Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nel' altro millennio

Numero 047 - 2002-12

1. Editoriale

"Se non ti piace l'editoriale, scrivine tu, uno migliore!". Questo il GC, stanco delle mille critiche, e a ragione *[No. Nego. Quando Alice ha detto "L'editoriale e` una schifezza" (impiegando circa settanta parole) ho detto "Si. Riscrivilo." (impiegando esattamente due parole). (RdA)]* . Lui trova i problemi e li confeziona, lui prepara le bozze, lui le corregge *[Anche qui nego. Le correzioni sono svolte da Alice e Doc, io pesto su una tastiera (ieri al buio, tra l'altro: aspettate a vedere quel PM...) (RdA)]*, lui legge e commenta le soluzioni dei lettori [e questa e` cosa buona e giusta: una volta che ho provato a farlo io abbiamo perso un solutore per almeno un paio di numeri...], insomma, fa tutto lui, e quando chiede consiglio, ecco che la solita Alice ha un suggerimento pronto... Insomma, adesso mi tocca. Però e` l'editoriale di Natale, e qualcosa bisognera` pur dirvi, il mese di dicembre, con tanto di spirito natalizio.

Quando l'anno finisce, normalmente e` tempo di bilanci, e voi farete di certo i vostri, per noi di RM questo e` il quarto Natale. In archivio trovate il numero 11, con il GC che spiega quanto ha da fare a trainare la slitta e fare tutto il lavoro, siccome il buon uomo in rosso e` un po` in soprappeso; il numero 23 con la piu` bella (secondo me) prova scientifica dell'esistenza di Babbo Natale -e Rudi ne sa qualcosa, visto che traina la slitta-; il numero 35, poco dopo il nostro trionfale ingresso in rete, con finalmente tanti solutori e tanti iscritti. Dato che questo editoriale in particolare non e` un granché, fate un salto al numero 23, la maggior parte di voi non ci conosceva ancora, credo.

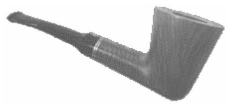
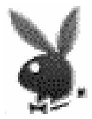
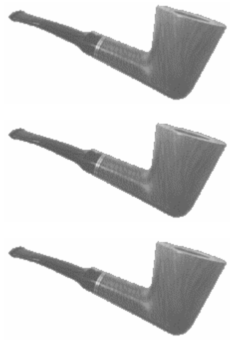
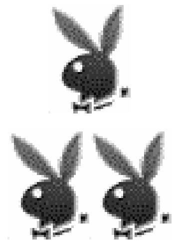
Ormai forse e` stato detto mille volte, ma la redazione (estremamente virtuale) e` composta di gente che ha un altro lavoro, "che paga ma non appaga" come piace dire al GC *[Mi piace dirlo solo da questo numero. E se volete la mia opinione, Alice ha deciso di scrivere l'editoriale per dirlo* prima *di me (RdA)]*, e ora si avvicina al quinto anno di sopravvivenza: siamo sopravvissuti ad un primo anno quasi privo di solutori (ebbene sì, ci risolvevamo i problemi da soli *[Nel senso che io li proponevo e Alice li risolveva. Poi e` arrivato Doc, e non e` cambiato niente (RdA)]*) e all'ultimo di inondazioni di mail e domande, all'enorme quantita` di birra che beviamo ogni volta che siamo insieme e ad alluvioni nel Piemonte, case da riparare, muri da imbiancare, trasferte giornaliere, montagne da attraversare. Lo facciamo perché ci diverte divertirci con la matematica, e ci diverte divertirvi... Buon Natale dalla redazione, e cercate di essere buoni, almeno questo mese. Noi lo siamo sempre *[Plurale majestatis? Guarda che a chi dice le bugie arriva il carbone (RdA)]* .

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms

2. Problemi

	Rudy d'Alembert	Alice Riddle	Piotr R. Silverbrahms
L'eredita` di Settimio Severo			
Le Biglie di Alberto			

2.1 L'eredita` di Settimio Severo

Uno che si chiama cosi`, ci aspettiamo che nel testamento sia un po` bizzarro...

In effetti, appurato che il suo capitale era di ***un milione*** di *assi* (no, non uso i sesterzi; un milione di sesterzi, se ricordo bene, e` una cifra enorme; un *as*, se non sbaglio, era suppergiu` l'entrata alle terme se vi portavate voi l'asciugamano. Ricordi di gioventu`...), la sua decisione e` stata di lasciare ad ognuno dei suoi eredi una quantita` di assi che sia una potenza di ***7*** (zeresima inclusa); inoltre, non dovevano esserci sette persone (o piu`) che ricevessero la stessa cifra.

Vostro compito, con l'aiuto dello scriba *Excelius* (almeno all'inizio), e` porre in atto queste richieste e stabilire quanti possono essere, al piu`, i pretendenti al gruzzolo...

2.2 Le Biglie di Alberto

Un nuovo giochino...

Allora, questa volta ho rubato a mio figlio piu` grande ***11*** biglie, ***2*** rosse e ***9*** verdi; sono contenute in un graziosissimo sacchetto di cuoio, tipo "scarsella".

Le regole del gioco sono semplicissime:

Si tira fuori una biglia.

Se e` ***rossa***, la si rimette dentro.

Se e` ***verde***, la si tiene.

E poi si ricomincia.

Vince chi estrae la seconda biglia verde (indipendentemente da chi ha estratto la prima).

Qui c'e` il sacchetto, tirate per primi?

3. Bungee Jumpers

Queste ricordano una di quelle domande "cattive" che ogni tanto qualcuno di voi ci fa...

Trovare tutti i numeri interi uguali alla somma dei *quadrati* delle loro cifre

Trovare tutti i numeri interi di *tre* cifre uguali alla somma dei *fattoriali* delle loro cifre

4. Soluzioni e Note

4.1 [045]

4.1.1 Sono cavoli vostri

Noto con piacere che la vecchia zucca, opportunamente concimata con nuove idee, continua imperterrita a dare fiori e frutti....

Cominciamo con ***BraMo logicar*** (non fate domande sul nickname e scrivetelo proprio cosi`: e` molto sensibile alle maiuscole), che aveva fatto arrivare la risposta a numero ormai chiuso in tipografia; ci aveva promesso un'espansione e, volentieri, pubblichiamo.

La soluzione (quella arrivata tardi) procedeva lungo gli ormai ben oliati binari, sino ad un punto in cui il Nostro si chiedeva:

il caso non circolare

E qui mi e' venuta in mente un'altra generalizzazione: e se avessi una fila infinita di lampade, tutte spente eccetto una, come posso spegnere quell'unica lucina? In realta' carino e' anche il caso di due lampade accese, ma non mettiamo troppa carne al fuoco.

Beh, la cosa *ri*-cominciava a farsi interessante (cercate di capirci: quando leggete la settima soluzione allo stesso problema, diventano interessanti anche gli errori di battitura... Ma come fanno, i Prof di Mate?) e, velocemente, chiedevamo a BMl se aveva voglia di approfondire, ponendo come limite (assolutamente non mandatorio e dettato unicamente dai nostri lavori che pagano ma non appagano) la meta` mese: per la storia, il tutto e` stato brillantemente risolto entro Halloween. Formula Editor e PowerPoint a quanto pare non appartengono alla sua Weltanschauung, quindi vi tenete le parti in Courier.

Beh, quanto mai me lo sono chiesto, e accidenti a voi ad aver proposto questo gioco. Da allora ci ho pensato parecchio.

Pensavo di condividere la gioia della soluzione di un paio di casi, ma di condividere anche qualcosa di piu' negativo, cioe' la mancanza della soluzione veramente generale del problema. Provo a spiegarmi meglio, con la mia solita logorrea.

caso non circolare, n = 1

In pratica come faccio a spegnere una lampada accesa in una sequenza infinita (di lampade spente)?

Beh, non si puo' !

Mah, forse il punto esclamativo e' di troppo, e forse la dim e' troppo complessa e ne esiste una piu' semplice, ma io ve la mando lo stesso.

Riutilizzo la tecnica della mail precedente, che sembra interessante, e sia 0 la posizione della lampada accesa, cioe' il mio vettore di lampade allo stato iniziale (sotto al vettore la posizione) e':

```
    (..., 0, 0, 1, 0, 0, ...)
          -2 -1  0  1  2
```

```
...
x-3 + x-2 + x-1 = d-2
x-2 + x-1 + x0  = d-1
x-1 + x0  + x1  = d0
x0  + x1  + x2  = d1
x1  + x2  + x3  = d2
...
```

Ora scrivo le equazioncine relative alle lampade vicine a quella accesa [lo trovate nella box qui da qualche parte (RdA)]*:* $\mathbf{x_i}$ *e' il numero di volte che la lampada i e' stata selezionata, mentre* $\mathbf{d_i}$ *e' il numero di volte che la lampada* **i** *ha cambiato stato*

Ora lavoriamo un po' ancora sui pari e dispari. La soluzione del problema dovra' necessariamente essere tale che:

- **d_0** *e' dispari (la lampada e' accesa e deve spegnersi)*
- *tutti gli altri* $\{d_i, i \neq 0\}$ *saranno pari (le lampade sono spente e cosi` devono restare)*

Ora dimostriamo che:

1. *non e' possibile che* x_0 *sia pari*
2. *non e' possibile che* x_0 *sia dispari*

e, visto che non e' il caso di scomodare numeri complessi o quaternioni, **la lampada non puo' spegnersi** *!*

Vediamo il caso 1), che il 2) e' del tutto analogo. Supponiamo cioe' che x_0 *sia pari. Allora riscriviamo per comodita' il sistemino sostituendo* **P** *per pari e* **D** *per dispari, anche se non e' formalmente corretto cio' che si scrive (e' pero' chiaro (spero))* [chiarissimo. il tutto nel box qui a fianco, compatibilmente con le opinioni della rivista (nel senso letterale del termine) su dove vadano certe cose (RdA)].

```
...
x-3 + x-2 + x-1 = P
x-2 + x-1 + x0  = P
x-1 + x0  + x1  = D
x0  + x1  + x2  = P
x1  + x2  + x3  = P
...
```

Si ha al volo che o x_{-1} *o* x_1 *sono dispari. Per simmetria (che e' direi totale* [Tranne Doc: lui odia l'uso delle simmetrie nelle soluzioni (RdA)]*) sia* x_{-1} *dispari, e dunque* x_1 *pari. Si ha:* [Solito schemino presumibilmente qui in giro. Sostituiamo ***P*** anche per x_0 (RdA)].

```
...
x-3 + x-2 + D  = P
x-2 + D   + P  = P
D   + P   + P  = D
P   + P   + x2 = P
P   + x2  + x3 = P
...
```

Dunque saranno: x_2 *pari, e quindi* x_3 *pari e, dall'altra parte,* x_{-2} *dispari e dunque* x_{-3} *pari.*

Riassumendo abbiamo [Mi rifiuto: qui, lo schemino ve lo prendete come testo, punto e basta (RdA)]*:*

```
(x-3 ,x-2 ,x-1 ,x0  ,x1  ,x2  ,x3 ) =
(P   ,D   ,D   ,P   ,P   ,P   ,P  )
```

Casino vero? Beh, nemmeno poi tanto. Consideriamo infatti ora che e' molto semplice continuare da una parte o dall'altra degli estremi del vettore precedente: e' sufficiente che la somma di ogni terna dia un risultato pari (le d_i *ricordiamo sono tutte pari, tranne la zeresima).*

Vediamo percio' che verso destra non c'e' problema: e' sufficiente scegliere tutti numeri pari, per cui tutti **0***, cioe' non tocchiamo mai nessuna lampada.*

Ma verso sinistra c'e' la grana: occorre purtroppo inserire per x_{-4} *una* **d***, poi per* x_{-5} *un'altra* **d***, poi una* **p***, e si andra' avanti ad inserire, per sempre,* **due d** *e* **una p***, per mantenere pari tutte le terne.*

Ma la cosa ovviamente e' impossibile, perche' (ricordiamoci che vuol dire x_{-i}*) significherebbe che abbiamo un numero infinito di lampade da selezionare un numero dispari di volte, percio' almeno 1.*

E come ai vecchi tempi, direi, CVD, visto che il quadratino non riesco a farlo in text.

Dunque abbiamo scoperto che non e' possibile spegnere un'unica lampada accesa di una sequenza infinita.

caso non circolare, n = 2

Nooo. Basta. Non e' il caso forse di rifare tutto. L'idea e' ormai chiara e non e' difficile, ma solo un po' lungo, dimostrare che (0 sta per spenta e 1 pe accesa): [Box a fianco (RdA)].

`...00011000...` non e' risolvibile
`...000101000...` non e' risolvibile
`...0001001000...` e' risolvibile (2 passi)

E qui ecco che condivido con voi il dolore: come cavolo si riesce a trovare una formulina che, data una configurazione fornita in qualche modo, mi dice se e' risolvibile o meno?

Non crediate si sia fermato qui: a giornale-quasi-chiuso e` arrivato un altro pezzetto piuttosto interessante, in cui confessa di aver organizzato una *Gestalt* per andare avanti (Grumble... Tollereremo, anche perche` a voler sottilizzare il gruppo non si e` occupato del *problema*, ma della sua *espansione*. I due bimbi nuovi comunque si sono iscritti: uno si chiama ***Wiz***, l'altro mi pare di aver capito che *non* si chiama ***Marco***. (cosa pretendete, quando la lista dei nicknames la gestisce uno come Doc?).

Di seguito, il ponzamento dei nostri tre eroi

Se ricordi cio' che restava era determinare un'invariante delle configurazioni "buone" (o "spegnibili"? bleah) rispetto a quelle "cattive", cioe' una funzione che mi permettesse, data una stringa di 0 e 1, di identificare se tale configurazione era buona o no.

Ovviamente, come spesso capita nei problemi di decidibilita', la funzione molto probabilmente non avrebbe fornito (meglio dire "non fornisce" perche' sono sicuro che esiste) la sequenza di step necessari per spegnere le lampade, cioe' per "azzerare" la stringa, ma solo una risposta yes/no.

Volendo invece trovare un modo per spegnerle occorrerebbe cercare un algoritmo. E questa e' una cosa ben diversa.

Meglio la prima cosa o la seconda? Dopo diverse dissertazioni con i due amici in cc (ehi, hai visto che sono riuscito a farli iscrivere entrambi?) risulta che:

- molto meglio la prima cosa se si predilige la velocita', e forse lo stile

- meglio la seconda se si vuole la praticita'

Bene, non sono riuscito (anche chiedendo aiuto a "loro due") ad ottenere la prima cosa, ma Wiz ha trovato la seconda.

E veniamo all'algoritmo di Wiz.

E' molto semplice direi e ha tempo lineare rispetto alla lunghezza del numero. Lo definirei cosi':

$T(n) = n$

dunque di primo grado.

L'algoritmo consiste nell'esecuzione dei seguenti due step:

- *step 1: individuare il primo 1 a sinistra*
- *step 2: selezionare il bit immediatamente alla sua destra*

fino ad arrivare ad una situazione in cui si arriva ad una configurazione conosciuta. Si nota infatti, banalmente, che i due passi "accorciano" la stringa, visto che spengono la lanterna piu' a sinistra senza accenderne altre alla sua sinistra.

mmm... sono un po` dubbioso... Mi chiedo di quanto si "accorcia", una stringa, se ha lunghezza infinita. La cosa e` analizzata da Doc che prova con la sequenza piu` semplice (una lampada accesa all'inizio, seguita da un numero infinito di lampade spente) e scopre che si forma un "grazioso effetto onda": ai giri pari ci sono due lampade accese, ai giri dispari una... ma mi sa che, prima di arrivare alla fine, arriva Halloween dell'anno prossimo.

Nel seguito vengono coinvolti alcuni innocenti, come la Macchina di Turing e la differenza tra "formula" e "algoritmo". Quando Doc si perde con la matematica, la butta sulla filosofia...

Non crediate sia finita qui: questo problema, a quanto pare, vi ha appassionato. Comincio a pensare che il Modello di GreyHawk, con i bicchieri di vino al posto delle lampade accese, vi abbia dato un buon spunto...

Infatti, ***Carlo*** (e` una new entry degli abbonati: come vi ho detto, non stiamo a sindacare sui nickname), conscio del fatto che ormai dovevamo averne pieni i cocomeri[1], ci manda una soluzione. Affronta la cosa in un modo decisamente simpatico.

Partiamo dalle sette candelette iniziali, che sono tutte accese e possiamo rappresentare facilmente con la sequenza "circolare" di "1": **1111111** *(che per ora non e' un numero binario). Ogni passaggio di stato equivale a effettuare l'operazione booleana di "OR esclusivo = XOR = differenza simmetrica degli insiemi", tra lo stato delle candele e il "commutatore". Un commutatore puo' essere:* **C1=1110000**, **C2=0111000**, **C3=0011100**, *e cosi' via fino a* **C7=1100001**.

Per poter passare da **1111111** *a* **0000000** *ad ogni singola candeletta sono necessari un numero dispari di cambiamenti di stato, il che equivale a dire un'applicazione per ogni candela di un numero dispari di commutatori. Percio' indicando con* **Ci** *il generico commutatore si deve ottenere:* **1111111 XOR C_i XOR C_j XOR ... = 0000000**

L'ordine di applicazione dei commutatori non e' rilevante (proprieta' commutativa e associativa) e si intuisce che il numero minimo di applicazioni dispari dei commutatori e' quello di applicarli tutti e **7**. *Questa soluzione e' vera per ogni numero di candelette* $n \geq 3$. *In tal caso* **ad ogni candela sono applicati tre commutatori adiacenti**.

Se poi si trasformano gli stati e i commutatori in numeri binari si ha una soluzione numerica del tutto slegata dal gioco originario. Si perde completamente il senso del gioco, ma almeno ci si e' divertiti a trasformarlo in qualcosa che non c'entra assolutamente niente!

No, dall'OR esclusivo non ci era passato nessuno... Molto carina.

Sentite, a tutti gli Zuccofili... vi rendete conto che, con un problema che alcuni di voi avevano tacciato come "banale", stiamo andando avanti da *tre* numeri? E la Gestalt del piano di sopra ha ancora cose da dire, a occhio e croce.

4.1.2 Votazione al Sabba

Se ben vi ricordate, ***PuntoMauPunto*** ci aveva promesso un approfondimento. Guardate un po` dove e` arrivato.

Per non dire che non faccio un tubo, pero`, ti lascio la dimostrazione che avevo promesso il mese scorso, sulla distribuzione di caramelle.

Avevo affermato che se il numero **N** *di persone era maggiore o uguale a* **4**, *e il numero di caramelle fosse abbastanza alto, diciamo* $FLOOR\left\{\frac{N}{2}\right\}+2$, *allora c'e` una distribuzione ottimale per il primo giocatore, in cui uno degli altri ottiene* **2** *caramelle,* $FLOOR\left\{\frac{N}{2}\right\}-1$ *ne ottiene una, e gli altri nessuna*[2].

Vediamo come mai.

---

[1] E` da quando abbiamo presentato il problema che mi trattengo dal fare questa battuta, ma non ce la faccio piu`... Tra l'altro, Carlo probabilmente ha perfettamente presente come ci sentiamo: lui lo ha fatto *sul serio*, il Prof di Mate...

[2] FLOOR *e` quello che nelle calcolatrici* [E in Excel (RdA)] *e` definito come* INT, *la parte intera. Quando i numeri sono maggiori di zero non cambia nulla.*

Il mese scorso abbiamo scoperto che con **4** *persone la distribuzione che il primo riesce a ottenere e`* **[R,0,2,1]**. *Se le persone fossero* **5**, *e` ovvio che il primo debba cercare* **2** *alleati:* Numero 3 *e* Numero 5 *sono i candidati ideali, e riceveranno rispettivamente* **1** *e* **2** *caramelle. In totale,* **[R,0,1,0,2]**.

Ora partiamo con l'ipotesi induttiva, guardando separatamente i casi di numero pari oppure dispari di persone.

Supponiamo innanzitutto di avere **2K** *persone, con* $K \geq 3$. *L'ipotesi afferma che di queste,* $K-1$ *avranno* **1** *caramella e una ne avra`* **2**, *mentre tutte le altre resteranno a bocca asciutta.*

Indubbiamente questa distribuzione avrebbe la maggioranza, e quindi passerebbe. E poiche` nel caso* $2K-1$ *ci sono esattamente* $K-1$ *persone che non avrebbero ottenuto nessuna caramella, basta dare loro la micragnosa elemosina, e scegliere l'amichetto preferito tra quelli che avrebbero ricevuto una caramella (e ce n'e` almeno uno!), per elargirgliene benignamente una seconda.

Se le persone sono invece $2K+1$, *sempre con* $K \geq 3$, *il lavoro e` lo stesso. L'ipotesi e` sempre che* $K-1$ *abbiano* **1** *caramella, mentre una ne avra`* **2**; *la maggioranza e` sempre ottenuta, e in effetti per ipotesi induttiva nel caso* **2K** *avevamo* $K-1$ *persone rimaste a secco, e almeno una che aveva ottenuto una singola caramella.*

Resta da dimostrare il limite inferiore sul numero totale di caramelle: ma cio` e` presto fatto, perche` e` quello che permette di dare almeno una caramella al primo giocatore.

Non crediate che ***BraMo logicar*** si sia fermato alle lanterne... Ha provato ad andare avanti anche in questo campo (non sappiamo se con l'aiuto di Wiz e ~Marco), ponendosi un'interessante domanda:

Che succede se il numero di caramelle sono meno del numero di bambini?

Ora, ricapitolando le soluzioni per n bambini (1 <= n <= 4). Sia N il numero di caramelle, grande a piacere, si ha:

N	Soluzione
1	*(N)*
2	*(0,N)*
3	*(N-1,1,0)*
4	*(N-3,0,2,1)*

Ora, per i primi tra casi non ci sono problemi, visto che N >= 1, ma se nel quarto caso fosse N = 1 o N = 2? Avremmo le "caramelle negative". Saranno buone?

Per completezza, secondo me, occorrerebbe risolvere anche questi due casi. Proviamo?

N = 1 (una sola caramella)

Il caso rischia di essere asimmetrico, per cui non del tutto banale. Secondo me la soluzione (per n = 4 bambini) e' (0, 0, 1, 0). Ecco perche':

- *il primo propone quello che vuole e sara' comunque eliminato: avra' infatti almeno due voti contro (i due bimbi a cui da' 0 caramelle)*
- *il secondo proporra' dunque la soluzione per n = 3: (0, 1, 0)*

Interessante il fatto che probabilmente questo tipo di soluzione e' valida anche per n > 4. Le caramelle mangiate saranno (..., 0, 1, 0).

N = 2

Qui le cose si complicano un po'. Per n = 3 abbiamo la soluzione (1, 1, 0), ma per n = 4? Secondo me sara' la stessa. In nessun modo infatti il primo bimbo si potra' "comprare" altri due bimbi se non dando via entrambe le caramelle, come in (0, 1, 1, 0).

La cosa interessante sarebbe, al solito, generalizzare il problema e chiedersi qual'e' la soluzione per n e N generici nei due casi

1. *n <= N (ci sono abbastanza caramelle per tutti)*
2. *n > N (le caramelle non bastano)*

Direi che BraMo i problemi li crea per gli altri, piu` che risolverli...

Caso mai vi interessasse, nella realta` la divisione si e` svolta in modo piuttosto equo, con un numero ragionevole di ematomi.

4.2 [046]

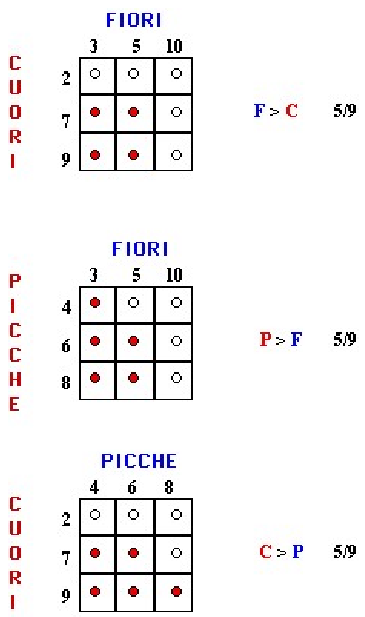
4.2.1 Un mazzo malandato

Malfidanti...

Allora, il primo arrivato e` ***Filippo***:

Grazie all'esperienza acquisita nei precedenti giochi "onesti" da voi proposti, parto col principio che e` piu` saggio dubitare ...[Ah, si?, Pero` questa volta quello delle biglie e` *onesto*, veeero? (RdA)]

Chi gioca per secondo ha piu` probabilita` di vincere (5 volte su 9), basta scegliere in modo opportuno il mazzo. Infatti, come si vede dallo schema allegato [Appartenendo il sottoscritto a quell'ormai sparuto gruppo di persone che *non* hanno la stampante a colori, spero Filippo non si arrabbi se modifico leggermente lo schema (RdA)], *le risposte saranno:*



se il primo sceglie il mazzo CUORI allora FIORI

se il primo sceglie il mazzo FIORI allora PICCHE

se il primo sceglie il mazzo PICCHE allora CUORI

Correttissimo. In sostanza, e` una variazione di "Forbici-Carta-Sasso" o, se preferite, del *Teorema di Arrows*. Ve lo ricordate, vero? Quando parlavamo di elezioni...

Il nostro ***Sam***, invece, per rendere la cosa un po` piu` emozionante, ci racconta un po` di fatti suoi: era da tempo, in effetti, che ci chiedevamo: "Ma gli piacera` il calcio?". La sua analisi parte da alcune assunzioni completamente da dimostrare.

Essendo che RM me l'aspettavo per Lunedì, mi sono accorto della consegna solo Domenica sera; inoltre, considerando una mia intrinseca e totale avversione per il giuoco del calcio e una forte propensione all'insonnia e tenendo presente che la seconda serata Rai è, esclusi programmi calcistici per me improponibili, totalmente inguardabile, ed infine ponderando la fortuita presenza di un portatile nel mio raggio di azione (limitato al divano da cui tento di non guardare la tv), e` banale dedurre che ho provato a risolvere i problemi di questo numero di RM. Ora, ponendo come condizione al contorno che presumo e temo di non aver capito i problemi (altrimenti si darebbe il caso che non avessi capito il perché della valutazione di difficolta` fornita dai tre membri della Redazione tramite simpatici simboli personalizzati), vado a digitare le risposte che ho trovato con il sottofondo (sgradito) della Domenica Sportiva.

[Prego notare che, nella piu` pura tradizione del Nostro, e` una frase unica. E provare a *spegnerlo*, il televisore? (RdA)]

Ipotizziamo la sanita` mentale del GC*[3]*: scegliere lo stesso mazzo scelto dall'avversario e` mossa onesta ma fessa. [Una nota: nel seguito, in numeri romani indicano l'ordine delle carte nei mazzetti: ***I*** e` la piu` bassa, ***II*** e` l'intermedia e ***III*** la piu` alta. (RdA)] *Se l'avversario pesca* **I** *il GC vince sicuramente, se pesca* **II** *ha il 50% di probabilita` di vincere, se pesca* **III** *il GC perde sicuramente e dunque il GC vince* **3** *volte su* **6**.

Se l'avversario pesca una carta **I** *(evento con possibilita`* $\frac{1}{3}$ [Qui (e nel seguito) facciamo un attimo i pignoli: non siamo d'accordo sull'utilizzo della parola "possibilita`". Trattasi, in realta`, di "probabilita`": le possibilita`, se ben ricordiamo, sono il numero dei casi favorevoli, mentre la probabilita` e` pari alle possibilita` divise il numero dei casi possibili (AR, RdA)]*) il GC ha almeno* **2** *possibilita` (*$\frac{2}{3}$*) in ciascuno degli altri due mazzi di pescare una carta vincente (probabilita` di* $\frac{2}{9}$*); se pesca* **II** *il GC ha almeno* **1** *possibilita` (*$\frac{1}{3}$*) in ciascuno degli altri due mazzi (probabilita` di* $\frac{1}{9}$*); inoltre si consideri che non c'e` un seme che e` in due ordini nella stessa posizione (minore medio maggiore) e quindi per ogni seme ci saranno due ordini che, se pescati dall'avversario daranno al GC la possibilita` di scegliere un mazzo in cui almeno una carta e` maggiore di quella dell'avversario e la possibilita` che l'avversario peschi uno di questi ordini e`* $\frac{2}{3}$*, mentre la possibilita` che il GC trovi la carta (dello stesso ordine) maggiore e`* $\frac{1}{3}$ *quindi la possibilita` e`* $\frac{2}{9}$*. Se si sommano queste probabilita` (riferite ad eventi mutuamente escludentisi) si ottiene* $\frac{5}{9}$ *di probabilita` che il GC vinca quindi a questo punto e` lecito affermare che il gioco non e` onesto. Se si pensa poi che abbiamo studiato il caso di tutti e tre i mazzi in tutti e tre gli ordini per l'avversario e considerato la carta del GC appartenente ai tre ordini (nella prima parte ai due diversi da quello dell'avversario e nella seconda allo stesso dell'avversario) si può tranquillamente affermare che, postulato il GC perfettamente logico*[4]*, in ogni caso egli sceglierà` un mazzo che gli assicuri i* $\frac{5}{9}$ *di probabilita` di vittoria.*

PuntoMauPunto sembra imbastire un dialogo con Sam:

*Contro certi bari, e` meglio lasciare perdere! Con i famigerati mazzetti di carte, infatti, il fatto stesso che l'ordine delle carte sia ciclico, fa pensare a un simpatico trucchetto. In effetti, e` facile vedere che se il tapino sceglie cuori, basta andare su fiori per vincere 5 volte su 9 in media; se avesse scelto fiori, picche vince 5 volte su 9 e con picche, cuori vince 5 volte su 9. Concordo sulla difficolta` infima* [Anch'io. Pero` vi ha dato l'occasione per prendervela con me... (RdA)]

---

[3] E Newton che diceva *Hypoteses non fingo*! Chissà cosa avrebbe detto... *[Propongo:* "Credo quia absurdum" *(RdA)]*

[4] Se il quinto di Euclide fosse stato di tal fatta, le geometrie non euclidee le avrebbe scoperte Euclide stesso rileggendo le prime pagine degli elementi, ma tant'e`...

Provate con quello di questo mese: voglio proprio vedere...

4.2.2 Simpatici frugoletti...

Posto che vi chiediate se i nomi sono veri, posso garantirvelo: tutti amici dei due teppisti, fortunatamente separati nello spazio (tra Torino e i due Paeselli). Non ho avuto il coraggio di andare avanti, ma il fatto che in Francia quest'estate abbiano fatto amicizia con Xavier e Yvette fa pensare a graziose estensioni del problema[5].

Per prima cosa prendiamocela con PMP: ha mandato qualcosa ma, come confessa lui stesso, i problemi di questo tipo non gli piacciono (neanche a me, infatti li faccio risolvere agli altri...). Complice il solito giro in bicicletta, gli sono nati dei dubbi... e meno male, se posso aggiungere.

Allora, siccome la partita di calcio era effettivamente una schifezza, ***Sam*** ha agilmente risolto la cosa nel secondo tempo.

Sintetizziamo [Tabellina qui di fianco, spero (RdA)]*:*

			se S	se D	se M
A	S		V	F	F
B	D		F	V	F
C	~M		V	V	F
D	D		F	V	F
E	~D		V	F	V
F	M		F	F	V
G	~S		F	V	V
H	S		V	F	F
I	M		F	F	V
J	~S		F	V	V
		TOT V	4	5	5
		TOT F	6	5	5

Sinistra *non può essere giusto quindi* **A** *mente,* **G** *dice il vero,* **H** *mente e* **J** *dice il vero*[6]*.* **A** *deve sapere per forza qual e` la strada per il villaggio.*

Non e` necessario che **E** *o* **H** *sappiano quindi assumeremo che non sappiano la strada.*

Se **B** *dice il vero, a* **C** *non serve conoscere la strada: se la strada e` quella a destra, non e` quella in mezzo. Se* **C** *mente a* **D** *non serve sapere (idem come sopra). E cosi` ragionando si ottengono le seguenti condizioni:*

1. *se* **B** *dice la verita` allora* **C** *non sa e la strada e`* **Destra**
2. *se* **F** *dice la verita` allora* **G** *non sa e la strada e`* **Mezzo**
3. *se* **I** *dice la verita` allora* **J** *non sa e la strada e`* **Mezzo**
4. *se* **C** *non dice la verita` allora* **D** *non sa e la strada e`* **Mezzo**
5. *se* **E** *non dice la verita` allora* **F** *non sa e la strada e`* **Destra**

Vediamo bene che se la strada e`* **Mezzo** *vi sono* **2+3=5** *bambini che ignorano la strada, se e` **Destra** *ve ne sono solo* **2+2=4** *e quindi ve ne sarebbero* **6** *che la conoscerebbero. Quindi la strada e` quella centrale.*

Ottimo, ma preferisco l'analisi di ***Katia*** (altra new entry di questo numero). La mail di accompagnamento alla soluzione diceva: *Magari la soluzione non e` bellissima ma di sicuro il font e` stupendo.*

Io trovo la soluzione molto bella [Svelti, sinche` Katia non ascolta... Qualcuno sa come e` fatto il "*Bernhard Fashion BT*"? Come faccio a dirle che io lo vedo in Courier??? (RdA)].

[5] Il brutto e` che e` ***vero***... Siamo in corrispondenza epistolare, e forse verso fine del prossimo mese vengono a trovarci...

[6] *Osservazioni completamente inutili, evidenti e tralasciabili, ma, visto che vi risparmio il latinorum e i periodi complessi (premessa e note a parte), posso almeno lasciarmi andare alla pedanteria.*

I ragazzini possono essere divisi in categorie: **Veritieri** *o* **Non veritieri** *(o esclusivo),* **Sa la strada** *o* **Non sa la strada** *(prima di mettersi in fila* [PMP, segui attentamente (RdA)]*).*

Inoltre,poiché per ipotesi cinque dicono **sempre** *la verita` e cinque dicono* **sempre** *il falso, la prima persona che fa un'affermazione (***A***) deve sapere qual e` la strada, altrimenti la sua affermazione* **casuale** *potrebbe risultare vera o falsa e il ragazzino non potrebbe essere categorizzato a priori.*

Ora ragioniamo a ritroso: posto che la decisione finale deve essere scelta tra **Sinistra** - **Destra** - **Mezzo***, tentiamo di validare le ipotesi, supponendo prima che sia corretta la strada* **Destra***, successivamente quella di* **Sinistra** *ed infine quella di* **Mezzo**.

	Persona *Tipo(v/f)*	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**	**I**	**J**	*#veri*	*#falsi*
soluzione	*Destra*	*F*	*V*	*V*	*V*	*F*	*F*	*V*	*F*	*F*	*V*	*5*	*5*
	Sinistra	*V*	*F*	*V*	*F*	*V*	*F*	*F*	*V*	*F*	*F*	*4*	*6*
	Mezzo	*F*	*F*	*F*	*F*	*V*	*V*	*V*	*F*	*V*	*V*	*5*	*5*

Dal conteggio del numero di veritieri e non veritieri si può escludere immediatamente la strada di **Sinistra**.

Ora rimangono **Destra** *e* **Mezzo**. *La restante ipotesi da validare e` Solo* **5** *sanno la strada.*

Cominciamo da **Destra***:*

A*: Falso e sa (per quanto detto prima)*

B*: Vero e sa perché non può averlo imparato da A*

C*: Vero e non sa (ha imparato la strada dalla risposta di B)*

D*: Vero e sa (non può averlo imparato da C)*

E*: Falso e non sa (ha imparato da D)*

F*: Falso e sa (non può aver imparato da E)*

G*: Vero e sa (non può aver imparato da F)*

H*: Falso e non sa (ha imparato da G)*

I*: Falso e sa (non può imparare da H)*

J*: Vero e sa (non può imparare da I)*

Totale: **7** *ragazzini sanno e* **3** *non sanno. → l'ipotesi non e` verificata.*

Proviamo con **Mezzo**

A*: Falso e sa (per quanto detto prima)*

B*: Falso e sa (non può aver imparato da A)*

C*: Falso e sa (non può aver imparato da B)*

D*: Falso e non sa (ha imparato la strada da C)*

E*: Vero e non sa (contraddice D che e` falso)*

F*: Vero e sa*

G*: Vero e non sa (ha imparato da F)*

H*: Falso e non sa (contraddice G)*

I: *Vero e sa (non può imparare da H)*

J:*Vero e non sa (ha imparato da I)*

Totale: **5** *ragazzi sanno la strada e* **5** *Non la sanno. L'ipotesi e` verificata*

La strada da prendere e` quella in mezzo.

Se ho sbagliato e` meglio che qualcuno mi insegua con un'aspirina...

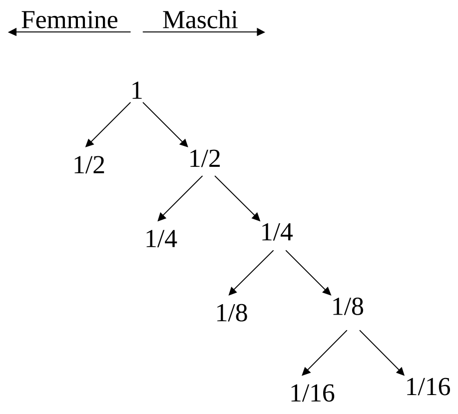
Correttissimo. E l'aspirina me la tengo io. Sam ha scritto anche una postfazione alle soluzioni ma, come ammette lui medesimo, *Serve solo ad arrivare alla fine di pagina due*. Quindi, rendiamo felici un paio di alberi e non la pubblichiamo.

Abbiamo ricevuto anche la soluzione di ***Filippo***, che si inventa una notazione molto carina (a base di tabelline, segni piu` e meno a pedice e cancellazioni delle "V" e delle "F") per risolvere il problema in brevissimo tempo, seguendo in un modo molto piu` schematico il flusso che abbiamo visto. E` probabilmente la soluzione piu` breve (sta in meno di due pagine, scritta "grossa") ma mi ci e` voluta mezz'ora per capire la notazione e seguire il ragionamento. Filippo confessa di non avere una grossa familiarita` con i problemi logici e di trovarsi gia` in crisi con quelli piu` brevi "*perche` dopo pochi passaggi ho l'impressione che mi si annodino i neuroni"*. Beh, direi che la tavola della verita` che hai costruito e` un potentissimo strumento. Adesso, il Nostro e` impegnato in una discussione con il postino relativa alla psicologia della soluzione dei problemi, vi terremo informati (*c'est a dire* che Doc ha trovato qualcuno che gli va dietro con le teorie della "De/Matematizzazione"... Filippo, tu distrailo, che io e Alice intanto chiamiamo quelli vestiti di bianco...).

5. Quick & Dirty

Il metodo era stato proposto anni fa in Cina, per porre rimedio ad una sovrappopolazione femminile.

Ci sono un paio di linee di pensiero:



**Piu` femmine**, perche` ogni famiglia ha *almeno* una femmina (e zero o piu` maschi).

**Piu` maschi**, perche` molte coppie hanno molti maschi prima di avere una sola femmina.

Spiacente, ma sono sbagliate entrambe, come hanno scoperto quelli che l'avevano proposto dopo aver interpellato in merito un paio di matematici.

Considerate lo schema a fianco.

Dalle famiglie iniziali, meta` avranno femmine e meta` maschi; solo questa meta` avra` ancora figli, e saranno meta` femmine e meta` maschi.

Di questi, solo i secondi avranno ancora figli (che rappresenteranno, rispetto alla popolazione iniziale, un ottavo di femmine e un ottavo di maschi).

Medesimo ragionamento per i successivi, e quindi, finalmente, se sommiamo le femmine otteniamo 1/2+1/4+1/8+1/16... e (se sommiamo i maschi) lo stesso risultato.

Quindi, sono in numero uguale.

6. Pagina 46

(1).

I numeri cercati (***N***) non possono avere piu` di ***tre*** cifre, in quanto il caso estremo:

$$9^2+9^2+9^2+9^2=4*9^2=324 \qquad \textbf{[006.001]}$$

ci da` un risultato a tre cifre.

Allora possiamo porre, se ***x***, ***y***, ***z*** sono le cifre che compongono il nostro numero:

$$N=100x+10y+z \qquad \textbf{[006.002]}$$

(si noti che sono ammessi i valori zero).

La condizione del problema diviene allora:

$$100x+10y+z=x^2+y^2+z^2 \qquad \textbf{[006.003]}$$

O, equivalentemente:

$$(100-x)*x+(10-y)*y=z*(z-1) \qquad \textbf{[006.004]}$$

Questa equazione implica ***x=0***.

Infatti, per assurdo, a primo membro abbiamo $x\geq 1 \Rightarrow 100-x\geq 90$, mentre a secondo membro il valore massimo e` $9*(9-1)=72$.

Quindi, ***x=0***.

Allora la **[006.004]** diventa:

$$(10-y)*y=z*(z-1) \qquad \textbf{[006.005]}$$

Siccome ***y*** e ***z*** devono essere *cifre*, si vede facilmente che questa equazione e` soddisfatta solo da ***y=0***, il che ci lascia solo le due possibilita` ***z=0*** e ***z=1***. Quindi, le uniche due soluzioni sono ***N=0*** e ***N=1***.

(2).

Anche in questo caso, indichiamo il nostro numero come:

$$N=100x+10y+z \qquad \textbf{[006.006]}$$

La condizione del problema diviene allora:

$$100x+10y+z=x!+y!+z! \qquad \textbf{[006.007]}$$

e, siccome sappiamo che ***7!=5040*** e` gia` di ***quattro*** cifre, allora nessuna delle cifre che compongono il numero puo` essere maggiore di ***6***.

Quindi deve essere ***N<700***; ma siccome $6!=720>700$, allora *nessuna cifra puo` essere maggiore di **5***.

Di converso, almeno una cifra deve essere *uguale a **5***; infatti, se cosi` non fosse, il massimo numero ottenibile sarebbe: $N\leq 3*4!=72$ che ha solo due cifre e quindi non soddisfa le condizioni del problema.

Per quanto riguarda ***x***, possiamo dire che:

Non puo` valere ***5***.

Infatti, in questo caso avremmo $N\geq 500$ ma dalle condizioni precedenti si ha che il valore massimo ottenibile sarebbe $3*5!=360$.

Non puo` essere maggiore di ***3***.

Per lo stesso ragionamento fatto al punto precedente.

Non puo` essere maggiore di ***2***.

In quanto $N \geq 300$ ma il massimo ottenibile (sempre con lo stesso metodo) e` $3!+2*5!=242<300$.

Non puo` essere maggiore di ***1***.

Siccome il numero ***255*** non soddisfa le condizioni del nostro problema, solo una cifra del nostro numero deve essere ***5***, allora il valore massimo con ***x=2*** diventa $2!+5!+4!=146<200$

Inoltre, dal fatto che $1!+5!+4!=145<150$ deduciamo che $y \leq 4$.

Quindi, se nessun altro puo` esserlo, deve essere ***z=5***.

Allora le condizioni diventano:

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ 0 \leq y &\leq 4 \\ z &= 5 \end{aligned} \qquad \textbf{[006.008]}$$

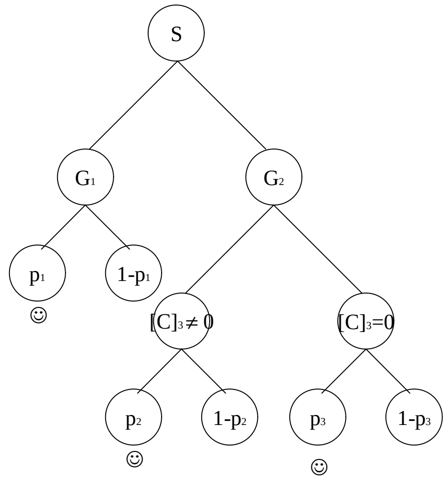
Essendo i casi possibili solo cinque, diventa conveniente procedere per tentativi ed ottenere ***N=145***.

7. Paraphernalia Mathematica

7.1 Il Paradosso di Parrondo

In vari giochini vi ho gia` raccontato della mia collezione di monete "matte"; proviamo a lavorarci un po` sopra?

Supponiamo di averne tre: io vinco se viene "testa", voi se viene "croce"; le probabilita` di ottenere "testa" sono, per le tre monete, $p_1$, $p_2$, $p_3$. Siccome pero` le cose in questo modo sarebbero troppo semplici, giochiamo in un modo un po` particolare:



1. Alterniamo due giochi: giochiamo due volte con il gioco G_A, che prevede l'utilizzo della moneta p_1, e due volte con il gioco G_B, che e` un po` piu` complicato.
2. Il gioco G_B richiede di contare quanti soldi ho in tasca:
    2.1. Se il capitale ***C*** e` divisibile per ***3***, tiro la moneta p_2.
    2.2. Altrimenti, tiro la moneta p_3.

Forse il disegnino di fianco[7] aiuta (tanto per cambiare, e` una schifezza. Cosa pretendete, da una domenica mattina alle sette?); gli smiley indicano quando vinco.

[7] Come sapete, non mi piace la notazione di Gauss per i moduli; mi sembra poco chiara. Per intenderci, nel seguito $[X]_a = b$ significa $X \equiv b \bmod a$. Liberi di modificarvela, se preferite.

Siccome le monete sono truccate, le varie "p" sono piuttosto diverse tra loro: ad esempio, supponiamo sia

p_1=0.50;

p_2=0.75;

p_3=0.10;

Per rendere il gioco piu` emozionante, diamo ancora una limatina alle monete[8] arrivando alle probabilita`:

p_1=0.50-e;

p_2=0.75-e;

p_3=0.10-e;

Voglio sperare vi accorgiate che la limatina favorisce ***voi***; giusto per non esagerare, facciamo una cosa leggera, supponendo ***e=0.005***.

Facciamo un po` di conti, OK?

Sia $X(t)$ il capitale al tempo (o giocata, come preferite) ***t***. Spero sarete d'accordo nel dire che un gioco e` vincente se la funzione $<X(t)>$ (lavoriamo con le medie) e` monotona crescente; per determinare il senso della funzione, calcoliamo la differenza tra due valori successivi. Per quanto riguarda il gioco $\boldsymbol{G_A}$, abbiamo:

$$<X(t+1)>-<X(t)>=<X(t+1)-X(t)>=(p_1-e)-(p_1-e)=-2e$$

Ossia, $\boldsymbol{G_A}$ e` ***perdente***.

$\boldsymbol{G_B}$ e` un po` piu` complesso.

In prima battuta, possiamo considerare che $\boldsymbol{p_3}$ e` utilizzata ***un terzo*** delle volte, ossia quando il mio capitale e` divisibile per tre; le altre volte, utilizzero` l'altra moneta. Quindi, per quanto riguarda $\boldsymbol{G_B}$, ho che la probabilita` di vincere risulta:

$$P_v=\frac{2}{3}*(p_2-e)+(p_3-e)=\frac{2}{3}*\left(\frac{3}{4}-e\right)+\left(\frac{1}{10}-e\right)=\frac{17}{30}-e$$

Ossia, il secondo gioco sembra vincente.

Sorry, vi dice il *gambler*, ma avete appena preso una bufala.

Infatti, la moneta $\boldsymbol{p_3}$ non e` usata solo un terzo del tempo, ma piu` sovente: supponiamo di essere nelle condizioni di usarla (ad esempio con il capitale al valore $X(t)=9$); il risultato piu` probabile in questo caso e` di perdere, quindi il risultato piu` probabile e` $X(t+1)=8$ e quindi al tiro dopo dovremo utilizzare $\boldsymbol{p_2}$ e allora e` molto piu` probabile vincere; quindi, le oscillazioni tra ***8*** e ***9*** o, piu` generalmente, tra ***3n*** e ***3n-1*** hanno una probabilita` molto piu` alta; quindi, la probabilita` di utilizzare $\boldsymbol{p_3}$ e` tra $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{2}$, quindi minore di ***0.5***. Quindi, il vostro conto e` sbagliato.

Mi rendo conto di non essere stato propriamente un esempio preclaro di chiarezza: in sostanza, se siete a ***9***, perdete quasi di sicuro e andate a ***8***. Siccome giochiamo solo con $\boldsymbol{G_2}$,

[8] Nota di vita: il modo piu` semplice per taroccare le monete e` proprio questo: trasformare la moneta da cilindro in una specie di tronco di cono, facilitando la caduta da una parte; l'aumento di probabilita` di una faccia e` minimo, ma sui "grandi numeri:" comincia ad essere interessante. La zigrinatura sul fianco, storicamente, serviva ad evitare che la gente gli desse una limata (quand'erano d'oro la zigrinatura serviva per evitare di fare cinquanta monete al prezzo di quarantanove... Ma questa e` un'altra storia).

a questo punto dovete giocare con $\boldsymbol{p_2}$ che vi fa vincere e tornate a ***9*** con cui perdete... Insomma, ve ne state per un po` li` a oscillare tra ***8*** e ***9***, prima di finire su un altro valore (***10*** o ***7***, dipende). In questo senso, i valori multipli di ***3*** e quelli che danno resto ***2*** se divisi per ***3*** sono piu` probabili degli altri.

Proviamo ad affrontarlo in un altro modo, un po` piu` tecnico.

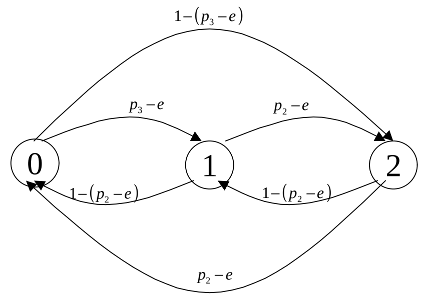
Consideriamo la funzione a tre valori (***0***, ***1***, ***2***) definita come:

$$Y(t) = \left[X(t)\right]_3$$

Ora, questo aggeggio e` una matrice markoviana a tre stati e la matrice di transazione risulta una cosa del tipo[9]:

$$\Pi = \begin{Vmatrix} 0 & p_3 - e & 1-(p_3-e) \\ 1-(p_2-e) & 0 & p_2-e \\ p_2-e & 1-(p_2-e) & 0 \end{Vmatrix}$$

Forse la cosa e` piu` chiara con il pallogramma a fianco: gli stati sono identificati dai valori della funzione (***0***, ***1***, ***2***) e sui cambiamenti di stato abbiamo le probabilita` di effettuare quella transazione. Notate che abbiamo "perso" l'informazione se una transazione sia vincente o perdente (non vi ho messo gli smiley), ma la cosa si puo` determinare facilmente dal senso della transazione.



A questo punto, possiamo scrivere l'***equazione di evoluzione*** del sistema e sostituire i valori dati (finalmente, si usano dei numeri!):

$$\begin{Vmatrix} P_0(t+1) \\ P_1(t+1) \\ P_2(t+1) \end{Vmatrix} = \Pi * \begin{Vmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 0 & \frac{1}{4}+e & \frac{3}{4}-e \\ \frac{9}{10}+e & 0 & \frac{1}{4}+e \\ \frac{1}{10}-e & \frac{3}{4}-e & 0 \end{Vmatrix} * \begin{Vmatrix} P_0(t) \\ P_1(t) \\ P_2(t) \end{Vmatrix}$$

Se vi ricordate, quando parlavamo di Marsupiali, Monopoli e Markov, eravamo arrivati alla conclusione (non dimostrata, OK) che l'autovettore associato all'autovalore maggiore in valore assoluto rappresenta la situazione stazionaria. Il calcolo degli autovalori e` lasciato a tutti quelli che si divertono con i determinanti. Vi do` solo i valori finali, come sapete per me questi conti sono di una noia galattica. Uno viene uguale a ***1***, mentre gli altri due hanno dei valori in modulo minori di ***1***. L'autovettore associato all'autovalore ***1*** e` la *distribuzione stazionaria di probabilita`*, ossia sono le nostre $Y(t) = \{0,1,2\}$ per $\boldsymbol{t}$ molto grande.

Se consideriamo le probabilita` per ***Y(t)=0***, abbiamo che e` (ignoriamo gli infinitesimi di ordine superiore):

$$P_0 = \frac{5}{13} - \left(\frac{440}{2197}\right)e = 0.3846 - 0,2003e$$

---

[9] Vi ricordo che nelle matrici di transizione la *riga* individua lo stato di ***partenza*** e la *colonna* lo stato di ***arrivo***. Inoltre, nel nostro caso, siccome o si vince o si perde, la diagonale ha valori pari a zero.

Allora, la probabilita` di vincere e`

$$P_v = (1 - P_0) * \left(\frac{3}{4} - e\right) + P_0 * \left(\frac{1}{10} - e\right) = \frac{1}{2} - \frac{147}{169} e = 0.5 - 0.87e \qquad [1]$$

Che, con il nostro ***e=0.005*** significa che vinco con una probabilita` pari a ***0.49565***, ossia il secondo gioco e` ***perdente***.

Insomma abbiamo verificato che ***il primo gioco e` perdente, il secondo gioco e` perdente.***

Quindi, avete buone speranze di vincere, anche contro quella vecchia lenza del sottoscritto.

Combiniamo i due giochi. Siete pronti a spennarmi?

No.

A questo punto, infatti

$$P'_0 = \frac{245}{709} - \frac{48880}{502681} e = 0.3456 - 0.9724e$$

e quindi si ha:

$$P'_v = (1 - P_0) * \left(\frac{5}{8} - e\right) + P_0 * \left(\frac{3}{10} - e\right) = \frac{727}{1418} - \frac{486795}{502681} * e = 0.5127 - 0.9684e \qquad [2]$$

Insomma, esiste un intervallo in cui ***la somma dei giochi e` vincente*** *anche se* ***ogni gioco e` separatamente perdente***: basta che sia $P_0<0.5$ e $P'_0>0.5$.

Come potete facilmente verificare, le nostre condizioni iniziali su ***e*** soddisfano questa condizione.

Quindi, vinco io[10].

Passate pure da Alice, per versare il dovuto. Prometto che lo berremo tutto alla prossima riunione del CdR.

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms

[10] E` riconosciuta una *cagnotte* del dieci per cento a *J. M. R. Parrondo - Departamento de Fisica Atomica, Nuclear y Molecular - Universidad Complutense de Madrid*, che ha inventato il giochetto...