelastico: è inutile fare ipotesi di elasticità intermedia.
>
> La palla rimbalza solo di elasticità propria (e l'esperienza ci dice che la palla da biliardo ne possiede).
>
> Quindi la palla cade da un'altezza $\boldsymbol{h}$.
>
> Tocca il suolo con velocità $\boldsymbol{v}$.
>
> Il suolo è rigido. La palla si deforma. Poi l'elasticità della palla la riporta in forma sferica e la palla rimbalza cedendo un po' di calore al suolo.
>
> Se la deformazione è tale da superare la soglia di robustezza del materiale, la palla si rompe. Quindi la deformazione dipende dalla velocità di impatto e la velocità dipende dall'altezza. Prima osservazione: Come dipende la velocità dall'altezza di caduta? Riesumiamo le vecchie formulette di fisica circa la caduta dei gravi e vediamo che la velocità dipende dalla radice dell'altezza.
>
> Oibò.
>
> Questo significa che *se la palla lanciata dal piano* **p** *non si rompe, la probabilità che si rompa cadendo dal piano* **p+1** *è tanto più alta quanto è più piccolo* **p**!
>
> Questa non ci voleva. Perché se cerco di trovare una soluzione ottimale dal punto di vista probabilistico, va a finire che mi faccio un casino di piani a piedi.
>
> Alla luce di questa ipotesi emerge una prima soluzione parziale: lancio la prima palla ai piani ***1***, ***4***, ***9***, ***16***, ***25***, ***36***, ***49***, ***64***, ***81***, ***100***, determino l'intervallo in cui si rompe e quindi provo tutti i piani uno per volta di quell'intervallo con la seconda palla.
>
> Questo approccio rende ogni intervallo equiprobabile dal punto di vista fisico, però mi fa fare un sacco di strada se la palla si dovesse rompere al piano ***99***.

---

[11] *Spider si chiede anche* "Perché pubblicate la soluzione dei BJ?" *Beh, perché quelli, come concionava Doc tempo fa, sono problemi "non dematematizzati". E, se mi è permessa una parafrasi da COMMA 22, "Se sei abbastanza matto da cercare di risolverlo, sei anche abbastanza onesto da non sbirciare la soluzione".[RdA]*

[12] Solo un consiglio: se cerca di rifilarvi un costume da colombo (ammaestrato), non fidatevi: sta facendo strani esperimenti con i camioncini del LEGO, convinto che il "Quick & Dirty" del mese scorso sia simulabile… *[Grande è la nostra invidia verso una persona che riesca a montare i camioncini del LEGO: una centrale nucleare, di solito, ha meno pezzi (RdA)]*

Qui il Nostro si perde un po' (anche se un "***14***" che salta fuori senza dire niente a nessuno ci insospettisce in misura notevole), comunque questa faccenda dei quadrati ci è piaciuta molto.

Infatti, qualcuno ha fatto (e sta facendo) di meglio; ma prima, due piccole premesse.

Prima premessa: avevamo una "risposta" a questo problema, ma la dimostrazione che avevamo trovato era piuttosto insoddisfacente. Inoltre, sentivamo una potentissima parentela con il problema dell'oracolo maligno *[se non ve lo ricordate, era sul numero 037, con soluzione sullo 038 (Alice)]*.

Seconda premessa: speriamo non ce ne voglia, ma siamo molto contenti che ***PMP*** non si sia fatto vedere alla Sagra del Pesce Algebrico; se con lui c'è ***Sam***, carta e matita diventano delle armi di distruzione di massa, nei confronti dei problemi di matematica.

Infatti, ***PMP*** sta navigando tra equazioni di minimizzazione, induzione e quant'altro e si sta incavolando sempre di più. Noi speriamo che non smetta, anche perché se procede su quella strada certamente ne risulterà una trattazione interessante, e siamo disposti, se arriva tardi, a pubblicarla anche il mese prossimo, con ampi riconoscimenti *[E poi, serve a tenerlo buono almeno un mesetto... Le ultime notizie che abbiamo di lui, dopo tre mail, sono* "Ho delle idee, ma non quagliano ancora..."*]*.

Intanto, quatto-quatto, il clone di ***Sam*** (sì, il clone. Non ci crediamo, che una persona sola riesca a preparare un esame, a organizzare la SPA, a fare le valigie per le vacanze e intanto a risolvere il problema mentre fa bolle di sapone. Sono in due, ma non l'hanno detto a nessuno) risolveva il problema. Ottenendo lo stesso risultato di Rudy, quindi è sicuramente giusto *[Non perché non sbaglio mai, ma perché la mia macchinetta in venti minuti di "C" fa un mucchio di calcoli (RdA)]*. Vediamo cosa scrive.

> L'idea più normale è di dividere i piani in gruppi e testarne gli estremi, ad esempio provare 10,20,30, eccetera fino a 90, poi affinare la precisione, dopo la rottura della prima palla, ripartendo dal piano sopra al precedentemente testato, questo vorrebbe dire che se la palla si rompe al 99° piano, dovrò fare 9+9=18 lanci.
>
> Mi è venuta però in mente questa cosa: si potrebbe provare ad ottenere lo stesso numero massimo di lanci per ogni suddivisione. Mi spiego: nell'esempio precedente, la prima suddivisione 1-10 ha come caso peggiore la rottura al 9° piano per un totale di 10 lanci, mentre la nona ha un totale di 18 lanci; io voglio trovare una suddivisione che abbia questo numero costante *[Siete d'accordo, che è imparentato con l'Oracolo Maligno? (RdA)]*.
>
> Chiamiamolo ***s*** (caso Sfortunato): dunque, dopo il primo lancio, dovrò, se mi si rompe la palla, avere da controllare ***s-1*** piani, quindi il primo lancio sarà ad altezza ***s***; dopo il secondo dovranno rimanermi da provare (tra primo e secondo esclusi) ***s-2*** lanci, quindi il secondo tentativo sarà fatto al piano ***s+s-1***; per induzione, voglio arrivare al 99° piano con il lancio numero ***s-k***, avendo lanciato prima dal ***99-(k+1)***° (do per scontato che se al 99° la palla non si rompe, lo farà al 100°, senza dover provare).
>
> Ok, vediamo che ***13*14/2=13*7=91*** non ci basta, quindi 13 tentativi al massimo non possono essere ottenuti, perciò si tenta con 14 : ***14*15/2=7*15=105***, anche troppo.
>
> Dunque 14...bene, proviamo con la prima palla ai piani:
>
> ***14 - 27 - 39 - 50 - 60 - 69 - 77 - 84 - 90 - 95 - 99***
>
> quando si rompe si riparte dal piano sopra al tentativo precedente.
>
> Al massimo 14 tentativi...certo che si corre un bel po'...
>
> Per il problema delle scale, si può avere un primo miglioramento usando alternativamente (nella prima fase) le due palle e poi recuperandole entrambe da terra (certo, se contiamo il lavoro eseguito, la strategia è indifferente...), ad esempio: si lancia 1 dal 14, poi 2 dal 27, si recuperano entrambe e si sale al 39 da cui si lancia la 1 etc...

E siccome ***Sam*** è un buono ma non così tanto...

> Ora mi sorge un dubbio, ma se la palla deve rompersi al 93° piano e io la lancio 9 volte dal 10° e una dal 3°, si rompe lo stesso?
>
> Perché, se la risposta è sì, forse c'è una bella soluzione con sempre 14 lanci, ma molti meno scalini...

Se qualcuno ha voglia di pensarci prego si accomodi. Noi ci limitiamo a chiederci se non sia meglio, in questo caso, usarne una sola...

Attenti alla testa

Sì, anche quest'anno dobbiamo lamentare un paio di incidenti: due nostri affezionati lettori, ammirando le Perseidi senza l'opportuno casco di protezione, sono stati colpiti (in un punto che comunque in loro non consideriamo propriamente vitale) e adesso ne subiamo le conseguenze. Siccome abbiamo a cuore la vostra sanità mentale, condensiamo le lettere ricevute.

Allora, ha cominciato ***Desmatron***, il quale ha cercato di depistarci facendo arrivare la mail prima delle Perseidi.

Per prima cosa, abbiamo scoperto che lavoro fa: si abbronza. Poi, si pone una domanda fondamentale: *"Ma Newton, ha scoperto il calcolo integrale seduto sul vaso di ceramica?"* Non abbiamo certezze in merito, ma possiamo fornire un paio di indizi: il Wright ("Civiltà in bagno. La storia dei servizi igienici da Creta ai giorni nostri": esiste sul serio, ne abbiamo già parlato) propende per attrezzature decisamente più spartane di un vaso di ceramica, all'epoca *[La frase che si sentiva più sovente per le vie di Londra era "Gardy l'oo!", francesismo che mi rifiuto di tradurre. E poi ci sarà un motivo per cui è scoppiata la peste, no? (RdA)]*; però, ricordiamo anche un quadro (neoclassico) con Newton seduto su una roccia dall'aria molto ceramica che matematizza vestito del solo compasso *[tenuta che, date le temperature, ci sentiamo di consigliare anche a voi*[13] *(RdA)]*. Indi, finalmente, "risolve" il problema. Non sale nessun piano. Sta lì e *tira le bocce sino al piano giusto, e poi le guarda cadere*. Forse non erano le Perseidi, quelle che lo hanno colpito...

Un altro che ha preso qualcosa in testa è probabilmente ***Teo***. O forse ha influito il fatto che è (dice) "impegnato". Non sappiamo quanto ci sia da fidarsi, visto che (anche lui) ci spiega quale sia il suo vecchio lavoro. "...numerosi anni passati al Circo di Mosca..." *[Me lo ricordo! Avevo cinque anni, all'epoca! Era il clown che durante il numero veniva inseguito da una ferocissima gallina! Dovrebbe avere circa settant'anni, allora. (RdA)]*.

Anche il nostro si risparmia i gradini, e devo dire che apprezziamo la soluzione per la "fisicità" che dimostra (questo numero di RM è ***pieno*** di fisica...). Sorvolando sull'appassionante storia, si tratta di impilare pesi su una pallina sin quando non si rompe, e quindi eguagliare l'energia potenziale della pila di pesi (nota) all'energia di una palla che cade da un'altezza ***h*** soggetta alla forza di gravità.... Insomma, anche qui non si fanno le scale. E il nostro usa l'altra palla per infortunare una vecchietta e fare il filo alla di lei nipote.

Toglieteci una curiosità: ve l'hanno già proposto, il problema[14] *"Avete un barometro, misurate quanto è alto il grattacielo"*?

5. Quick & Dirty

Siamo stati alla ***Sagra del Pesce Algebrico!*** Sulla via del ritorno, ci si è presentato un interessante problemino.

Allora, per tenere buono Rudy, gli abbiamo comprato un bel palloncino a forma di radice quadrata, che adesso fa bella mostra di sé (e ingombro nello specchietto) legato in mezzo alla macchina.

Ad un certo punto (niente di grave) il nostro abile Postino-Autista-AccountManager e quant'altro si è trovato costretto a frenare piuttosto bruscamente.

---

[13] Con esclusione del Pinguino: dalle sue parti fa un filino più fresco che qui...

[14] **Non** mandateci la soluzione: all'ultimo computo, ne conosciamo *duecentosessantotto*.

Secondo voi, dove va il palloncino rispetto alla macchina? In avanti, indietro o resta verticale?

6. Pagina 46

Utilizzando la formula di ***Erone***, l'enunciato dice che:

$$\sqrt{p*(p-a)*(p-b)*(p-c)}=2p \qquad [006.001]$$

Sia ora:

$$\begin{aligned} p-a&=x\\ p-b&=y\\ p-c&=z \end{aligned} \qquad [006.002]$$

Allora, la **[001]** diventa:

$$\sqrt{(x+y+z)*xyz}=2*(x+y+z) \qquad [006.003]$$

Quadrando e semplificando,

$$xyz=4(x+y+z) \qquad [006.004]$$

In questa espressione, ***x***, ***y*** e ***z*** sono tutti interi o (se ***p*** non è intero) seminteri, ossia la metà di numeri dispari.

In quest'ultimo caso, però, la parte sinistra sarebbe una frazione e la parte destra un intero. Questo implica che x, y, z siano tutti naturali.

Senza perdere in generalità, possiamo supporre che sia $x \geq y \geq z$; allora:

$$x=\frac{4y+4z}{yz-4}\geq y \qquad [006.005]$$

Ora, affinché ***x*** sia ***maggiore di zero***, deve essere $yz-4\geq 0$; quindi, va studiata la disuguaglianza:

$$y^2z-8y-4z\leq 0 \qquad [006.006]$$

che possiamo esprimere come:

$$(y-y_1)*(y-y_2)\leq 0$$

In cui, per l'uguaglianza si ha:

$$y_{1,2}=\frac{4\pm\sqrt{16+4z^2}}{z} \qquad [006.007]$$

Ma $y_2<0$ e quindi $(y-y_2)>0$, essendo ***y*** positivo.

Quindi, la condizione necessaria per la validità di **[006]** è:

$$(y-y_1)\leq 0 \Rightarrow y\leq\frac{4+\sqrt{16+4z^2}}{z} \qquad [006.008]$$

Ossia deve essere:

$$yz\leq 4+\sqrt{16+4z^2} \Rightarrow yz-4\leq\sqrt{16+4z^2} \qquad [006.009]$$

Ricordando che $y\geq z\Rightarrow yz\geq z^2$, si può scrivere:

$$z^2 - 4 \le \sqrt{16 + 4z^2}$$

Quadrando, si ha:

$$\begin{aligned} & z^4 - 8z^2 + 16 \le 16 + 4z^2 \\ & \Rightarrow z^4 \le 12z^2 \Rightarrow z^2 \le 12 \\ & \Rightarrow z \le 3 \end{aligned} \qquad \text{[006.010]}$$

Quindi, possiamo esaminare tre casi:

1) $z = 1; y \le \dfrac{4 + \sqrt{16+4}}{1} < 9$

In questo caso si ha:

$$x = \frac{4y + 4z}{yz - 4} = \frac{4y + 4}{y - 4} \qquad \text{[006.011]}$$

e questo porta a ***y=5, 6, 8***.

2) $z = 2; y \le \dfrac{4 + \sqrt{16 + 4 * 4}}{2} < 5$

In questo caso si ha:

$$x = \frac{4y + 4z}{yz - 4} = \frac{4y + 8}{2y - 4} = \frac{2y + 4}{y - 2} \qquad \text{[006.012]}$$

e questo porta a ***y=3, 4***.

3) $z = 3; y \le \dfrac{4 + \sqrt{16 + 4 * 9}}{3} < 4$

Ma in questo caso, se ***x=y=3***, allora $x = \dfrac{4y + 4z}{yz - 4}$ ***non è un intero***.

Riepilogando,

x	y	z		a	b	c
24	5	1		6	25	29
14	6	1		7	15	20
9	8	1	il che implica:	9	10	17
10	3	2		5	12	13
6	4	2		6	8	10

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 Come far impazzire la maestra

Volevo parlare di cose semplici. Moltiplicazione e divisione, va bene?

Sto parlando sul serio. Da egocentrici globalizzatori siete sicuramente convinti che le divisioni "si fanno così", e peste e corna su chiunque decida di farle in un altro modo.

Bene, spiacenti deludervi, ma siete gli ultimi arrivati.

Vi ho già raccontato delle maestre di Alberto e Fred, in particolare di quelle di

Matematica? Una di loro (volete sapere di quale? Beh, tanto non leggono RM, di Alberto) è una di quelle persone convinte che le cose si fanno come dice lei, e segnacci rossi sul quaderno di chiunque trovi un altro modo. Risultato: alla Grande Peste la Matematica non piaceva, e bisognava trovare un modo per inserire nell'Aritmetica (e in un paio di teste) il concetto di "seguire un'altra strada"[15].

Bene, qui di sotto trovate un pregevole reperto della scuola elementare: la moltiplicazione di quattrocentocinquantasei per trentaquattro, eseguita da Alberto (verificata dal sottoscritto, tranquilli: l'ho scelta facile apposta).

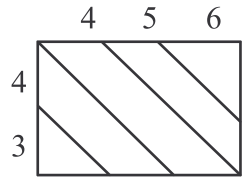
```
  456 x
   34 =
 -----
 1824
1368  =
 -----
15504
```

Adesso cercate di conservare una mente obiettiva e semplice, e considerate quanto segue:

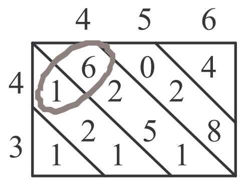
1. Nessuno si è mai degnato di spiegare "perché" ***1368*** bisogna scriverlo "uno più in qua"; ci vuole un certo ragionamento (non accessibile ad un normale alunno di seconda elementare) per capire che in realtà viene moltiplicato per dieci.
2. Occupa un mucchio di spazio, con tutti quei buchi.

Grande è stato lo stupore di Alberto quando ha scoperto che esistevano altri modi. Il più divertente, sostiene, è quello detto "alla *veneziana*" o "alla *persiana*" (non cominciate a pensare a luoghi esotici: è noto anche come "a *gelosia*", quindi si riferisce a quelle cose che mettiamo alle finestre).

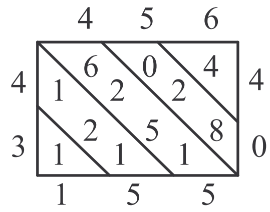
Dunque, per prima cosa ci serve un *rettangolo di calcolo*: lo prepariamo e ci scriviamo i numeri (*Attenzione* che il moltiplicatore è scritto *dal basso in alto*). La carta a quadretti (quelli "grossi", da prima elementare) viene utilissima. Dovrebbe essere qui sulla destra.



Secondo passaggio: effettuiamo le moltiplicazioni cifra per cifra, *scrivendo i risultati uno sotto e uno sopra la riga* (quattro-per-quattro-sedici: ve l'ho cerchiato, per capirci. Con un minimo sforzo, dovreste individuare facilmente cinque-per-quattro e sei-per-tre). Dopo sei calcoli che dovreste riuscire a fare senza Excel, se tutto va bene, dovreste avere l'aggeggio qui alla sinistra.



Coraggio, che siamo quasi alla fine. Adesso, *cominciando da in alto a destra*, sommate lungo le "veneziane" (per intenderci: la seconda è zero più due più otto), *tenendo conto dei riporti*, che portate alla "veneziana" successiva (a sinistra). Il risultato è qui sulla destra (spero).



Orpo (come direbbe Doc), viene uguale. Già. E occupa meno spazio. E, finalmente, *non devo ricordarmi dei riporti mentre faccio le moltiplicazioni, che li perdo sempre per strada*.

No, non vi dico di farle sempre così, però potreste cercare di capire perché prima si va all'insù poi si comincia dall'altra... Insomma, provate a dimostrare che funziona, è divertente.

Come ho detto una volta ad un collega, "Se ci sono due modi per fare una cosa, è estremamente probabile che una persona intelligente possa trovarne un terzo" (si parlava di *hackering*, ma lasciamo perdere).

Un altro modo (e questo *molto utile*) è il metodo "alla *russa*". Ve lo spiego tutto di seguito, poi ci pensiamo sopra. Supponiamo di voler calcolare (tanto per cambiare)

[15] Col tempo, la situazione è migliorata: in compenso, sono due anni che "Topino Tosto" mi deve restituire i libri

quattrocentocinquantasei per trentaquattro.

1. Si scrivono i due numeri di fianco.
2. Sotto, si *raddoppia* il primo e si *dimezza* il secondo, *ignorando il resto*.
3. Si cancellano tutte le righe per cui il risultato della divisione è *pari*.
4. Si somma quello che resta della *prima* colonna.

~~**456 x**~~	~~**34**~~
912	17
~~1824~~	~~8~~
~~3648~~	~~4~~
~~7296~~	~~2~~
14592	1
15504	

Sempre lo stesso risultato.

Non solo, ma personalmente mi pare molto elegante. Quello che si fa, dimezzando uno e raddoppiando l'altro (supponiamo per il momento di non avere resto) è di avere sempre lo stesso calcolo da fare, quindi tutte le righe hanno, in sostanza, lo stesso significato (non mi pare sia necessario Excel per verificare che `1824x8=3648x4=7296x2`), quindi il punto topico è quando *ignoriamo il resto*: gli altri calcoli possiamo buttarli via. Ogni volta che abbiamo un resto e lo ignoriamo (notate che è sempre ***1***) in pratica "perdiamo" un fattore moltiplicativo pari al primo fattore (quello nella prima colonna), e quindi arrivati alla fine (dove il valore è moltiplicato per ***1***, a forza di divisioni per due) se sommiamo tutti questi valori otteniamo il risultato cercato.

Qui finiva la spiegazione per Topino Tosto; se volete un passo in più, considerate che in binario ***34*** si scrive ***100010***. Provate a scriverlo dal basso in alto di fianco ai calcoli, e lo spiegone qui sopra dovrebbe diventarvi immediatamente più chiaro *[Caso mai vi interessasse, è il metodo che uso per fare le moltiplicazioni a mente (RdA)]*.

Un metodo molto simile è qui sotto sulla sinistra: cambiamo calcolo (non per noia, ma perché viene un po' più chiaro): questa volta, quattrocentocinquantasei lo moltiplichiamo per trentacinque.

456	**1**	0
912	2	1
~~1824~~	~~4~~	
~~3648~~	~~8~~	
~~7296~~	~~16~~	
14592	32	3
15960		

1. Scrivo su una riga il moltiplicando e ***"1"***
2. Sotto, raddoppio i due valori e vado avanti finché la *seconda colonna* resta *minore* del *moltiplicatore* (o diventa *uguale*, ma questo è un caso particolare che, quando avrete capito, non dovreste avere difficoltà ad analizzare).
3. Nella *terza* colonna, cominciando dal *fondo*, scrivo la *differenza* tra il *moltiplicatore* e la *seconda* colonna
4. Ripeto il passo (3), ma con il *numero ottenuto* al posto del moltiplicatore per il primo numero che dà differenza positiva della seconda colonna.
5. Sommo la prima colonna per le righe utilizzate nei passi (3) e (4), *anche quella che dà zero* in terza colonna.

Complicato? Beh, sì, un pochino. Spero però che l'indubbia parentela con il metodo russo non vi sia sfuggita: entrambi utilizzano la scrittura binaria.

Cerchiamo di giustificarlo un attimo.

Quando tenete l'ultimo termine, in pratica tenete la componente relativa al bit più significativo (***32***, nel nostro esempio). Siccome però per arrivare a ***35*** ve ne avanzano ***3***, (che per comodità scriviamo di fianco al trentadue). Cercando il massimo dei minori di ***3*** nella colonna centrale troviamo il ***2***, che ci lascia un ***1*** (che gli scriviamo di fianco); a questo punto, trovate ***1*** nella prima riga (scriviamo ***0*** tanto per scrupolo) e il gioco è fatto. Sommate tutti i termini con un numero di fianco e ci siete. Esattamente come visto sopra, se considerate che in binario ***35*** si scrive ***100011*** tutto dovrebbe essere più chiaro.

Se vi sembra complicato, sappiate che ci hanno costruito le piramidi, così: è il metodo cosiddetto "all'*egizia*".

Non crediate che ci si fermi qui: un'altra cosa decisamente carina rispetto a questi metodi è che (contrariamente al metodo "normale") sono immediatamente invertibili e quindi applicabili anche alla ***divisione***: una volta che avete capito la moltiplicazione, questa è decisamente semplice, quindi voglio sperare vi basti vedere l'applicazione al metodo egizio (che a mio modo di vedere è quello più complicato... Opinione personale, sia ben chiaro) per capire come gira il fumo.

Allora: per cambiare, calcoliamo centocinquantatre diviso nove.

1	9	0
~~2~~	~~18~~	
~~4~~	~~36~~	
~~8~~	~~72~~	
16	144	9
17		

1. Scrivo ***1*** e il *divisore* sulla stessa riga poi *raddoppio* i due valori sin quando nella colonna del divisore ottengo valori *strettamente minori del dividendo*.
2. Nella colonna dei *divisori*, cerco una combinazione di numeri che dia come *somma* il dividendo. Questo può sembrare complicato, ma data la struttura della colonna è immediato: basta cercare il maggiore tra i minori del dividendo, sottrarre questo numero dal dividendo, cercare il maggiore tra i minori del valore ottenuto, sottrarre e avanti così sino ad esaurimento.
3. Sommo i valori in *prima colonna* (vi siete accorti che sono le potenze di due, sì?) e il gioco è fatto.

Piaciuto? A me sì, molto: soprattutto capire *perché* funziona. Quello che non mi è piaciuto è stato spiegarlo alla maestra di Alberto...

Adesso toglietevi quell'aria di sufficienza dalla faccia. Per il prossimo mese vi sto preparando un salutare esercizio di umiltà.

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms