Rudi Mathematici

Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rivista fondata nell'altro millennio

Numero 055 - Agosto - Anno Quinto

1. Rue S^{te} Marguerite, N° 41

Atto Primo Portsmouth, Inghilterra, 1850.

Tarda mattinata, ma ancora scura e, soprattutto, nebbiosa. La passerella che unisce il molo al brigantino arrivato da Le Havre si incurva sotto il peso dei bauli che gli scaricatori del porto inglese trasportano bestemmiando. Le schiene piegate e i muscoli contratti si liberano del peso solo quando arrivano presso la piccola carovana di carri in attesa. Dietro la carovana, una carrozza elegante stona nell'ambiente; al suo interno due eleganti borghesi parlano con un accento di Eton che in quei docks e` insolito quanto i loro vestiti e la carrozza che li ospita.

"Allora, vuoi finalmente dirmi cosa pensa Scotland Yard di questo francese? Posso affittargli il cottage che mi ha chiesto, o rischio di mettermi in casa un rivoluzionario?"

"Beh, Michael, tutto sommato credo che tu possa farlo. Il rischio piu` grosso che corri e` probabilmente quello di non vedere i soldi del canone d'affitto, ma questo non accadra` subito, se mai accadra`..."

"Ero convinto che fosse il solito nobile francese terrorizzato dai tumulti del '48, un realista che fugge a gambe levate dalla Seconda Repubblica! Alla peggio, ho temuto fosse un perseguitato politico; ma adesso, vedendo la quantita` di bagagli che si e` portato appresso da Parigi, ero propenso a tornare alla prima ipotesi. E se quei bauli contengono le cose preziose che credo, direi proprio che l'ultima delle mie preoccupazioni dovrebbe essere quella di riscuotere la pigione."

"Le cose sono spesso diverse da come sembrano. Quando abbiamo cominciato a raccogliere informazioni su di lui, la prima sezione ad interessarsene e` stata proprio la divisione politica. Poi, con malcelata soddisfazione, i ragazzi della politica hanno passato tutto il faldone alla sezione criminale."

"Insomma, mi sto mettendo in casa un assassino francese?"

"Rilassati, su. Te lo avrei detto subito, in questo caso. Pero` anche tu potevi capire qualcosa di più, da quel che vi siete scritti. Ti ostini ancora a chiamarlo francese, eppure dovresti ben sapere che e` italiano."

"Cosa vuoi che me ne importi... viene da Parigi, parla francese, a me basta per considerarlo francese. Robert, ricordati che non so neanche come si chiama. Abbiamo usato un'agenzia londinese per i contatti, come al solito in questi casi. Non e` certo la prima volta che trovo una residenza a dei rifugiati, con tutte le rivoluzioni che infestano il continente. Ammetto di aver pensato che fosse un nobile decaduto, un fuggiasco, insomma. Non certo un delinquente comune."

"Ah, comune non e` di sicuro. Fuggiasco sì, sta scappando dalla Francia... ma non e` un delinquente comune. Lui e` un tipo che nel 1789 avrebbe messo d'accordo il governo di re Luigi XVIe quello rivoluzionario. Il fatto che scappi adesso dalla Francia repubblicana per crimini compiuti nel periodo di re Luigi Filippo, mostra con palese evidenza che i suoi non sono reati d'opinione. Nella sua Toscana ha giocato un po` a fare il rivoluzionario, da giovane, fino al punto di dover scappare in Francia. E adesso scappa dalla Francia, ma cio` non toglie che, per quel che ti riguarda, sia quasi inoffensivo."

"Hai intenzione di tenermi sulle spine ancora per molto? Via, dimmi insomma, chi diavolo e` quest'italiano. Un anarchico? Un terrorista? Un truffatore, come la meta` dei suoi compatrioti?"

"No, e` solo un ladro. E` ricercato in tutta la Francia, e sta riparando nel nostro amato Regno per evitare di finire in gattabuia. I bauli che vedi, con ogni probabilita`, contengono il frutto sudato dei suoi colpi. Perché vedi, lui non ruba denaro o gioielli. E` un vero romantico, in fondo, questo fiorentino. Ruba solo per possedere la refurtiva, e ruba solo cose specialissime.

"Da qualche minuto provo una simpatia crescente per tutti coloro che rendono la vita difficile agli sbirri come te, Robert. Te lo concedo, sei molto abile a tenere l'uditorio sulla corda e a creare la tensione narrativa. Ora che l'ho ammesso, vuoi dirmi chi e` questo tizio e che cosa ruba, o stai meditando di mandarmi le informazioni per posta?

"Divertente... se tu conoscessi anche solo un po` di italiano, potrei rispondere a due tue domande con una sola parola" – Robert si concesse un sorriso – "Libri. Si chiama Guglielmo Libri, vecchio mio, un nome che nella nostra lingua suonerebbe piu` o meno come William Books. E sono proprio i libri le cose che ruba. Libri preziosi e rari. Scommetto che quei bauli ne sono pieni".

"Non mi dire... Beh, poteva andarmi peggio, in fondo. Certo, arricchira` la mia gia` vasta collezione di inquilini fuori dal comune. Un poeta italiano mezzo matto che ruba in folio rari e madrigali rinascimentali."

"Sempre troppo precipitoso, Richard. Non tutti gli italiani sono poeti, a quanto sembra. Il nostro amico e` un matematico, e adora specialmente rubare libri di matematica".

Atto Secondo, Scena Prima: Firenze, Italia, 1952.

Nove e mezzo d'una sera di Ottobre. Tutta Firenze e` raccolta attorno a tavole e focolari, e le finestre delle case brillano della luce calda e rossa delle lampade a incandescenza, ancora vergini dei neon anni Sessanta e del celeste elettrico dei primi televisori. Quasi tutte buie e mute le finestre degli uffici e dei musei, ma una luce continua a brillare dietro i vetri della Biblioteca Moreniana.

"Professor Brun, insomma! Ha intenzione di fare notte anche stavolta?"

"Oh, signora Elisabetta, abbia pazienza ancora un poco, la prego ..." – l'accento nordico dello studioso sembrava rendere ancora piu` fredda l'aria all'interno della biblioteca – "La prego, la prego... mi lasci rimanere ancora un po', ho scoperto delle cose incredibili, davvero incredibili..."

La bibliotecaria guardo` il norvegese da sopra le lenti da presbite. Sospirò, cambio` tono e passo` al tu.

"Viggo, quante volte devo ripetertelo? La biblioteca non scappa, la notte! Come la lasci ora, la ritrovi domani mattina... so che la tua ricerca e` importante, so che non hai molte conoscenze con cui passare le serate, ma diamine! Son tre sere che ti fai cacciare a pedate, da questo posto.."

Viggo avverti` il cambio di intonazione e l'accrescersi dell'intimita` e cerco` di adeguarsi, nella speranza di impietosire la bibliotecaria. Ma diffidava ancora troppo del suo italiano, e mentre nervosamente faceva risalire con un dito gli occhiali dalla punta su fino all'attaccatura del naso, si ritrovo` ancora piu` imbarazzato ad usare contraddittoriamente sguardi complici con gli occhi ma ancora la forma di cortesia con le parole.

"No, no, Elisabetta, la prego, davvero! Lei puo` certo capire, anche lei e` una studiosa! Sono quasi certo, ormai... il Candido sbagliava, il manoscritto e` originale! Originale, capisce! Per favore, solo per stanotte; mi mancano ancora delle pagine, ne ho trovate solo otto, in fondo, e c'e` bisogno di cura, di attenzione e di cura, la prego!"

Le mani dalle lunghe dita nodose correvano frenetiche a mostrare vecchi fogli, senza pero` toccarli, con un rispetto nevrotico ed entusiasta. Dietro gli occhiali dalla montatura in metallo e nonostante la bassa temperatura presente nel locale, si indovinavano piccole gocce di sudore sulla fronte del professore.

Elisabetta era di almeno un paio di spanne piu` bassa di Brun, ma, in parte perché in questo momento il professore era seduto e lei in piedi, in parte perché l'autorita` d'una bibliotecaria la rende miracolosamente piu` alta, in quel frangente troneggiava su Viggo, che si sentiva minuscolo e indifeso, totalmente alla sua mercé.

"Chiudero` questa biblioteca con estrema attenzione e cura, esattamente fra cinque minuti, esimio professore. Riporro` con attenzione ancora maggiore gli estratti del catalogo Palagi-Libri nel posto che loro compete, e con cura quasi sacra mettero` sotto chiave i fogli ingialliti sui quali si sta rovinando gli occhi. E se entro cinque minuti lei sara` fuori di qui, domani forse riaprirò` le porte al mio amico Viggo. Altrimenti, faro` in modo che il Professor Brun dell'Universita` di Oslo non abbia piu` il permesso di entrare in queste stanze."

"Ma no, Elisabetta, lei non capisce! E` che..." – di fronte a quegli occhi decisi, Viggo Brun capitolo` improvvisamente – "Oh, va bene, va bene!"

Si alzo` dallo scrittoio, ripose gli occhiali, recupero` cartella e cappello. Prima di voltare le spalle e dirigersi definitivamente verso l'uscita, tento` un ultimo assalto.

"Forse, domani mattina, riesce lei ad aprire la biblioteca un'ora prima?"

"Fuori!" – ringhio` Elisabetta. Ma le veniva da ridere.

Atto Secondo, Scena Seconda: Firenze, Italia, Sei Luglio 2000.

"E` tutto, Elisabetta! E` intero, completo, capisci? Dalla prima all'ultima pagina! Parte era nel Nuovo Fondo Libri, ed e` per quello che Brun non e` riuscito a trovarlo!"

"Io so soltanto che avrei dovuto dare retta alla buon'anima di mia nonna. Me lo diceva lei, che a fare codesto mestiere si rischiava di incontrare della gente un po` strana, ma io niente... «voglio fare la bibliotecaria come te», pigolavo... e lei a parlarmi del silenzio, della solitudine, interrotta solo da professori mezzi matti. A lei almeno e` toccato un tipo esotico. Io me la devo giocare con un matto nostrano."

"Smettila di prendermi in giro! Guarda che questo rendera` la biblioteca famosa in tutto il mondo. A due anni dal bicentenario della nascita, poi... Libri, Palagi, Candido, Brun, Procissi... ma adesso ci siamo, possiamo mettere la parola fine. Questa e` l'ultima pagina, vedi? *«Rue S^{te} Marguerite, N° 41, faubourg S. Germain»*. Non manca piu` niente in mezzo.

"Guarda che quella pagina l'avevano gia` trovata da un pezzo."

"Lo so, antipatica. E tu guarda che se non la smetti di fare la zitella acida non ti invito al banchetto che sicuramente daranno in mio onore"

"Sì, un banchetto... per un paio di dozzine di fogli incartapecoriti. Ti andra` gia bene se ti offriranno una colazione al bar di sotto, mio caro Professor Andrea Del Centina."

"Donna di poca fede... scommetti che ho ragione io?

"E cosa vorresti scommettere?"

"Un'altra colazione, no?"

Atto Terzo: "Universitetets Aula", Oslo, Tre Giugno 2003.

"Mezzo secolo fa..." – pensava Jean-Pierre – "E` passato quasi mezzo secolo da quel giorno a Toronto. Ma e` cosi` diverso, qui..."

L'Aula dell'Universita` trasudava ufficialita`. Ma nonostante i vestiti di gala, nonostante il brusio educato ed assordante delle grandi occasioni, nonostante l'orchestra e i cantanti e soprattutto nonostante il sorprendente fatto che tutto questo fosse stato preparato per lui, Jean-Pierre non riusciva a distogliere gli occhi dall'enorme murale. "Il Sole" di Edvard Munch splendeva arrogante e tiranno dalla parete dell'Aula, e catalizzava l'attenzione. Raggi assoluti che invadevano lo spazio, si rarefacevano appena sotto l'orizzonte. Munch non c'era, quarantanove anni fa, a Toronto. Non c'era, quando un Jean-Pierre appena ventottenne si alzava a ritirare la Medaglia Fields. Adesso invece brillava dalla parete, rendendo "l'Aula dell'Universita`" di Oslo ancora piu` solenne e silenziosa. Cosi` silenziosa e assorta che fu proprio il silenzio, reale e non solo immaginato, che gli fece capire che stava accadendo qualcosa.

Sua Maesta` Re Harald V di Norvegia si era alzato, aveva preso posto di fronte ai microfoni, e gli stava sorridendo. Jean-Pierre si riscosse, si guardo` rapidamente intorno, alla ricerca di un punto d'appoggio e del suo miglior portamento ufficiale. Incontro` il sorriso della Regina Sonja e sospirò, raddrizzando la schiena e le spalle. Re Harald stava cominciando il discorso ufficiale.

"Per aver svolto un ruolo fondamentale nel dare una forma moderna a numerose branche della matematica, fra cui la topologia, la geometria algebrica e la teoria dei numeri, l'Accademia Norvegese di Scienze e Lettere assegna a Jean-Pierre Serre del College de France, Parigi, Francia..."

Aveva un groppo alla gola, il vecchio Jean-Pierre. Non era certo per i sei milioni di corone norvegesi. Non solo, almeno. Non era neanche solo per quell'enorme Sole di Munch, che faceva da sfondo al testone di Sua Maesta` Harald. Forse, era la sensazione di essere il primo. Il primo nome di una lista che sarebbe cresciuta, cresciuta nel tempo...

Prologo: Accademia delle Scienze di Parigi, Novembre 1826

"Sono troppo vecchio per queste cose, ormai. Le mie settantaquattro primavere mi hanno appannato gli occhi e la vista, Augustin, non credo di riuscire a fare quanto il presidente Poisson ci ha chiesto." – Adrien-Marie Legendre agitava un fascicolo davanti agli occhi distratti di Cauchy – "Hachette mi ha detto che anche tu hai parlato con quel ragazzino norvegese. Spero che la sua profondita` di pensiero abbia colpito te quanto me. Avessi io il suo ardore e la sua eta`! Scommetto che sentiremo presto parlare di lui, promette davvero bene. Io ho passato la vita a studiare le funzioni ellittiche, e dalle poche parole che ci siamo scambiati, mi sembra che lui ne sappia gia` piu` di me. E` per questo che volevo studiare in fretta questo suo lavoro. Un po' per invidia e un po' per curiosita`: anche perché alla mia eta` l'invidia e` assai meno forte della curiosita`."

Legendre riavvicino` il fascicolo agli occhi, palesando una antica presbiopia. Continuo` il monologo:

"Senti che bel titolo: *«Sur une propriété générale d'une classe très étendue de fonctions transcendantes»*. Molto estesa, dice. Per la miseria, quanto vorrei poterlo leggere! Ma non ci sono lenti che tengano, purtroppo, i miei occhi davvero non ce la fanno... non riesco proprio a leggere questi fogli, vergati con questo inchiostro cosi` chiaro, con questi simboli cosi` malformati.[1] Ti prego, tu che non senti ancora il peso degli anni, vuoi farmi il favore di prendere su di te questo incarico? Leggi la memoria e poi raccontamela. Oltre ad adempiere il compito che ci ha dato il presidente dell'Accademia, potremmo anche scoprire un nuovo genio matematico. Mi farai questa cortesia,vero?"

Il trentasettenne Cauchy si ricordava del norvegese. Non condivideva l'entusiasmo del vecchio Legendre, ma non poteva per questo sottrarsi all'incarico che era stato loro dato direttamente dal presidente Poisson. Sospiro` appena, e ricomincio` a leggere i suoi appunti.

[1] « ...le Mémoire n'était presque lisible, il était écrit en encre très blanche, les caractères mal formés» - Lettera di Legendre in risposta a Jacobi, 8 Aprile 1829.

"Certo che lo faro` Adrien. Lascia pure a me la memoria. La leggero` appena possibile, non me ne dimenticherò".

Ma Cauchy se ne dimenticò. E la disgraziata memoria incomincio` la sua tormentata odissea. Un tormento secondo solo a quello della brevissima vita del suo autore, Niels Henrik Abel.

Abel nacque esattamente duecentouno anni fa, il cinque agosto 1802, e visse meno di diecimila giorni. E diecimila giorni sono davvero pochi. Andrebbero festeggiati quanto e meglio dei diciotto anni: il decimillesimo giorno arriva durante il ventottesimo anno di vita, e alle cinque cifre raggiunte nel computo delle giornate non fara` mai seguito l'arrivo della sesta; e` la gioventu` piu` matura e indipendente, e se davvero esiste una ragione al mondo per la quale tale evento non e` grandemente festeggiato, questa non puo` essere altro che l'imperante ignoranza matematica che ne fa apparire difficile il calcolo; potrebbe cambiare, adesso, in epoca di diffusissimi fogli elettronici. Niels Abel non avrebbe avuto soverchie difficolta` a calcolare il suo decimillesimo giorno di vita, ma non ebbe occasione di festeggiarlo: mori` prima di aver compiuto ventisette anni.

Pur se la sola verde eta` gia` basterebbe a dipingere la figura di Abel come quella di un eroe tragico, il destino sembra aver voluto aggiungere una tale quantita` di altri elementi drammatici che, se si trattasse di invenzione letteraria anziché di storia, l'autore verrebbe tacciato di eccesso di pathos. Abel fu povero per tutta la vita, e lo fu nel senso piu` pieno del termine, perché tutta la Norvegia era tormentata da devastante miseria: all'inizio del XIX secolo la Norvegia era infatti parte della Danimarca, e la Danimarca tendeva ad essere neutrale durante le guerre napoleoniche. Come spesso succede, la neutralita` fu vista come atto ostile dai guerreggianti, e l'Inghilterra distrusse mezza flotta danese nel 1801, tanto per palesare che l'attacco preventivo non e` invenzione recente. Il fatto che la Danimarca-Norvegia continuasse imperterrita ad evitare ogni atto bellico contro di loro convinse definitivamente gli ammiragli inglesi che di certa gente non ci si poteva fidare; ripeterono pertanto l'attacco nel 1807, distruggendo la meta` residua della flotta. Finalmente la Danimarca si decise, e si schiero` apertamente contro gli inglesi: questo scateno` un duplice blocco commerciale, e a soffrirne in particolar modo fu la Norvegia, perché la sua principale fonte di reddito, il legname, veniva esportato soprattutto in Inghilterra, e la sua principale importazione, il grano, arrivava dalla

Danimarca che a causa del blocco navale non poteva rifornirla. A chiudere il cerchio della fame e della disperazione, la Danimarca venne infine attaccata dalla Svezia, che le strappo` proprio il dominio della Norvegia: quest'ultima tento` allora di darsi un governo autonomo, e ottenne cosi` di essere attaccata direttamente dalla potenza svedese.

Tutto questo nello spazio di circa tre lustri, che coincidono con i primi quindici anni di vita di Abel. E solo in anni cosi` disperati puo` accadere che una persona sia al tempo stesso un importante uomo politico del proprio paese, un ministro del culto, il genero di un armatore e un alcolizzato mezzo morto di fame. Il padre di Abel fu tutto questo: patriota, tra i redattori della costituzione norvegese, e al tempo stesso incapace di nutrire come si deve i suoi sette figli. In compenso la madre viene spietatamente descritta dalle cronache come "donna di bassa moralita`".

Deve essere duro essere un genio, in simili condizioni di fame perpetua, anche perché il disastro economico su scala nazionale comporta la sostanziale assenza di un ambiente accademico. L'unica universita` norvegese, a quei tempi, era quella di Christiania (Oslo[2]), nuovissima, perché fondata solo nel 1813. Paradossalmente, anche questa fu una sfortuna, per Niels: nel 1815 comincio` infatti a frequentare la Scuola della Cattedrale. Questa era da sempre un'ottima scuola, ma era stata "saccheggiata" proprio per la fondazione della nuova universita`, perdendo gran parte degli insegnanti e ogni reale capacita` didattica. In compenso, quando nel 1821 Abel fece il suo ingresso all'Universita`, egli era ormai senza possibilita` di sopravvivere, perché suo padre era morto l'anno prima. Un professore[3] della Scuola della Cattedrale aveva pero` probabilmente riconosciuto in Niels il genio, e riusci` a far studiare e laureare Abel grazie a collette raccolte fra colleghi.

Durante l'ultimo anno di universita` (1821-1822) Abel lavoro` alla risoluzione per radicali delle equazioni di quinto grado, e credette di averla trovata. Trovo` poi un errore nella dimostrazione, e tre anni piu` tardi dimostro` invece l'impossibilita` di risoluzione generale per questa via delle quintiche. L'errore fu pero` salutare, una volta tanto, perché consenti` a Ferdinand Degen, matematico danese che Abel aveva interpellato in proposito, di suggerire al giovane Niels di interessarsi agli integrali ellittici.

La miseria ha delle conseguenze inaspettate e una elevatissima capacita` di permeare ogni aspetto della vita umana. La dimostrazione dell'impossibilita` di una soluzione generale per radicali delle quintiche era una scoperta importante[4], e Abel si predispose a farla conoscere ai matematici del tempo. L'Universita` non aveva fondi da destinare all'uopo, cosi` Abel dovette pubblicare a proprie spese il pamphlet con la sua dimostrazione. A causa della scarsezza di denaro, non solo scelse la forma piu` economica di stampa (il pamphlet, appunto), ma ridusse quanto piu` possibile la dimostrazione, riducendo cosi` al minimo anche il numero delle pagine da stampare. Alla miseria si aggiunse poi la sfortuna: Gauss, ad esempio, ricevette il pamphlet ma, per ragioni misteriose e ancor oggi dibattute, non lo lesse neppure.

Abitare ai confini dell'impero culturale comporta la necessita` di viaggiare per farsi conoscere: e Abel si predispose ad andare con alcuni amici (e finanziatori) in un pellegrinaggio attraverso la Germania e la Francia per incontrare i maggiori

[2] Oslo e` il nome originale che la citta` mantenne dalla sua fondazione fino al 1624, quando fu distrutta da un incendio. Venne ricostruita da Re Christian IV di Norvegia, e per questo ribattezzata Christiania. Dopo un parentesi in cui il nome muto` ancora in Kristiania, si ritorno` al primo nome nel 1924.

[3] **Bernt Holmboe**, 1795-1850. Pubblico` tutti i lavori di Abel nel 1839: e` significativo notare che, pur essendo famoso come "il professore di Abel", non avesse che sette anni piu` di Niels.

[4] "Non risolubile per radicali" e "trascendente" sono virtualmente sinonimi, in questo contesto.

matematici dell'epoca. E il viaggio fu quasi un'odissea. Alla prima tappa, Copenhagen, scopre che il suo mentore Degen e` morto; la mancata risposta di Gauss lo convince poi ad eliminare Gottingen dalle tappe previste; farebbe allora bene a seguire il consiglio di Hansteen[5], che lo esorta ad andare subito a Parigi, dove risiedono i piu` grandi matematici, ma Abel sa di essere facile preda della depressione, se rimane in solitudine, e non ha intenzione di lasciare i suoi amici e compagni di viaggio. Questi non hanno fretta di raggiungere la capitale francese, e lo portano prima a Berlino e poi attraverso tutto il Nord Italia. Durante il viaggio conosce Crelle[6], che gli restera` sempre amico, ma viene anche a scoprire che proprio al suo insegnante di liceo e` stata assegnata l'unica cattedra disponibile dell'universita` di Christiania. Questo toglieva ad Abel forse l'ultima speranza di avere un lavoro retribuito, ma non intacco` minimamente l'amicizia che lo legava ad Holmboe, con il quale continuo` a mantenere sempre una fitta corrispondenza. Proprio da una lettera all'amico-insegnante, inviata quando era a Berlino, si intravede la capacita` di analisi e critica del norvegese. Abel ha ventiquattro anni, quando scrive:

> "I miei occhi si sono aperti in una maniera che mi sorprende: a parte i casi piu` semplici, non c'e` in tutta la matematica una sola serie infinita la cui somma sia stata calcolata in maniera rigorosa. In altre parole, le parti piu` importanti della matematica sono tuttora senza fondamento. E` senz'altro vero che la maggior parte di essa e` valida, ma e` proprio questa la cosa sorprendente. Mi dispero alla ricerca di ragione di tutto ciò, e` un problema incredibilmente interessante".

Quello che nel 1826 arriva finalmente a Parigi e` un Abel stanco e, inevitabilmente, senza soldi. Si sistema in una stanza in Rue Sainte Marguerite, e si riduce a vivere mangiando un solo pasto al giorno. Dopo aver presentato la sua celebre memoria all'Accademia, rimane a Parigi in attesa di una risposta, ma la risposta non arriva, a causa della dimenticanza di Cauchy. Era una memoria rivoluzionaria, che conteneva gia` quello che oggi e` noto come "Teorema di Abel", che ha implicazioni fondamentali nella teoria degli integrali ellittici, nel lavoro successivo di Jacobi e Galois, e in molti aspetti della matematica moderna. Sulla prima pagina c'era scritto "par N.H. Abel, Norvegien", e nell'ultima era riportato il suo indirizzo parigino.

Deluso, Abel torna a Christiania nel Maggio 1827. Vive di un piccolo sussidio dell'universita`, insegna ai bambini, mentre la sua fidanzata si industria come governante presso case di amici. Creduta ormai perduta per sempre la sua memoria per l'Accademia delle Scienze di Parigi, ne pubblica un riassunto sulla rivista di Crelle, poi comincia a produrre una tale quantita` di scritti matematici che il suo amico a Berlino non riesce tenere il ritmo delle pubblicazioni. Si ammala durante il Natale del 1828.

Nel frattempo però, sembra essere giunta l'ora della riscossa: i suoi lavori non sono rimasti del tutto ignorati. Jacobi si accorge che alcune delle sue maggiori scoperte non sono altro che conseguenze di un teorema piu` generale del giovane norvegese. Ne rimane stupito ed entusiasta, al punto di scrivere all'Accademia delle Scienze di Parigi chiedendo come fosse possibile che una tale scoperta rivoluzionaria nel campo

---

[5] **Christopher Hansteen**, professore di astronomia all'universita` di Oslo, finanziatore e amico di Abel.

[6] **August Crelle** (1780-1855) rimane nella storia della matematica non tanto per il talento matematico, quanto per tre caratteristiche che spesso mancano ai grandi creatori di teoremi: la capacita` organizzativa, l'abilita` nel riconoscere il talento matematico nei giovani, e uno sterminato entusiasmo per la matematica. Il "Giornale di Crelle" fu la pubblicazione in cui Abel riporto` quasi tutti i suoi scritti. Quando Abel penso` che la sua memoria parigina fosse perduta per sempre, la riassunse in due pagine sulla pubblicazione di Crelle, sotto il modesto titolo "Un teorema".

della matematica potesse essere rimasta ignorata[7]. L'Accademia stessa cerca di correre ai ripari, si mette alla ricerca della memoria originale di Abel e capisce che il giovanotto emaciato che non era stato tenuto in troppa considerazione nel 1826 meritava un risarcimento.

Tutto sembrava tornare a posto, finalmente. Quasi si fossero messe segretamente d'accordo, Parigi e Berlino si occuparono di Abel all'inizio del mese di Aprile 1829. A Berlino, Crelle era finalmente riuscito ad ottenere una cattedra per Abel, e l'8 Aprile scrisse la notizia a casa di Niels. Nello stesso 8 Aprile, l'Accademia francese scrisse di aver ritrovato la memoria abeliana, e invitava l'autore a recarsi al piu` presto possibile a Parigi

Né Crelle a Berlino né l'Accademia di Francia sapevano che Niels Henrik Abel era morto quarantotto ore prima, ucciso dalla tubercolosi, il 6 Aprile 1829.

I riconoscimenti, tristemente postumi, non si fecero attendere. E` Abel, insieme a Jacobi, che vince il Grand Prix dell'Accademia di Parigi nel 1830[8]. E se il matematico muore giovane, le sue idee sono ancora vive e vitali: "abeliano" e` oggi un aggettivo cosi` diffuso nella teoria dei gruppi (il cui piccolo seme e` presente nella memoria parigina di Abel) che molti giovani studenti conoscono la parola senza neanche conoscere l'uomo da cui la parola ha origine. Ben presto, Lie[9] propone di istituire un premio alla memoria di Abel, ma l'idea dell'algebrista non viene realizzata. Nel centenario della nascita, però, venne eretta ad Oslo la bella statua che raffigura Abel coi capelli scarmigliati dal vento, in una posa assai piu` dinamica dell'unico ritratto esistente.

Neanche il manoscritto originale della memoria parigina di Abel ebbe vita facile. Anche se e` difficile provare compassione per ventiquattro fogli di carta, la loro storia non e` meno avventurosa. Si e` visto come Cauchy lo dimentico` nel 1826, e come venne ritrovato poi, in qualche stipo dell'Accademia francese, solo tre o quattro anni dopo. Ma se il 1830 e` l'anno in cui ad Abel viene assegnato il Grand Prix, per i manuali di storia e` anche e soprattutto l'anno in cui la Francia torna a fare la rivoluzione, spodestando Carlo X e mettendo sul trono Luigi Filippo, duca d'Orleans, voluto dai liberali. In ogni rivoluzione c'e` qualcuno che deve scappare in tutta fretta, e questa volta toccò, tra gli altri, proprio ad Augustin Cauchy, che riparo` prima a Praga e poi a Torino. Non e` del tutto chiaro se Cauchy avesse con sé nella fuga il manoscritto di Abel, o se per qualche ragione fosse ancora l'unico a sapere dove si trovasse esattamente: fatto sta che fu solo tramite enormi pressioni da parte della Norvegia, desiderosa di veder pubblicate tutte le opere del suo massimo matematico, che il manoscritto nuovamente perduto fu infine nuovamente ritrovato, e messo finalmente alle stampe da parte dell'Accademia di Parigi; ma nel frattempo sono passati ben undici anni, e siamo gia` nel 1841.

Era un momento, quello, in cui era senza dubbio piu` importante "pubblicare" il contenuto della memoria che dare valore di cimelio al manoscritto originale abeliano: il desiderio di recuperare proprio le pagine che ancora contenevano le parole scritte

[7] E` in risposta a questa interrogazione di Jacobi che Legendre scrive timidamente quanto riportato nella nota numero 1.

[8] "State procedendo in maniera cosi` rapida, signori, in tutte queste magnifiche speculazioni, che e` quasi impossibile seguirvi, specialmente per un vecchio quale io sono. Mi congratulo con me stesso per aver vissuto abbastanza a lungo da poter essere testimone di queste grandiose competizioni tra due giovani ed ugualmente forti atleti, che con il loro progressi spostano i confini della scienza e della conoscenza avanti e ancora avanti." Ancora da una lettera di Legendre a Jacobi, che commenta gli sforzi indipendenti e congiunti di Abel e del tedesco nello studio delle funzioni ellittiche (1828).

[9] **Sophus Lie** (1842-1899), il piu` grande matematico norvegese. Dopo Abel, naturalmente.

dal pugno di Abel venne a Sylow[10] e al solito Lie nel 1874, quando ottennero dall'Accademia di Francia il permesso di consultare il manoscritto originale. Solo che, negli archivi dell'Accademia di Francia, il manoscritto non c'era più.

La spiegazione del mistero sta nel semplice fatto che e` controproducente affidare la guardia del pollaio ad una volpe. L'incarico di pubblicare l'opera di Abel, nel 1841, fu infatti dato dall'Accademia di Francia al matematico e bibliofilo italiano Guglielmo Libri[11], probabilmente il piu` grande ladro di libri di matematica della storia[12].

E` certo che, dopo aver stampato la memoria, il Libri "dimenticò" di restituire il manoscritto agli accademici francesi. La figura di questo matematico toscano meriterebbe un intero romanzo storico: fiorentino di nascita, cattedratico a Pisa in Fisica Matematica nel 1823, partecipa ad una cospirazione antimonarchica e, braccato, scappa in Francia nel 1830; esattamente il contrario di quanto fa nello stesso anno Cauchy. A dimostrazione che non fosse matematico per caso, basti notare che, oltre a diventare in breve cittadino francese nel 1833, nello stesso anno viene eletto proprio all'Accademia delle Scienze di Parigi, per prendere il posto dell'appena defunto (indovinate un po'...) Legendre. Dopo l'ulteriore onore dell'elezione al College de France, i molto incauti francesi commettono bibliofilicamente suicidio nominandolo Ispettore delle Librerie di Francia. Piu` o meno come mettere Don Giovanni e Casanova di guardia all'harem del Re di Persia. Nel 1848, l'ennesima rivoluzione di Francia e la contemporanea condanna a dieci anni di prigione lo convinsero ad emigrare in Inghilterra, che raggiunge da fuggiasco nel 1850. Qui parte del tesoro in libri fu probabilmente venduto, perché le finanze di Guglielmo subirono in questo periodo britannico rapidissimi miglioramenti. Riusci` infine a tornare nella natia Toscana, e si spense infine a Fiesole; la sua opera piu` celebre (perché i libri li scriveva, oltre che rubarli) rimane la "Storia delle Scienze Matematiche in Italia", pubblicata tra il 1833 e il 1841.

E i suoi bauli pieni di libri?

Difficile ricostruirne la storia. In parte, furono certamente venduti in Inghilterra; sembra che Guglielmo riuscisse a racimolare in terra d'Albione l'equivalente di un milione di franchi francesi, pur essendovi arrivato praticamente in miseria. Il governo francese organizzo` il recupero dei libri rubati nel 1888, e molta refurtiva riprese cosi` la strada per Parigi. Ma molti altri preziosi manoscritti seguirono Guglielmo in Italia. Si sfioro` la catastrofe quando Libri morì, poiché gli esecutori testamentari decisero[13] di mandare al macero una gran quantita` di fogli e manoscritti. Il deus ex-machina che fortunatamente irrompe a questo punto sulla scena si chiama Giuseppe Palagi, che acquista, salvandolo da distruzione, il tesoro condannato a morte. Palagi fu uno dei massimi contributori alla fondazione della Biblioteca Moreniana[14] di Firenze, e il tesoro di Libri salvato dalle fiamme e` ora lì, catalogato sotto la voce "Fondo Palagi-Libri".

---

[10] **Peter Ludwig Mejdell Sylow** (1832-1918), altro matematico, altro norvegese.

[11] **Conte Guglielmo Libri Carucci della Sommaja** (1803-1869), gran bel soggetto.

[12] Ammettiamo che questa potrebbe essere un'esagerazione dovuta a schietta ignoranza. Sono noti diversi bibliofili e persino qualche ladro di libri; a parte il nostro Guglielmo, però, non conosciamo nessuno famoso per essere stato bibliofilo, ladro di libri, matematico e storico della matematica al tempo stesso. Se questa non e` una dimostrazione dell'asserzione, rende quantomeno lecito avanzare una congettura.

[13] Violando spudoratamente le sue ultime volonta`.

[14] E` aperta al pubblico, e coabita con la Biblioteca Ricciardiana nel celebre e bellissimo Palazzo Medici-Ricciardi, quello che al liceo si studia per i tre tipi di "bugnato" che marcano le tre sezioni del palazzo. Se passate da Firenze, quest'estate, potreste farci un giro (attenzione, però, e` chiusa dal 16/8 al 31/8).

Una biblioteca e` senza dubbio il posto migliore, per un manoscritto. Li` puo` riposare al sicuro, ed essere consultato e analizzato di tanto in tanto da persone che certamente nutrono amore ed interesse per i libri. E se il manoscritto e` un manoscritto importante, quasi certamente la sua importanza verra` scoperta nel tempo. Giacomo Candido[15] ritrova, nel fondo Palagi-Libri, un manoscritto intitolato "*A. Legendre - Nota autografa, ritrovata nel Fondo Palagi-Libri, attaccata alla copia, fatta dal Libri, della Memoria di Abel*"; lo studioso si convince pertanto che il manoscritto conservato alla Moreniana sia una copia eseguita da Libri a partire dall'originale di Abel, ma il contenuto e` comunque prezioso e interessante, e gli basta per pubblicare nel 1940 un articolo intitolato "*Sulla mancata pubblicazione, nel 1826 della celebre memoria di Abel*".

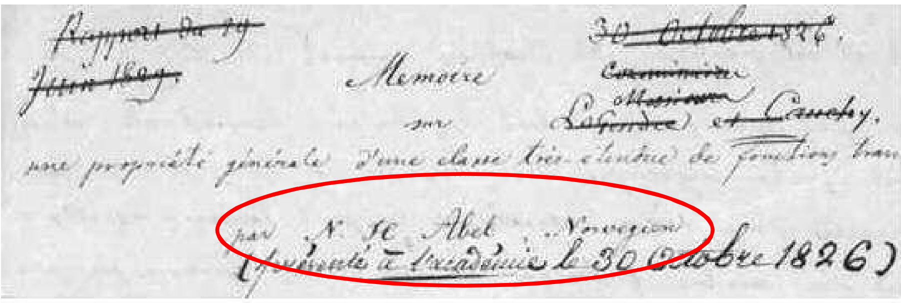
Torna in campo la Norvegia: Viggo Brun arriva a Firenze nel 1952 e, per ragioni che forse trascendono la razionalita`, si convince che la "copia fatta dal Libri della memoria di Abel" sia in realta` proprio il manoscritto originale del suo connazionale. Si fa aiutare nelle ricerche da Angiolo Procissi, fotografa il manoscritto e spedisce il microfilm ad Oslo. I periti calligrafi norvegesi sciolgono il dubbio: il manoscritto e` proprio quello vergato da Abel che rifiutava, per il troppo chiaro inchiostro, di farsi leggere dai vecchi occhi di Legendre.

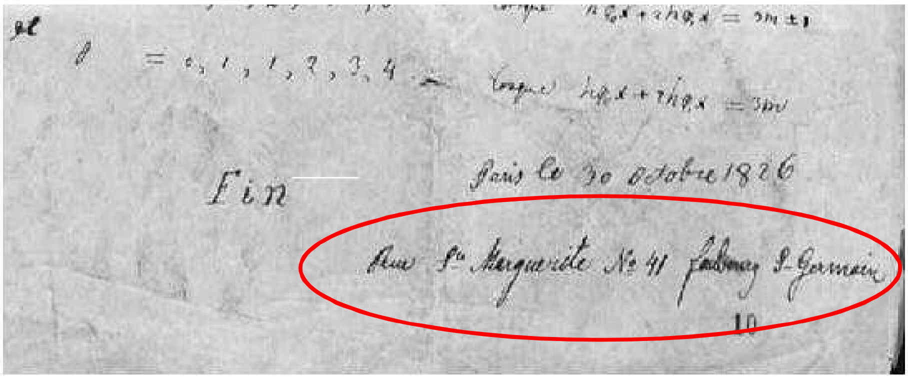
O meglio, una parte del manoscritto e` quella originale: dieci pagine, le prime otto e le ultime due. Ma sono gia` un reperto eccezionale, e sono quanto basta ad iniziare la ricerca sistematica delle mancanti. Procissi passa lunghi giorni a vagliare ogni possibile foglio candidato, e, alla fine, all'appello ne mancheranno solo piu` otto. Infine, nel dicembre del 1999 inizia quella che sembrava essere l'ultima puntata della caccia al tesoro, ma e` invece purtroppo risultata essere solo la penultima.

Andrea Del Centina[16] insegna Geometria Superiore all'Universita` di Ferrara, ma si e` laureato a Firenze. Conosce quindi i segreti della capitale mondiale dell'arte, che a quanto pare si diverte anche a nascondere e conservare i capolavori del pensiero scientifico. E` lui che a fine 1999 riprende la ricerca delle otto pagine mancanti, ed e` lui che probabilmente sente una violentissima emozione quando tutte le pagine sembrano ricomparire e completare, quasi esattamente duecento anni dopo la nascita dell'autore, una delle piu` celebri memorie matematiche della storia.

[15]**Giacomo Candido** (1871-1941), matematico italiano, famoso soprattutto per il "caso Libri" e il suo tentativo di esaltare le gesta del toscano dal punto di vista nazionalistico, come gradiva il regime fascista.

[16] **Andrea Del Centina** merita una nota speciale, e non soltanto perché e` l'unico matematico italiano vivente citato in queste pagine. Oltre ad avere nei suoi confronti la naturale invidia che i dilettanti provano nei confronti dei bravi professionisti, verso di lui abbiamo anche il debito di aver potuto raccontare questa storia. Infatti, non soltanto e` il protagonista indiscusso del ritrovamento del manoscritto di Abel (oltre a ritrovarne quattro pagine, ha anche ricostruito la storia del manoscritto dalla pubblicazione di Candido in poi), ma e` anche l'autore dell'articolo "**Storia di un celebre manoscritto di N. H. Abel**" , che noi abbiamo trovato in rete e saccheggiato in maniera ignominiosa. Se qualche lettore di RM ha contatti con la Facolta` di Matematica dell'Universita` di Ferrara e occasione di parlargli, gli dica che non abbiamo avuto il coraggio di chiedergli l'autorizzazione a pubblicare la sua storia sul nostro giornalino per paura che rimanesse scandalizzato dall'approccio notoriamente approssimato dei "compleanni di RM". Infine, visto che non e` impossibile che noi si sia riusciti a far confusione disseminando il pezzo di castronerie, raccomandiamo a tutti di andare a consultare il sito http://www2.unife.it/geometria/divulg/manosabel.doc , dove si potra` toccare con mano la distanza che corre tra gli articoli scritti da veri matematici e quelli scritti da noi.





Del Centina diviene giustamente famoso, e celebrato dalle maggiori riviste scientifiche del mondo. Ma e\` lui stesso che non cede all'autocelebrazione, e analizza spietatamente le otto pagine finalmente ritrovate. Ed e\` sempre lui che annuncia nel 2002, con immaginabile tristezza, che no, quelle otto pagine non sono originali, sono davvero e purtroppo solo una copia, probabilmente fatta, questa sì, da Guglielmo Libri. Ma in un eterno alternarsi di segno e dimezzarsi di valori, altre quattro pagine, stavolta autentiche, vengono ritrovate da Andrea: il manoscritto non e\` ancora completo, ma la distanza verso il traguardo e\` dimezzata. Le serie infinite che stupivano Abel sembrano essere scimmiottate dal destino che gioca a ridurre il numero delle pagine ancora introvabili. E\` difficile capire, almeno per noi, se per Andrea sia piu\` grande la gioia di aver trovato quattro fogli originali o la delusione di non aver trovato tutti gli otto mancanti.

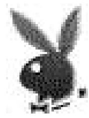
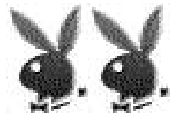
Ma, se non altro, i tempi sono davvero giusti e ben calibrati. Il 2002 e\` l'anno del bicentenario, l'anno in cui in tutto il mondo si celebra il genio di Abel. In tutto il pianeta, ma specialmente in Norvegia. In occasione dei duecento anni dalla nascita, il governo norvegese annuncia che il sogno di Lie si e\` finalmente avverato. In memoria di Abel viene istituito un grande premio di matematica, un premio che ha tutte le intenzioni di coprire, una volta per tutte, la lacuna spesso rimarcata dell'assenza di un Premio Nobel per la Matematica. Se a Stoccolma il Re di Svezia consegna i Nobel, ad Oslo sara\` il Re di Norvegia a consegnare gli Abel. Il premio in denaro e\` quasi equivalente[17], il carico di "ufficialita\`" per niente inferiore al centenario confratello premio svedese. E\` direttamente il Primo Ministro di Norvegia, Kjell Magne Bondevik, ad annunciare l'istituzione del prestigioso riconoscimento, sollecitando l'invio delle candidature all'Accademia di Scienze e Lettere di Norvegia. Il logo del premio riporta, stilizzato, il profilo di Abel, cosi\` come e\` rappresentato nella statua che lo celebra ad Oslo.

[17] Sei milioni di corone norvegesi per il Premio Abel, dieci milioni di corone svedesi per il Premio Nobel. In cambio di un Euro, ad Oslo vi danno circa 8,35 corone, mentre a Stoccolma arrivano a darvene 9,25.

E, solo qualche giorno fa, il vecchio e burbero Jean-Pierre Serre si guadagna il titolo di "primo laureato" dell'Abel Preis, primo nome di una lista che con ogni probabilita` raccogliera` tutti i nomi dei maggiori matematici del ventunesimo secolo. Serre sembra la scelta giusta, se a decidere sulla giustezza della selezione possono contribuire le coincidenze. C'e` una sorta di passaggio di consegne tra la Medaglia Fields e il Premio Abel, perché Serre e` famoso per essere stato il piu` giovane vincitore della Fields, quando aveva solo ventotto anni. C'e` la celebrazione di una vita lunga interamente dedicata alla matematica, come fu quella, seppur brevissima, di Abel; c'e` una certa sintonia, anche se non troppo evidente, tra i lavori principali di Serre e le discipline aperte da Abel. E Serre non e` soltanto Serre, visto che per vent'anni e` anche stato una costola di Nicolas Bourbaki, il piu` famoso e inesistente matematico francese del ventesimo secolo.

Soprattutto, Serre e` la Francia; Serre e` la matematica francese che percorre a ritroso il viaggio di Abel, da Parigi ad Oslo. Perché e` ad Oslo che due secoli dopo, in nome di un giovane norvegese maltrattato dalla somma Accademia di Francia, l'Accademia di Norvegia onora ed esalta un anziano matematico francese. E lo esalta rendendogli il supremo omaggio di legare per sempre il suo nome a quello di Niels Abel.

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	**Alice Riddle**	**Piotr R. Silverbrahms**
Apprendista Stregone...			
Rompere le palle!			

2.1 Apprendista Stregone...

E` vero, lo giuro: da quando ha cominciato a leggere Harry Potter, Alberto strizza gli occhi perche` *vuole portare gli occhiali* (coadiuvato da un gruppo di stupidotti che non sanno dire altro che "Se portassi gli occhiali saresti uguale a Harry Potter!"). Finalmente (causa alcuni problemi ereditari da parte mia, leggasi "cicato come 'na talpa") e` stato soddisfatto il suo desiderio. Ora, non gli resta che convincere Alice a tingersi i capelli rosso carota, cosi` somiglia a Hermione Granger...

Veniamo al problema, si`? Il guaio e` che a Hogwarts gli hanno dato il seguente compito:

"Avete a disposizione tre scatole di colore diverso e cento gettoni numerati da uno a cento. Si chiede di inventare un gioco di falsa chiaroveggenza di questo tipo:

1. Uno spettatore sceglie un gettone da una scatola e un altro gettone da un'altra scatola.
2. Somma i due numeri e vi comunica la somma.
3. Voi dovete dire quale scatola ***non*** e` stata usata.

In quanti (e *quali*) modi potete costruire il gioco?"

Si noti che un "modo" e` diverso se almeno un gettone e` in una scatola diversa rispetto ad un altro gioco.

2.2 Rompere le palle!

E` molto probabile che questo alcuni di voi lo conoscano. A me pero` piace, e quindi ve lo rifilo.

Vostro compito e` determinare da quanto alto si puo` far cadere una palla da biliardo senza che questa si rompa; all'uopo, avete a disposizione: (a) un palazzo di 100 piani e (b) due palle da biliardo. Se rompete entrambe le palle senza riuscire a determinare l'altezza minima alla quale si rompono (ad esempio tirandone una dal centesimo e una dal novantanovesimo) avete fallito il compito. La vostra idea sarebbe anche quella di faticare il meno possibile (l'ascensore non funziona mai, il giorno del test). Come fate?

3. Bungee Jumpers

La somma dei reciproci di tre numeri naturali e` uguale a ***1***. Trovare i numeri

Grande Sagra del **Pesce Algebrico -** Frazione Calde` di Castelveccana
(Luino sul Lago Maggiore)

2-3 Agosto 2003

Impegnamoci Entusiasti alla Risoluzione dei Problemi! [RdA]

Nella foto di repertorio, un gruppo di satolli lettori di RM impegna il dopocena risolvendo un Problema alla Sagra del Pesce Algebrico.

4. Soluzioni e Note

4.1 [053]

4.1.1 Il Salto della Cavallina

OK, volevo vedere chi aveva letto il libro e se lo ricordava.

PMP ci ha provato, ma abbiamo di meglio, come dimostrazione. Una volta tanto, pubblichiamo la redazionale (anche perche`, come vedrete, non e` nostra...)

Non ce la farete mai ad arrivare alla riga cinque, per due motivi:

1. L'ha detto Conway
2. Lo ha anche dimostrato

Il motivo per cui ve l'ho inserito nel problema e` che secondo molti e` la piu` bella dimostrazione della matematica.

Qualche nota:

1. Si vede subito che per raggiungere la riga ***1*** servono due pedine: basta un salto in verticale dalla riga (-1) ed e` fatto.
2. Abbiamo gia` visto che per arrivare a riga ***2*** servono quattro pedine.
3. Dopo qualche prova potete credere che per arrivare a riga ***3*** vi servono otto pedine: quattro per portare una pedina a riga due (con lo stesso schema di prima), quindi con altre quattro completiamo il lavoro.

4. 2,4,8,... Puzza di 2^n... Pero`, se fate un po' di tentativi con il ***4***, vi accorgete che ne servono ***venti*** (bisogna raggiungere la configurazione di 8 che ci sono serviti per arrivare al livello ***3*** formandola in riga ***1***. In questo modo, possiamo raggiungere il livello ***4***)... La cosa sembra essere peggio di un esponenziale. Quante ne servono per riga ***5***?

Tanto per cominciare, notiamo che se riusciamo a raggiungere un certo punto ***P*** del livello ***5***, possiamo raggiungere qualsiasi punto del livello in oggetto, spostando i pezzi (e la sequenza di mosse) a destra o a sinistra rispetto alla posizione iniziale.

Assegniamo un valore ad ogni punto del reticolo: ogni valore assegnato e` una certa potenza di un valore ***x***.

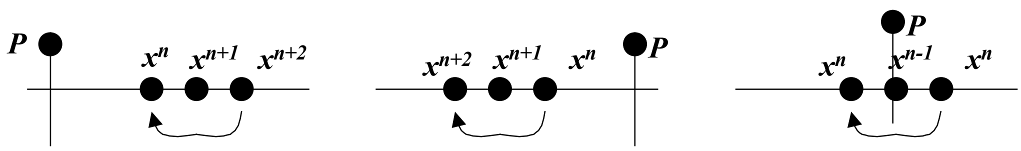
L'esponente e`, semplicemente, il numero di passi paralleli agli assi da compiere per arrivare al punto soluzione. Il punto soluzione, evidentemente, ha esponente zero (ossia vale ***1***); i quattro punti del reticolo adiacenti hanno indice ***1***, e cosi` via. Per semplicita`, torniamo alle caselle.

7				x^2			
6	x^4	x^3	x^2	x^1	x^2	x^3	x^4
5	x^3	x^2	x^1	**P**	x^1	x^2	x^3
4	x^4	x^3	x^2	x^1	x^2	x^3	x^4
3	x^5	x^4	x^3	x^2	x^3	x^4	x^5
2	x^6	x^5	x^4	x^3	x^4	x^5	x^6
1	x^7	x^6	x^5	x^4	x^5	x^6	x^7
0	x^8	x^7	x^6	x^5	x^6	x^7	x^4
-1	x^9	x^8	x^7	x^6	x^7	x^8	x^9

Voglio sperare lo schema sia sufficientemente chiaro, perche` di meglio non so fare.

Definiamo il valore di un insieme di pedine come la somma dei valori nelle posizioni di partenza; quanto ci interessa, e` valutare come varia il valore di un insieme di pedine nel momento stesso in cui una di queste faccia un "salto".

E` abbastanza chiaro che i salti possono essere di tre tipi: il tipo (1) avvicina la nostra pedina al punto ***P***, il tipo (2) la allontana, il tipo (3) mantiene la distanza invariata: la variazione degli esponenti, nei tre tipi, si vede dalle figure seguenti.



In ogni mossa iniziamo con due punti occupati e terminiamo con un punto occupato nella posizione finale; in ogni mossa, inoltre, "perdiamo" due potenze di ***x*** per averne una nuova. Ora, questo significa che per le tre mosse modifichiamo la nostra "potenza" di un certo valore. Nella tabella a fianco, vediamo come si modifica il valore dato. Con la mossa del primo tipo, ad esempio, "guadagnamo" una potenza ***n-esima*** (dove va a finire la pedina) perdendo una potenza ***(n+1)-esima*** e una potenza ***(n+2)-esima*** (rispettivamente, la pedina "mangiata" e il punto di partenza della nostra pedina).

Mossa	Risultato dopo la mossa
(1)	$x^n - \left(x^{n+1} + x^{n+2}\right) = x^n * \left(1 - x - x^2\right)$
(2)	$x^{n+2} - \left(x^{n+1} + x^n\right) = x^n * \left(x^2 - x - 1\right)$
(3)	$x^n - (x^{n-1} + x^n) = x^{n-1}$

Che valore diamo a ***x***? Beh, e` un peso, possiamo scegliere qualsiasi valore; per sceglierlo comodo, scegliamolo tale che *il peso non cambi durante una mossa di tipo (1).*

Per questo, dobbiamo avere $1-x-x^2=0$, ossia deve essere (scegliamo la radice positiva) $x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, ossia un valore minore di uno[18]. Essendo comunque $x^2=1-x$, possiamo modificare l'equazione del (2) arrivando al valore $x^2*(-2x)$, ossia un valore negativo.

Insomma, ***ogni salto decrementa o lascia invariato il valore; non viene* mai *aumentato***.

Alla fine del gioco dovremo avere una pedina in ***P***, ossia il valore deve essere (almeno) ***1***. Quindi il set di pedine iniziali in grado di far arrivare una pedina in ***P*** deve avere almeno un valore ***1***: in caso contrario, almeno una parte del gruppo dovrebbe aumentare il proprio valore, cosa come abbiamo visto impossibile.

Per determinare il valore del semipiano sotto la riga zero, consideriamo le diverse colonne che lo compongono. Quella sotto il punto ***P*** ha somma (parte dalla potenza ***5***) $\sum_{i=5}^{\infty} x^i=\frac{x^5}{1-x}$. Per quanto riguarda le altre colonne (ricordando che, per ogni valore, ne ho ***due***, una per parte) l'espressione generica e\` $2*\sum_{i=n>5}^{\infty} x^i=2*\frac{x^n}{1-x}$. Ossia,

$$
\begin{aligned}
S &= \frac{x^5}{1-x}+2*\frac{\sum_{i=6}^{\infty} x^i}{1-x}= \\
&= \frac{x^5}{1-x}+2*\frac{x^6}{(1-x)^2}= \\
&= x^3+2x^2= \\
&= x*(x^2+2x)= \\
&= x*(1-x+2x)= \\
&= x*(1+x)= \\
&= x+x^2=1
\end{aligned}
$$

Dove e\` stata generosamente utilizzata la relazione della sezione aurea $1-x=x^2$.

Questo vuol dire che ***l'intero semipiano ha valore 1***; da cui, un solo "buco" nel semipiano impedisce la riuscita del gioco (la somma sarebbe minore di 1); non solo, ma qualsiasi mossa che non mantenga invariato il valore (cioe\` niente mosse 2, per intenderci) e\` vietata. Quindi:

Non e\` possibile con nessuna configurazione iniziale raggiungere la riga 5.

Carina, vero?

4.2 [054]

Come probabilmente tutti sapete, la fortuna e\` cieca, ma la sfiga ci vede benissimo.

Allora, per prima cosa abbiamo *[No. "ho". Checche\` ne dica Alice (RdA)]* "ciccato" la formulazione del problema sulla tomba di Archimede, e gia\` la cosa ci ha seccato.

[18] "un valore minore di uno"... In realta\`, trattasi del reciproco della sezione aurea (a.k.a. "il prezzemolo della matematica"). O, se preferite, la sezione aurea meno uno.

Poi ci sono stati un po' di guai con il MailServer, e qualcuno si e` ritrovato RM in copia multipla.

E se pensate che le cose non siano correlabili, sappiate che la nostra prof di matematica preferita ha ricevuto *sette copie del problema sbagliato*...

Vabbo', siamo faticosamente riemersi dalla buca di vergogna in cui eravamo sprofondati. Abbiamo comunque cancellato le prove (la copia sul sito adesso e` corretta) e se vedete un tipo poco raccomandabile che vi fa domande strane su RM 054, l'abbiamo mandato noi.

Nelle mail della settimana (abbiamo deciso di reinserirle), comunque, vedete la notazione "1a" per la formulazione sbagliata, e "1b" per la formulazione esatta.

Num.	Data-Ora Mail	Allonimo	Soluzioni	Note
1	1-7-03 11:27	Desmatron	RM054 1&2a	
2	1-7-03 16:48	Viggio	RM054 2a	
3	1-7-03 22:27	ChiQua	RM054 2a	
4	2-7-03 11:38	Annamaria	RM054 2a	Risolto nella "versione a"!
5	2-7-03 13:16	Mash	RM054 1	
6	2-7-03 15:51	ChiQua	RM054 2b	
7	2-7-03 16:43	GaS	RM054 1&2a	
8	3-7-03 12:23	ChiQua	RM054 2b	
9	3-7-03 12:45	PMP	RM054 2b	
10	3-7-03 20:01	Desmatron	RM045 1	
11	4-7-03 8:28	Enrico	RM054 Q&D	
12	4-7-03 9:47	Viggio	RM054 2b	
13	4-7-03 12:36	ChiQua	RM054 2b	
14	5-7-03 1:59	Mario&Sam	RM054 1	
15	6-7-03 19:47	PMP	RM043 2	Il salto della cavallina
16	7-7-03 15:35	Teo	RM054 1&2b Q&D	
17	6-7-03 11:39	Leo	RM054 1&2b	
18	7-7-03 8:51	Viggio	RM034 1	
19	7-7-03 11:19	GaS	RM054 2b	
20	10-7-03 20:22	KroK	RM054 1	
21	17-7-03 12:30	Sam	RM054 2b	Ritardo ampiamente giustificato. Complimenti!

4.2.1 Cinque Pesti

Qui, avete trovato tutti quanti la soluzione che avevamo noi... Probabilmente e` l'unico metodo. Inoltre, vi siete accorti tutti che nel secondo caso *mentivo*...

Il primo arrivato qui e` ***Desmatron***, e (Fretta? Invidia delle iperboli linguistiche di altri solutori?) dobbiamo dire che qualche dubbio e` riuscito a crearcelo. Infatti, la sua prima domanda e`:

> "Figliolo dal grande potere sibillino, sai dirmi con virtuosa gentilezza i quattro nomi dei ragazzi che tra voi sono menzogneri!?"

Il che vi da` anche un'idea di come parla. Il dubbio (sollevato correttamente da Doc nella risposta) e` che nel problema non e` specificato se l'inquisitore conosce o no il nome delle pesti. Successivamente, in collaborazione con ***La Macchina Infernale*** *[Finalmente un allonimo carino. Benvenuto! (RdA)]* ha brillantemente risolto il problema.

A proposito di Gestalt Risolutive, ci chiediamo come catalogare quella messa in piedi da ***Mash***. Lui, sadicamente, propone ai colleghi il problema alla macchina del caffe` *[Non vorremmo pensaste si limiti a fare il passaparola... Lo traduce in tedesco e in inglese, a quanto sappiamo... (RdA). Nego. Quello non e` tedesco, e` un'altra cosa. (Alice)]*. Dice che prima lo ha risolto lui, ma della cosa non abbiamo prove.

Altro caso che ci lascia un po' dubbiosi, quello di ***GaS***. Riportiamo la parte topica:

> Dai dati del problema mi sembra che basti una sola domanda: "Chi, dei tuoi compari, dice sempre la verita`?". Possibili risposte:
>
> - "nessuno", sto allora davanti al veritiero;
> - "solo quello la", sto allora davanti ad un bugiardo che comincia con una verita`, la persona indicata e` il veritiero;
> - "quei tre la", sto allora davanti ad un bugiardo che comincia con una bugia, la persona non indicata e` il veritiero;

Gia`, ma nell'ultimo caso la risposta "il secondo della fila" sarebbe stata ugualmente una bugia (posto il secondo fosse un mentitore). E, anche se non ho una grossa esperienza come mentitore, nel caso preferirei quella...

Leo trova una graziosissima invariante:

> Si chiede ad un bambino a caso chi dice sempre la verita`. Questi indichera` uno dei cinque bambini (puo` infatti indicare anche se stesso).
>
> Si chiede al bambino indicato chi dice sempre la verita`. Il bambino che ora viene indicato e` sicuramente quello che dice sempre la verita`.

Bella, ma richiede che i "bugiardi alternati" siano *sincroni*. Ricorda la soluzione al vecchio problema "Se chiedessi al tuo amico...", ma mi piace di piu` perche` la risposta finale e` *giusta*, mentre nell'originale avevate sempre la risposta *sbagliata*.

Teo trova un metodo decisamente piu` adatto ad una rivista di psicologia criminale...

> Si inizia chiedendo a quello che sembra il piu` cattivo se avvelenerebbe nel sonno tutti i suoi amici.
>
> Se risponde si e gli amici lo picchiano allora abbiamo trovato quello onesto. Se gli amici non lo picchiano vuol dire che e` un mentitore, che pero` potrebbe anche aver detto il vero, alla faccia degli amici. Allora gli si chiede quale dei suoi amici e` il veritiero. A questo punto il bamboccio risponde. Se non viene picchiato vuol dire che ha detto il vero, consegnandoci cosi` quello che dice la verita`,e la prima volta il falso, se invece viene picchiato avrete la soddisfazione di aver scoperto 2 lestofanti e aver ridotto in fin di vita una delle pesti senza per questo avere nessuna colpa. Risultato parziale, ma accettabile. Se il bimbo alla prima domanda invece risponde no o e` mentitore o e` quello leale che fa il suo dovere. A questo punto gli si chiedera`: "chi e` che dice sempre il vero?" E il bamboccio dira` un nome. Se gli amici lo picchiano vuol dire che era un mentitore che la prima volta aveva detto il falso cosi` voi avrete una peste in fin di vita e conoscerete anche quello sincero, risultato migliore, altrimenti. beh vi andra` male, ma contando che le pesti per definizione sono odiose e che decidono se mentire o meno li` per lì, senza pensarci troppo, la probabilita` che si freghino con le loro mani e` abbastanza alta.

Viggio invece decide di iniziare con una tautologia, e propone come domanda:

> "E' vero che sei una peste di un gioco di RM?"

C'e` da dire che qualcuno ha provato, ad espandere il problema. ***Krok*** propone questa osservazione:

Per ***n*** bambini ed ***m*** che dicono sempre la verita', al massimo serviranno ***tre*** domande. Infatti basta fare ad uno di loro una domanda di cui si conosce gia' la risposta. Se risponde una bugia, poi rispondera' la verita' alla domanda "chi sono gli ***m*** bambini veritieri?". Se invece dovesse rispondere la verita', gli si pone una domanda qualsiasi, e poi alla terza domanda, "chi sono gli ***m*** bambini veritieri?" rispondera' di certo il vero.

Bene, proviamo ad indentare una delle soluzioni formalmente piu` corrette:

Allora. La prima domanda a uno qualsiasi e`:

Sei il veritiero?

Se risponde ***Si`***:

Si chiede *allo stesso* ***Indicami il veritiero.***

Se indica se stesso, e` lui il veritiero.

Se indica un altro, la prima volta ha mentito ma questa volta ha detto il vero (per la regola dell'alternanza) e quindi quello indicato e` proprio il veritiero (e tutti gli altri sono degli alternati).

Se risponde ***No***:

Evidentemente e` un alternato che ha appena detto la verita`; allora

Si chiede *allo stesso* ***Indicami un*** **non-veritiero.**

Dovendo mentire, e` costretto a *indicare il veritiero*.

Qualunque sia il numero dei mentitori alternati, se c'e` un unico veritiero, questo metodo funziona sempre.

4.2.2 In fondo a sinistra

Allora, ***Desmatron, Viggio e ChiQua*** ci hanno instillato i primi dubbi sul problema. Siamo diventai certi dell'errore quando ci e` arrivata la *soluzione al problema errato* da parte di ***Annamaria***. Siccome alcuni di voi hanno scritto che ritenevano il problema impossibile, ve la passiamo qui sotto.

B = posizione del tempio di Bacco

M = posizione del tempio di Minerva

U = posizione dell'ara di Urania

La matematizzazione del problema, non disponendo di misure e della posizione del terzo punto rispetto ai primi due, comporta che si faccia la seguente ipotesi:

- siano ***B***, ***M***, ***U*** complanari
- ***B*** ed ***M*** fissi sul piano (***BM=a***) e ***U*** tale che ***MU=b***, quindi ***U*** e` sulla circonferenza di centro ***M*** e raggio ***b***

Traccio i due percorsi ***MBS1*** e ***UBS2*** e la circonferenza di centro ***B*** e raggio ***b=UM***

Unisco ***S1*** con ***S2*** e segno ***A***, punto medio di ***S1S2***.

Ragiono sulla figura:

- Unisco ***S1*** con ***M*** e con ***U***
- Traccio da ***A*** la parallela ad ***S2M*** e indico con ***O*** l'intersezione di tale parallela con la retta ***S1M***
- Osservo che i triangoli ***S1AO*** e ***S1S2M*** sono simili
- Poiché ***A*** e` medio di ***S1S2***, anche ***O*** e` medio di ***S1M*** e ***OA = ½ MS2=½b***

- Osservo che ***O***, al variare di ***U*** sulla circonferenza e del raggio della circonferenza stessa (al variare della posizione di ***U*** rispetto ai due punti fissi ***M*** e ***B***) e` in posizione fissa
- Quindi ***A*** e` sulla circonferenza di centro ***O*** (medio di ***MS1***) e raggio ½***b***, che e` il luogo dei punti ***A***, al variare di ***U*** sulla prima circonferenza tracciata.

A, la tomba di Archimede, e` allora sulla circonferenza che si puo` tracciare raggiungendo ***O*** e di raggio ***b/2***.

[E qui ho avuto la fortissima tentazione di arrampicarmi sugli specchi... In fondo, avevo detto "un buco", e lo scavo e` continuo... No, anch'io ho una morale. Ve ne siete accorti, che non conoscete il raggio del cerchio? *(RdA)].*

Quando vi e` arrivata la versione 1b, hanno cominciato a fioccare le soluzioni. Effettivamente il problema era piuttosto semplice. La maggioranza seguiva, approssimativamente, questa linea:

In un piano cartesiano, supponiamo il Tempio di Minerva in ***(0,0)***, il Tempio di Bacco in ***(B,0)*** e l'Ara di Urania in ***(x,y)***.

La posizione del primo segnale e` quindi in $(B+y, B-x)$.

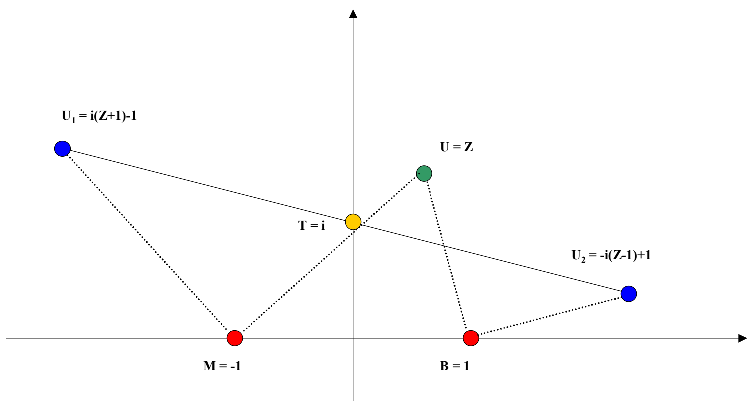
La posizione del secondo segnale e` allora $(-y, x)$.

Quindi, il punto medio e`:

$$\left(\left[\frac{(B+y)-y}{2}\right],\left[\frac{(B-x)+x}{2}\right]\right)=\left(\frac{B}{2},\frac{B}{2}\right) \qquad [004.001]$$

E ci siete arrivati tutti.

Per dimostrare pero` che non ci portava rancore per la versione sbagliata, qualcuno ha cercato "un altro metodo". Sapete che apprezziamo sempre la ricerca di metodi alternativi, e la cosa ci e` piaciuta molto. Il grande ***ChiQua***, infatti, e` riuscito a risolvere il problema attraverso i *numeri complessi*: riferimento alla figura qui a fianco e a lui la parola.



Urania e` in ***U***, Minerva in ***M*** e Bacco in ***B***

E` sempre possibile ovviamente costruire un sistema di riferimento dove ***M*** sia in $(-1,0)$ e ***B*** in $(1,0)$

Posizioniamo ***U*** nel punto ***Z*** arbitrario (***Z*** e` complesso, ***X+iY***)

Ora calcoliamo i paletti ***U1*** e ***U2***

U1: visto che c'e` una rotazione di 90 gradi in senso antiorario, e` opportuno prima traslare gli assi per far coincidere l'origine con Minerva, ruotare, e poi riportare gli assi in posizione originaria.

Quindi

Traslo $Z+1$

Ruoto, moltiplicando per i $i(Z+1)$

Riporto indietro gli assi $i(Z+1)-1$

Procedimento analogo faccio per $U2$, solo che devo traslare in senso opposto, e ruotare in senso orario, moltiplicando per $-i$. Ottengo $U2=-i(Z-1)+1$

Ora devo solo calcolare il punto medio tra $U1$ e $U2$, $T=(U1+U2)/2$.

Svolgendo i calcoletti si vede che Z scompare e si ottiene $T=i$.

Vorremmo solo far sommessamente notare che correttamente ChiQua riesce a far finire la Tomba di Archimede in un punto puramente *immaginario*...

5. Quick & Dirty

Il vostro vecchio, fido camion puo` passare, se vuoto, sul ponte pericolante. Se pero` avete un carico, eccedete il peso.

Considerato che il vostro carico e` composto di canarini, il tenerli in volo (dentro al camion) per il tempo di attraversamento del ponte, vi permette di passare?

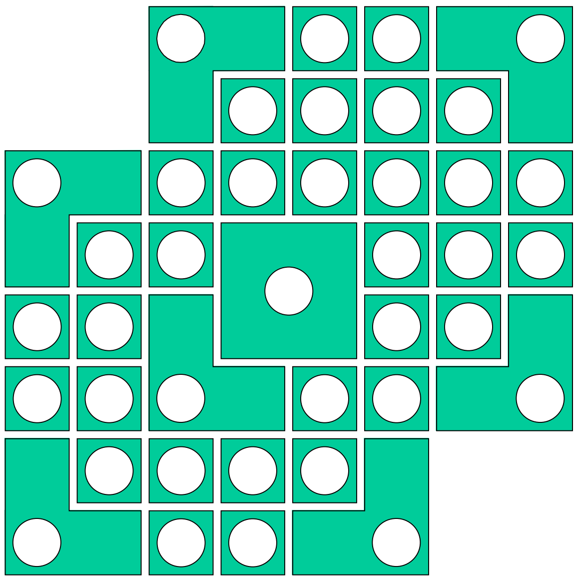
Abbiamo ricevuto qualche risposta anche relativamente a questo... ***Enrico*** proponeva di "far precipitare i canarini all'interno del camion mentre si attraversa il ponte", ***Viggio*** proponeva una forma di blanda graticola per tenerli in volo, mentre ***Teo*** riusciva a far fare la parte del camionista a Bertrand Russel *[E` la volta che mi rimetto a fare l'autostopppista (RdA)]*. Beh, torniamo seri.

Quando il canarino vola spinge (con le ali) aria verso il basso con forza pari al suo peso; quindi la forza agente sul ponte e` la stessa. E casca tutto.

6. Zugzwang!

6.1 Give & Take

Quello che mi piace, di questo gioco, e` che ognuno si fa, in un certo senso, i fatti propri. I pezzi avversari non li toccate nemmeno.



Per prima cosa, vi serve una scacchiera come quella qui di fianco.

Risposta alle due domande che farete:

Si`, disegnarla e` stata una fatica.

No, l'asimmetria non e` un errore.

Vi servono poi un po` di monetine, diverse per voi e per l'avversario (i soliti vecchi cinquanta lire mini e i pezzi da un cent, o i pezzi da dieci e da cinque cent... solito).

All'inizio, la scacchiera e` vuota.

Durante la ***Prima Fase***, i giocatori alternativamente posano una pedina del loro colore sul cerchio di una qualsiasi regione, purche` questa regione *non* confini con una qualsiasi altra regione occupata da un pezzo ***amico*** (l'adiacenza "diagonale" non conta, nel senso che se le regioni si toccano per un angolo potete mettere il pezzo).

Quando uno qualsiasi dei due giocatori non puo` piu` effettuare mosse, inizia la seconda fase.

Durante la ***Seconda Fase***. I giocatori alternativamente posano una pedina del loro colore su un cerchio di una qualsiasi regione, purche` questa regione *confini* con una o piu` regioni occupate da un pezzo ***amico***. I pezzi amici delle regioni confinanti vengono ripresi (quelli avversari e quello appena posato no). Anche qui, l'adiacenza diagonale non conta, nel senso che lasciate li` il pezzo.

Vince il giocatore che resta per primo con un solo gettone sulla scacchiera.

7. Pagina 46

Per prima cosa, notiamo che nella somma:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1 \qquad \texttt{[007.001]}$$

almeno uno degli interi deve essere **<4**. In caso contrario potremmo scrivere:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\leq\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4} \qquad \texttt{[007.002]}$$

che contraddice il testo del problema.

Supponiamo sia $x \leq y \leq z$; per quanto riguarda ***x***, sono possibili due valori: ***x=2*** o ***x=3***, in quanto deve essere ***x>1***.

Ora, se ***x=2***:

Si ha l'espressione:

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1-\frac{1}{x}=\frac{1}{2} \qquad \texttt{[007.003]}$$

Uguagliando la prima e la terza espressione e calcolando il denominatore si ottiene:

$$\begin{aligned} &yz-2y-2z=0\Rightarrow \\ &yz-2y-2z+4=4 \\ &\Rightarrow(y-2)(z-2)=4 \end{aligned} \qquad \texttt{[007.004]}$$

Ma ***y*** e ***z*** devono essere *maggiori di* **1** e quindi entrambi i fattori del primo membro dell'ultima espressione devono essere *non negativi*. Sono allora possibili i casi:

$$\begin{array}{llcll} y-2=2 & z-2=2 & \Rightarrow & y=4 & z=4 \\ y-2=1 & z-2=4 & \Rightarrow & y=3 & z=6 \end{array} \qquad \texttt{[007.005]}$$

Se invece ***x=3***:

Si ha, con metodo simile al precedente

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=1-\frac{1}{x}=\frac{2}{3} \qquad \texttt{[007.006]}$$

Da cui:

$$(2y-3)(2z-3)=9 \qquad \text{[007.007]}$$

Ma $y \geq x = 3$, ossia $2y-3 \geq 3$ e $2z-3 \geq 3$. Ossia c'e` solo la possibilita`

$$2y-3=3 \quad 2z-3=3 \quad \Rightarrow \quad y=3 \quad z=3 \qquad \text{[007.008]}$$

Riepilogando,

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}= \\ &=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}= \\ &=\frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=1 \end{aligned} \qquad \text{[007.009]}$$

8. Paraphernalia Mathematica

8.1 Numeri Colorati

Non so voi, ma al sottoscritto l'astrologia, le medicine alternative, tutto l'armamentario New Age e un mucchio di cose del genere danno un fastidio incredibile. Una delle frasi preferite dei sostenitori di queste cose e` "La Chimica e` nata dall'Alchimia...". Stupidaggini. La chimica ha un'organizzazione logica e utilizza il metodo scientifico, l'alchimia e tutto l'armamentario suddetto no[19].

Ho sempre considerato la Matematica un campo nel quale questi Chiarissimi Ricercatori del Moto Perpetuo erano relegati ad attivita` piuttosto innocue tipo quadrare il cerchio o collegare Billy Gates al Numero della Bestia (non ho detto che *tutto* quello che fanno sia criticabile...), ma qualcuno di questi E[r]metici ha deciso di essere un Illuminato Matematico e ha cominciato a concionare sui "colori" dei numeri. Sono fermamente convinto che in realta` il nostro sia un preclaro rappresentante dell'Accademia degli Scopritori dell'Acqua Calda, ma credo di essere riuscito a trovare nei suoi sproloqui alcuni problemini interessanti. Siccome un'attivita` puerile ma divertente e` anche tradurre questi vaniloqui dal linguaggio esoterico con cui sono presentati, mi limito alla traduzione[20]. Quindi (lasciatemelo scrivere grosso) ***La redazione tutta e in particolare lo scrivente si dissociano da quanto esposto in seguito, portato solo ad esempio di quanto si possa ridurre male la Matematica.***

Dunque, per prima cosa procuratevi un bel po' di matite colorate per scrivere i numeri: il matto consiglia ***Nero***, ***Rosso***, ***Verde***, ***Giallo***, ***Blu***, ***Magenta***, ***Ciano***[21], ***Bianco*** (E

[19] La seconda frase preferita di questi Geni Incompresi e` "Hanno riso di Newton, hanno riso di Einstein..." A questo punto, un buon modo per zittirli e` "...gia`, ma hanno riso anche di Mr. Bean". E se vi guardano con aria stupita ricordate loro che in gioventu` Mr. Bean era un professore di Fisica *(Ugo - comunicazione personale [RdA]).*

[20] Se vi chiedete come l'ho trovato, cercavo tutt'altro (calendari...) e, cliccando per sbaglio su un *banner* sono finito su un sito che vendeva quei magneti che fanno passare tutti i mali (in particolare al venditore). Li` veniva presentata una pagina di "Ermetica Matematica", campo che a breve sarebbe stato sviluppato da questi Grandi Scienziati sconvolgendo tutte le teorie attualmente riconosciute e ho stampato l'articolo per farmi quattro risate. (assolutamente non) Dolente di comunicarvi che questa Eletta Congrega di Benefattori dell'Umanita` e` stata arrestata per truffa e il sito e` chiuso.

[21] Parte della Redazione (Alice) si dissocia da questa coloritura. Abbiamo interpellato i massimi esperti di visione dei colori a nostra disposizione (Filippo) e ci e` stato confermato che il colore in oggetto e` proprio "*il colore formato dalla sintesi additiva di Blu e Verde*). Ci siamo quindi trovati nell'impossibilita` di sostituirlo

Siccome La Scelta Dei Colori E` Importante, Il nostro Li Scrive Tutti Con L'Iniziale Maiuscola). Vi consigliamo di scegliervene qualcuno piu` sensato o chiamare gli insiemi in qualche altro modo, ma ciascuno e` libero di scegliersi lo psichiatra che vuole. Allora, cediamo la parola all'Esimio Genio Incompreso. Cercheremo di ridurre al minimo i commenti, anche perche` non vorremmo essere troppo cattivi.

...Iniziai anni fa quando mi accorsi che i Numeri Naturali che possono essere espressi come somma di soli due quadrati (1, 2, 4, 5, 8, 9, 10, 13,...) contengono i loro fattori moltiplicativi (ad esempio 10=5x2, e 5 e 2 appartengono all'insieme). Questo discende direttamente dal Teorema di De Moivre sui numeri complessi. Affascinato da questa proprieta`, cominciai a lavorare su molti di questi numeri e ben presto iniziai a sospettare una relazione tra loro e i resti dei loro fattori primi divisi per **4**.

Ho scoperto, grazie alla geometria del piano complesso, una classe simile di numeri: quelli esprimibili come somma di due quadrati e della loro media geometrica (1, 3, 4, 7, 9, 12, 13,...): anche questi contengono i loro fattori (ad esempio 12=3x4, e 3 e 4 appartengono all'insieme. Rapidamente, sospettai una relazione tra questi numeri e i resti dei loro fattori primi divisi per **3**.

Queste considerazioni mi spinsero a pensare alla Teoria di Colorazione: i numeri che sono somma di due quadrati sono **Neri** *o* **Rossi**, *mentre sono convinto che tutti i numeri somma di due quadrati e della media geometrica dei due quadrati siano* **Neri** *o* **Verdi**.

[RdA: Se siete arrivati sin qui, meritate un premio: il prossimo capitolo, ve lo riorganizzo in un modo un po` piu` comprensibile. Non ho detto "esatto", ho detto "comprensibile"].

Le Regole per Colorare i Numeri.

Il colore di un qualsiasi numero naturale puo` essere determinato con queste semplici regole:

1. *Il colore di un* **numero primo** *e` determinato dal suo* **resto della divisione per dodici** *come segue:*

1		*Nero*
2	*5*	*Rosso*
3	*7*	*Verde*
11		*Blu*

2. *Quando moltiplicate due numeri tra di loro, il colore del risultato e` dato dal colore dei due numeri.*
3. *Quando moltiplicate due numeri dello* **stesso colore**, *il prodotto e`* **Nero**.
4. *Quando moltiplicate un numero* **Rosso** *per un* **Verde**, *il risultato e`* **Giallo**.
5. *Quando moltiplicate un* **Rosso** *per un* **Blu**, *il risultato e`* **Magenta**.
6. *Quando Moltiplicate un* **Verde** *per un* **Blu**, *il risultato e`* **Ciano**.
7. *Quando moltiplicate un* **Rosso** *per un* **Verde** *per un* **Blu**, *il risultato e`* **Bianco**.

[RdA: Ho pieta` di voi... vi passo la tabellina della moltiplicazione colorata...]

con "Azzurro", ma concordiamo che come colore e` abbastanza disgustoso (caso mai vi interessasse, "cianotico" deriva da quello).

	Nero	**Rosso**	**Verde**	**Giallo**	**Blu**	**Magenta**	**Ciano**	**Bianco**
Nero	Nero	Rosso	Verde	Giallo	Blu	Magenta	Ciano	Bianco
Rosso	Rosso	Nero	Giallo	Verde	Magenta	Blu	Bianco	Ciano
Verde	Verde	Giallo	Nero	Rosso	Ciano	Bianco	Blu	Magenta
Giallo	Giallo	Verde	Rosso	Nero	Bianco	Ciano	Magenta	Blu
Blu	Blu	Magenta	Ciano	Bianco	Nero	Rosso	Verde	Giallo
Magenta	Magenta	Blu	Bianco	Ciano	Rosso	Nero	Giallo	Verde
Ciano	Ciano	Bianco	Blu	Magenta	Verde	Giallo	Nero	Rosso
Bianco	Bianco	Ciano	Magenta	Blu	Giallo	Verde	Rosso	Nero

[RdA: Non voglio vi perdiate la perla: il titolo del prossimo capitolo non lo traduco]

Fascinating Facts

I primi dieci numeri di ogni colore sono:

Nero	*1, 4, 9, 10, 13, 16, 21, 25, 34, 36*
Rosso	*2, 5, 8, 17, 18, 20, 26, 29, 32, 41*
Verde	*3, 7, 12, 19, 27, 28, 30, 31, 39, 43*
Giallo	*6, 14, 15, 24, 35, 38, 51, 54, 56, 60*
Blu	*11, 23, 44, 47, 59, 71, 83, 92, 99, 107*
Magenta	*22, 46, 55, 88, 94, 115, 118, 142, 166, 184*
Ciano	*33, 69, 77, 132, 141, 161, 177, 209, 213, 276*
Bianco	*66, 138, 154, 165, 264, 282, 322, 345, 354, 385*

[RdA: E sin qui potremmo pensare di essere finiti in un asilo serale... Il bello e` che Nostradamus d'Acquerello enuncia teoremi (dimostrazione??? Nooo!!!). Ve li elenco, cercando di mettere un po` di ordine...]

1. *Forma "***3n+x***"*

    1.1. *I numeri della forma* **3n+1** *sono di colore* **Nero**, **Bianco**, **Verde** *o* **Magenta**.

    1.2. *I numeri della forma* **3n+2** *sono di uno degli altri quattro colori.*

2. *Forma "***4n+x***"*

    2.1. *I numeri della forma* **4n+1** *sono di colore* **Nero**, **Bianco**, **Rosso** *o* **Ciano**.

    2.2. *I numeri della forma* **4n+3** *sono di uno degli altri quattro colori.*

3. *Qualunque quadrato e`* **Nero**.

    3.1. *Ogni numero che sia la somma di due quadrati* $n = a^2 + b^2$ *e`* **Nero** *o* **Rosso**.

        3.1.1. *Se ne`* **a** *ne`* **b** *sono divisibili per* **3**, *allora il numero e`* **Rosso**.

        3.1.2. *Se* **a** *o* **b** *sono divisibili per* **3** *ma non entrambi, allora il numero e`* **Nero**.

        3.1.3. *Se entrambi sono divisibili per* **3** *allora il numero e` divisibile per* **9** *e il risultato ha lo stesso colore del numero originale.*

        3.1.4. *Un primo* **Rosso** *o* **Nero** *e` la somma di due quadrati.*

3.2. Ogni numero che sia la somma di due quadrati e della loro media geometrica[22]*, ossia* $n = a^2 + ab + b^2$ *e`* **Nero** *o* **Verde**.

3.2.1. Un primo **Nero** *o* **Verde** *e` la somma di due quadrati e della loro media geometrica.*

3.3. L'espressione $n = k * x^2$ *e` dello stesso colore per qualsiasi valore di* **x**.

3.3.1. $n = 4x^2 + 3m^2$ *e`* **Verde** *per qualsiasi* **m dispari**.

3.3.2. $n = 9x^2 + m^2$ *per* **m non divisibile per 3** *e` sempre* **Nero**.

3.3.3. $n = 9x^2 + 6x + 2$ *e` sempre* **Rosso**.

3.3.4. $n = 12x^2 + m^2$ *e`* **Nero** *per qualsiasi* **m dispari**.

3.3.5. $n = 12x^2 - 1$ *per* **x>0** *e` sempre* **Blu**.

4. Moltiplicando un numero per **1** *o per un qualsiasi altro numero* **Nero** *non se ne cambia il colore.*

4.1. **10** *e`* **Nero**, *quindi aggiungere uno zero alla fine di un numero non ne cambia il colore.*

5. Al piu` due numeri consecutivi possono avere lo stesso colore, e uno dei due numeri deve essere divisibile per **3**.

6. Progressioni aritmetiche:

6.1. Se tre numeri dello stesso colore sono in progressione aritmetica, la ragione della progressione deve essere divisibile per **3**.

6.2. Se quattro o piu` numeri dello stesso colore sono in progressione aritmetica, la ragione della progressione deve essere divisibile per **12**.

7. Tutti i **Primi di Mersenne** *sono* **Verdi**.

8. Tutti i **Numeri di Fermat** *(tranne* **3***) sono* **Verdi**.

9. Tutti i **Numeri Perfetti** *(tranne* **6***) sono* **Verdi**. *Se esiste, un numero perfetto dispari puo` essere solo* **Nero** *o* **Verde**.

10. Frazioni

10.1. Se $\frac{a}{b}$ *e` un intero, avra` lo stesso colore di* $a * b$

10.1.1. In questo modo si possono colorare i numeri razionali

10.2. Molti dei Teoremi suesposti non si applicano alle frazioni

Allora, torniamo seri... Non sperate di cavarvela senza problemino..

Diamo per scontato (dai, giusto per divertirci...) che quanto detto sopra sia vero. Chi mi sa dire il ***colore di*** $\sqrt{2}$ ***?***

Facile... non ha colore! Se avesse un colore il suo quadrato dovrebbe essere **Nero**, contraddicendo il fatto che **2** e` **Rosso**. Probabilmente il Grande Pennello, a questo punto, ritiene dimostrato che la radice di due e` irrazionale.

[22] Attenti a non fare l'errore che ho fatto io la prima volta che ho letto questa roba: sta parlando della media geometrica **dei due quadrati**, non dei numeri originari: $\sqrt{a^2 b^2} = ab$.

Sia ben charo che, se riuscite a trasformare questi vaniloqui in un qualcosa di piu` "mathematically correct", vi garantiamo la pubblicazione. Noi ci abbiamo provato con alcuni, e abbiamo scoperto che, in alcuni casi, dietro questo fantasmagorico arcobaleno si nascondeva qualche simpatica regoletta di Teoria dei Numeri.

Ad esempio, Alice ha trovato alcune interessanti caratteristiche:

- La moltiplicazione colorata resta associativa e commutativa rispetto ai colori, non importa il numero dei fattori.
- Dovrebbe essere interessante vedere come viene l'arcobaleno dei numeri, visto il ruolo che giocano ***3*** e ***4*** nella colorazione *[Dovrebbe anche essere interessante metterli in una spirale quadrata con* **1** *al centro, visto il ruolo che giocano i primi... (RdA)].*
- L'insieme dei neri e` chiuso e contiene l'elemento neutro: nero per nero uguale nero e ***1*** e` nero. Inoltre, qualsiasi numero moltiplicato per un numero nero non ne cambia il colore.

Provate, pubblicheremo.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms