Rudi Mathematicci

Rivista fondata nell altro millennio

Numero 035 - 2001-12

1. Editoriale

Quindici pagine, un nuovo solutore e un mucchio di soluzioni... Ragazzi, cominciate a viziarmi. Cos'e`, arriva Natale e tutti siamo piu` buoni a risolvere i problemi?

Adesso veniamo alle cattive notizie; stavolta, niente regalo, a parte il calendario. Mi si e` scassato il lettore MP3, quindi niente canzoncina; inoltre, non e` nata nessuna discussione valida sul Natale (lo sapete che oltre a divertire voi abbiamo anche un *l-a-v-o-r-o*, si?), e quindi niente. Pensando pero` alle vostre serate bloccati dalle neve, ho pensato di inserire un nuovo *Zugzwang!*, cosi` potrete almeno dire al fratellino piu` piccolo, mentre lui vi batte quindici a zero al nuovo gioco: "Mi ricordo, sotto Tebe..."

Rudy d'Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms

2. Problemi

2.1 Un altro problema logico

Beh, se quello era "Elementare, Watson", questo e un problema da tre pipe, come diceva Holmes...

Calcolate ***N*,** noto che:

1. Almeno una delle ultime due dichiarazioni e` vera
2. Questa e` o la prima vera o la prima falsa dichiarazione della lista.
3. Ci sono tre dichiarazioni false consecutive.
4. La differenza tra il numero dell'ultima dichiarazione vera e il numero della prima dichiarazione vera e` un fattore di ***N***.
5. La somma dei numeri delle dichiarazioni vere e` ***N***.
6. Questa non e` l'ultima dichiarazione vera.
7. Il numero d'ordine di ogni dichiarazione vera e` un fattore di ***N***.
8. ***N*** e` uguale alla percentuale delle dichiarazioni vere
9. Il numero dei diversi fattori di ***N*** (non necessariamente primi, ma diversi da ***1*** e ***N***) e` maggiore della somma dei numeri delle dichiarazioni vere.
10. Non ci sono tre dichiarazioni consecutive vere.

Duretto, eh?

2.2 Ricordi di naja

Tranquilli, non vi racconto di quella volta che... Appena due righe, facilifacili.

La compagnia e` schierata in rettangolo. Chi e` piu` alto, il piu` alto tra i piu` bassi di ogni colonna o il piu` basso tra i piu` alti di ogni riga?

Io? SMAlp, imboscato in un ufficio (con un computer). L'unico ricordo che ho e` una scritta sul muro.

3. Soluzioni e Note

Questa volta abbiamo rischiato grosso... Secondo la schedulazione, non avrebbero dovuto esserci soluzioni, in questo numero.

Fortunatamente, Abbiamo un nuovo lettore, Roberto, che provvede alla risoluzione di un problema "tosto" (ne parliamo dopo, OK?) e Alice che ha deciso di tornare a solutare i problemi. Piu` che risolvere due problemi, pero`, ha preferito risolvere due volte lo stesso... Dunque:

3.1 [034]

3.1.1 Lavori in Corso

Giusto per rendere leggibile il tutto (e lavorare meno), non metto in corsivo la soluzione.

Beh, la figura non e` meglio di quelle di Rudi, ma si capisce lo stesso.

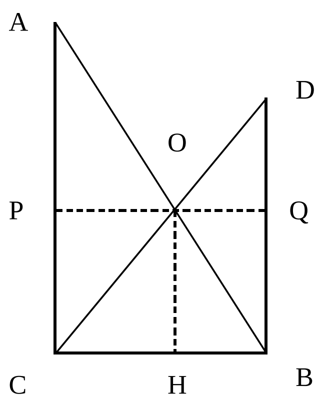
Le scale sono AB e CD, e i dati:

AB = a = 13 m

CD = b = 11 m

OH = h = 4 m

L incognita: CB = x.



Come vedete mi sono permessa di abbreviare un po` la notazione.

Per prima cosa, occorre assumere che i muri verticali siano perfettamente perpendicolari al terreno. Dato che Rudi faceva riferimento ad un quartiere modello questo dettaglio non può essere considerato irrilevante

Questo problema e` una schifezza, visto che i numeri sono brutti e la soluzione non è elegante, così ho pensato di proporne due diverse soluzioni.

[direi un eccesso di masochismo... Non le piace il problema e quindi lo risolve ***due volte****. A me, comunque, la soluzione e` piaciuta. Soprattutto la seconda. E aspettate a vedere, a problemi schifosi...].*

Prima versione: similitudini e Pitagora.

Ora si possono considerare i triangoli ABC e OBH, che sono abbastanza evidentemente simili (se non ci credete, vi cito il teorema di Talete con le due parallele AC e OH tagliate dalla trasversale CB, o piu` semplicemente sono due triangoli con un angolo retto e un altro in comune...).

Quindi vale:

1) BC : CH = CD : CO = BD : OH

Analogamente, per i triangoli BCD e BHO:

2) BC : HB = AB : OB = AC : OH

Inoltre vale il teorema di Pitagora per i triangoli ABC e BCD, da cui:

3) $BD^2 = b^2 \quad x^2$

4) $AC^2 = a^2 \quad x^2$

5) $BH = x \quad CH$

Dalla 1) si può scrivere:

$$\frac{h}{DB} = \frac{CH}{x}$$

Dalla 2), e usando la 5) invece:

$$\frac{h}{AC} = \frac{x - CH}{x}$$

Sommando le equazioni si ottiene:

$$\frac{h}{DB} + \frac{h}{AC} = 1$$

Da cui, infine:

$$\frac{1}{\sqrt{b^2-x^2}}+\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}=\frac{1}{h}$$

Bruttissima.

Usiamo un vecchio trucco per aggiustarla un po`, ma non vi illudete Poniamo:

$$y=\sqrt{b^2-x^2}$$

(per la cronaca si tratta di BD)

Si ottiene:

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{\sqrt{b^2-a^2+y^2}}=\frac{1}{h}$$

Qui il gioco pare piu` facile: si mette la radice da sola da una parte e si eleva al quadrato. Non ho posto condizioni, all'inizio, come in realta` si dovrebbe sempre fare quando si impongono altre variabili, ma useremo un po` di buon senso. La nostra y deve essere piu` piccola di b (che e` l'ipotenusa nel triangolo in cui y e` il cateto), e ovviamente positiva.

Vi risparmio un paio di passaggi, l'equazione mi viene cosi`:

$$y^4-2hy^3-\left(a^2-b^2\right)y^2+2\left(a^2-b^2\right)hy-h^2\left(a^2-b^2\right)=0$$

E` brutta uguale se si sostituiscono i valori:

$$y^4-8y^3-48y^2+384y-768=0$$

Con un po` di excel e metodi empirici, la y viene y=9.7094.

Trattandosi delle strade malfamate di cui sopra, non mi sembra sia il caso di discutere piu` cifre decimali.

La nostra strada sara` dunque larga 8.64 metri.

[Beh, il risultato non sara` la Megan Gale della matematica, ma a me come problema piace. Vediamo l'altro metodo, si?].

Seconda versione: più similitudini.

Questa versione mi piace un po` di piu`, perche` ci sono meno radici.

Consideriamo i triangoli ABC e OBH. Si e` gia` detto che sono simili, per cui tra tutte le dimensioni corrispondenti dei due triangoli, ci sara` un rapporto di similitudine ***m***. Per esemplificare:

AB = m OB ; AC = m OH ; CB = x = m HB

Inoltre, anche i triangoli ACO e BDO sono simili (ci credete, no? Le due parallele AC e BD tagliate da trasversali AB e CD). Il rapporto di similitudine, in questo caso è (1-m), dato che

AO = (1-m) OB (da quanto visto prima).

Cio` significa che anche le altezze OP e OQ stanno nello stesso rapporto, che e` poi lo stesso tra CH e HB.

Infine prendiamo i triangoli CBD e CHO, simili pure loro, con rapporto di similitudine:

$$\frac{BC}{CH}=\frac{mHB}{(1-m)HB}=\frac{m}{(1-m)}=k$$

Applicando il teorema di Pitagora:

$BC^2 = AB^2 \quad AC^2 = a^2 \quad m^2\ h^2$

$= CD^2 \quad BD^2 = b^2 \quad k^2h^2$

Anche qui vi risparmio i passaggi e vi regalo l equazione ottenuta:

$$h^2m^4-2h^2m^3-\left(a^2-b^2\right)m^2+2\left(a^2-b^2\right)m-\left(a^2-b^2\right)=0$$

Nessuna sorpresa eccezionale sostituendo i valori:

$$16m^4-32m^3-48m^2+96m-48=0$$

$$m^4-2m^3-3m^2+6m-3=0$$

Con soluzione m=2.4273

In questo caso la strada viene larga 8.64 m

(Sono decisamente sorpresa che il valore venga lo stesso alla seconda cifra decimale)

[Beh, nella matematica **seria** *dovrebbe succedere piuttosto spesso...]*

3.1.2 Sempre dalle stesse parti

Una piccola premessa: il Direttore (ir)Responsabile del sito e` Doc (sarebbe Piotr). Adesso non possiamo piu` dirgli che non fa niente, in quanto questa rappresenta la ***prima soluzione ricevuta attraverso il sito.*** Ciao Roberto! Benvenuto!

Allora, la mail comincia con alcune considerazioni sulla rivista (non tutte lusinghiere nei miei confronti: lo ammetto, quella di TizioCaioSempronio e` stata una bufala di congrue dimensioni[1]). Indi, prima di sconvolgere il piano editoriale delle soluzioni risolvendo il problema in oggetto, svolge alcuni interessanti considerazioni sulla difficolta` dei problemi (resti tra noi: sconvolgendo il piano degli editoriali... Il prossimo e` dedicato a questo argomento, e la cosa non e` semplice: ne parliamo il mese prossimo, d'accordo?).

Veniamo al problema: trovo molto interessante il metodo.

[Roberto inizia la mail spiegando come, causa l'omissione del Ghersi, abbia passato un periodo in felice compagnia di un mal di testa...]

Come si e` visto dalla soluzione precedente (si rifa` per dire), sono maestro nel farmi dei problemi. E in "Sempre dalle stesse parti" ho trovato una miniera. Il quesito mi affascinava perche' si presentava del tipo che a me piacciono, quelli dove se ne viene a capo con una dimostrazione a passi. Qui lo schema mi sembrava chiaro. L'incontro Anna-Andrea generava quattro possibilita`, magari non tutte ammissibili. Quanto rimaneva si incrociava con le risultanze dell'incontro Alessia-Andrea. Si creavano altre possibilita`, ognuna da valutare con le mie conoscenze acquisite aumma-aumma.

Perfetto? Not so fast...

[1] Voglio sperare questo intenso periodo di stupidaggini sia finito... Avete presente l'altro, il riciclo dei rotoli? Beh, li' si e` perso un "che, moltiplicato per dieci, da` il risultato". Non parliamone piu`, va bene? Abbiate pieta`.

Arrivavo in maniera moderatamente rapida (lasciamo perdere come) alla soluzione 52-68-80, scelta per altro da un mazzo di 10, solo perche' l'unica formata da tutti numeri pari. Ora mi rimaneva da giustificarla e sono andato a rileggermi il dettato. E li` sono cominciati i problemi...

Si comincia da "non arriva neanche a cento numeri civici". Una persona normale non si chiederebbe perche' non c'e` scritto "non arriva neanche al cento come numero civico". Direbbe "oh, well" e andrebbe avanti. Oh, no! Io devo pensare che, anche in MathLand, le vie hanno un lato pari e uno dispari, e che la numerazione sui due lati non ha necessariamente la stessa velocita`. Peggio! Qualche numero potrebbe mancare... No, questo non e` possibile in MathLand, mi sono detto e ho provato ad assumere il contrario. Pero` che un lato mancasse o che i numeri pari finissero ben prima o ben dopo quelli dispari, quello era assolutamente possibile. Per un po' ho anche pensato a Corso Unione Sovietica che inizia dal 100 o giu` di li` perche' prosegue la numerazione di Corso Turati *[Roberto abita a Torino, anche se dopo non sembra. Questa, comunque, e` cultura generale...]* . Hmm... Dovevo prevedere un inizio al di la` dell'1? Per un po' l'ho fatto, poi dopo aver trovato alcune tonnellate di soluzioni, ho deciso di rinunciare a detta possibilita` (per capirne l'efficacia -e la pericolosita` connessa-: era ammissibile che Anna avesse ridotto a una le scelte anche dopo che Andrea le aveva detto che abitava a un quadrato perfetto minore di 50; bastava che la via cominciasse dal 18 e contenesse solo i numeri pari!!) *[Questo si chiama proprio andarsele a cercare... Vorrei chiarire che quando scrivo i problemi non mi curo di andare a cercare finezze sorbonicole. Mi sembrava gia` "cattivo" mettere il dato importante nel proemio...]* .

Oh, ritornando ai cento numeri civici... Se manca un lato *[Propongo di chiamarla MoebiusStrasse]* (o se comunque finisce molto prima dell'altro) e` possibile avere numeri fino al 199/200. 199 poi l'ho escluso perche' almeno un numero pari doveva esistere (se la somma dei tre numeri doveva dare il doppio di un quadrato perfetto, cioe un numero pari). Per cui entravano in gioco anche i numeri 100, 121, 125, 144, 169 e 196. Carino vero? Una soluzione -tra le migliaia- veniva appunto 62-111-115.

Per evitare che 2-3-3 fosse una soluzione (provare per credere: puo` succedere se si suppone che -per pescare nel torbido- le signore possano fare domande senza senso, cioe` chiedere se il numero e` maggiore di 50, quando gia` la prima domanda ha identificato univocamente il numero 1), ho chiaramente supposto che la via dovesse avere numeri maggiori di 50 e minori di 25 (ma no!).

Alla fine (in realta` gia` da tempo) sono partito.

Con le sue risposte booleane alle domande di Anna, si identificano quattro possibilita`. Se Andrea ha risposto "si" e "si", ci sono due quadrati possibili. Come si discrimina tra 64, 81, 100 o 121)? Banale (thump!): i numeri pari arrivano al piu` al 62 (e i dispari al piu` al 119); oppure i numeri dispari al piu` al 79 e in questo caso i pari possono arrivare sino al 98.

Ti risparmio il resto dei ragionamenti (tranne notare che, fortunatamente, si potevano eliminare tutte le altre possibili coppie di risposte di Andrea perche' creavano assurdita`: non era possibile discriminare, perche' troppi, i quadrati perfetti minori di 50 -tranne le varianti allucinanti gia` presentate, che favorivano l'1 in un caso o il 36 nell'altro-; non era nemmeno possibile discriminare se il numero non era un quadrato perfetto, nemmeno ipotizzando che l'ultimo pari -o dispari- della via fosse il numero 52 -o 51-).

Per quanto riguarda l'incontro con Alessia, il "ragionamento" era simile. Nell'unico caso realmente possibile (risposte "si`" e "si`"), si doveva discriminare tra 27 e 64 (o 125!). Per cui (ahem) o i pari terminavano al 62 (e i dispari al 123!) o i dispari terminavano al 25.

Mettendo insieme tutte le considerazioni si avevano due possibilita` distinte:

(a) il massimo numero pari della via e` 62 (i dispari possono arrivare fino a 119)

(b) il massimo numero dispari della via e` 25 (i pari possono arrivare al 98)

Nel primo caso le soluzioni possibili erano:

51-52-59; 51-53-58; 51-54-57; 51-55-56; ...; 62-111-115; 62-113-113 (le mancanti me le sono risparmiate anch'io!).

Nel secondo: 52-54-56; 52-54-94; 52-56-92; 52-58-90; ...; 92-98-98; 94-96-98 (vedi sopra!).

In sintesi, una marea (e tra l'altro tutte corrette se non si chiarisce il dettato!).

Mi son detto che qualcosa non quadrava. Colpo di genio: il fatto che Anna e Alessia abitassero dopo Andrea non era conosciuto solo a me, ma a tutti, compresa Anna e Alessia stessa. Ti riassumo le conclusioni (giusto perche' devo solo fare 'cut&paste' - comunque accetto che queste siano considerate scorrette :-):

(1) Anna si e` convinta del 64 perche' abita tra il 65 e l'81 (se ci sono i dispari) o tra il 65 e il 100 (se ci sono i pari; dispari max 79)

(2a) Alessia si e` convinta del 27 perche' abita tra il 28 e il 64

(2b) Alessia si e` convinta del 64 perche' i dispari si fermano al 25 e lei abita dal 66 in avanti

[A] Combinando (1) e (2a) si ha che Anna e Alessia non sanno dove abiti l'altra (il che e` strano). Ammesso cio`, si ha che Andrea puo` abitare dal 51 al 63 (prima del massimo di Alessia), Alessia dal 52 (minimo di Andrea) al 64, Anna dal 65 all'81 o al 100. Il minimo D+G+F e` 168, il massimo 227. Quindi D+G+F fa 200, ma le possibilita` sono comunque ancora troppe (queste son tutte, pero`!):

51-53-96; 51-55-94; 51-57-92; 51-59-90; 51-61-88; 51-63-86; 52-54-94; 52-56-92;

52-58-90; 52-60-88; 52-62-86; 52-64-84; 53-55-92; 53-57-90; 53-59-88; 53-61-86;

53-63-84; 54-56-90; 54-58-88; 54-60-86; 54-62-84; 54-64-82; 55-57-88; 55-59-86;

55-61-84; 55-63-82; 55-64-81; 56-58-86; 56-60-84; 56-62-82; 56-63-81; 56-64-80;

57-59-84; 57-61-82; 57-62-81; 57-63-80; 57-64-89; 58-60-82; 58-61-81; 58-62-80;

58-63-79; 58-64-78; 59-60-81; 59-61-80; 59-62-79; 59-63-78; 59-64-77; 60-61-79;

60-62-78; 60-63-77; 60-64-76; 61-62-77; 61-63-76; 61-64-75; 62-63-75; 62-64-74;

63-64-73.

[B] Combinando (1) e (2b) non e` che la cosa migliori. Anna e Alessia possono abitare ad un qualunque numero pari tra 66 e 98 inclusi, e Andrea a un qualunque numero pari da 52 fino a 96. Il minimo di D+G+F fa 184, il massimo 292, le terne possibili troppe:

52-66-82; 52-68-80; 52-70-78; 52-72-76; 52-74-74; 52-92-98; 52-94-96; 54-66-80;

54-68-78; 54-70-76; 54-72-74; 54-90-98; 54-92-96; 54-94-94; ecc.

Ero ormai alla disperazione piu` nera *[E noi a questo punto non siamo da meno... Roberto, probabilmente Doc (che ci fa da ufficio postale) ha letto la tua mail solo fin qua, e sadicamente mi ha passato il tutto con il gentile commento "sono contento abbia scritto a te"...]* . Il dettato l'avevo praticamente imparato a memoria alla ricerca di dettagli magari sfuggiti ad un primo esame superficiale.

Finche' l'illuminazione: ma se provassimo a pensar semplice, mi son detto? E se il dettato non avesse alcun trucco nascosto, se la via avesse i numeri civici completi sino al 99, se le donne facessero domande significative e se le conoscenze extra fossero solo mie?

"Va a *[censura. Certi termini non li lasciamo utilizzare neanche a Doc.]*", mi sono mandato non piu` di cinque minuti dopo. E se dovendo discriminare tra 64 e 81, Anna l'avesse fatto perche' sapeva con certezza che uno dei due numeri era impossibile, ***visto che a quel numero abitava lei"**? *[Il signore vince una bambolina!]* E se Alessia avesse risolto l'incertezza tra 27 e 64 nello stesso modo? La soluzione e` ora ovvia: ci sono tre possibilita` per Anna e Alessia: 64-27; 81-27, 81-64. Poiche' Andrea abita prima delle due donne e sta dopo il 50, l'unica possibilita` e` Anna 81 e Alessia (che si e` vista piombare Anna in casa) 64. Di conseguenza Andrea sta al 55 (200 e` l'unico doppio di quadrato perfetto che soddisfi per Andrea tra il 51 e il 63).

Ribadisco: mi sono divertito e spero di aver divertito anche te con la mia genesi. Pero` i dettati si dovrebbero fare anche "a prova di overthinker" :-)

[Questo significherebbe che oltre a thinkare ai problemi dovremmo anche overthinkare per rendere i problemi piu` facili? Mi rifiuto; inoltre, come ampiamente mostrato con problemi precedenti, il mio giudizio sulla difficolta` dei problemi e` altamente opinabile. Lavorare, figlioli, lavorare... Ancora complimenti per la soluzione.]

4. Bungee Jumpers

4.1 Il salto

Provare che:

Se $a = 0.\underbrace{9\ldots9}_{100}\ldots$, allora $\sqrt{a} = 0.\underbrace{9\ldots9}_{100}\ldots$

4.2 Pagina 46

*Quei due numeri devono essere **molto** vicini a **1**...*

Se $a < 1$, allora $\sqrt{a} < 1$. Supponiamo per assurdo che sia $\sqrt{a} = 0.\underbrace{9\ldots9}_{<100}\ldots$; questo implica che:

$$\sqrt{a} < 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{100}$$

Elevando a quadrato entrambi i membri della diseguaglianza,

$$a < 1 - 2 * \left(\frac{1}{10}\right)^{100} + \left(\frac{1}{10}\right)^{200}$$

Ma e` anche

$$1 - 2 * \left(\frac{1}{10}\right)^{100} + \left(\frac{1}{10}\right)^{200} < 1 - \left(\frac{1}{10}\right)^{100}$$

da cui

$$a < 1-\left(\frac{1}{10}\right)^{100}$$

che e` in contraddizione con il valore di a fornito dal problema.

Quindi l'ipotesi $\sqrt{a} = 0.\underbrace{9\ldots9}_{<100}\ldots$ e` assurda e il teorema dimostrato.

5. Zugzwang!

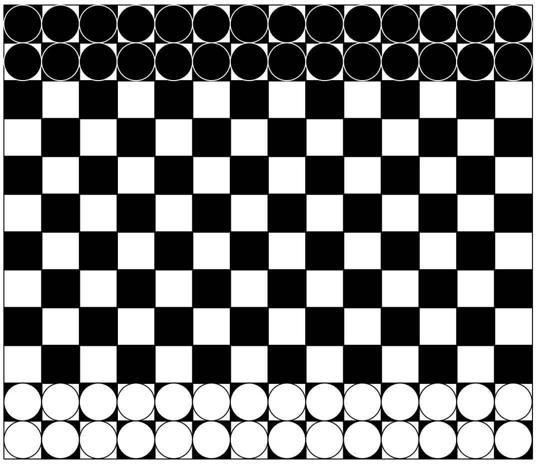
5.1 Epaminonda

5.1.1 Introduzione

Allora, vediamo un altro modo per far passare il tempo aspettando Babbo Natale.

"Scusa, ma non potremmo fare una partita a scacchi?". Beh, preferirei di no. Sapete che sono un inetto, nel ramo; principalmente perche` gli scacchi mi sembrano troppo strategici, e la dama troppo tattica. Non c'e` niente in mezzo?

Tempo fa era uscito un gioco che, si dice, riusciva a coniugare una certa qual strategia con una tattica "mordi e fuggi" piuttosto interessante; si basa sul movimento non di singoli pezzi, ma di "*falangi*" di pezzi.



Logicamente, gli e` stato dato il nome dell'inventore di questo metodo di battaglia, ***Epaminonda***.

Il gioco e`, come regole, piuttosto semplice (posso dire "di una bellezza classica"?); se riuscite a procurarvi un po` di pezzi da dama e una tovaglia a scacchi, siete pronti.

La ***scacchiera*** in realta` non ha dimensioni fisse, basta accordarsi all'inizio del gioco. Una versione molto semplice ("tattica"), e` rappresentata dalla normale scacchiera 8x8; le cose cominciano a complicarsi quando si utilizza una scacchiera (oibo`!) *rettangolare*, 14x12 (i lati lunghi sono di fronte ai giocatori).

Quindi, 28 pezzi bianchi e 28 pezzi neri.

Su questa scacchiera ogni giocatore ha, di fronte a se, ***due righe*** di pedine; un giocatore ha il bianco, l'altro il nero. La disposizione e`, per capirsi, quella del disegno. Spero si capisca qualcosa, il farli bianchi e neri non e` molto semplice.

Notate che la scacchiera potete metterla come vi pare: i colori servono solo, come vedremo, per facilitare alcuni movimenti diagonali; non ha nessuna influenza il fatto che un pezzo si trovi su una casella bianca o una casella nera.

5.1.2 Scopo del gioco

Definiamo formalmente lo scopo del gioco: vostro compito e` fare in modo che, *all'inizio della vostra mossa, ci siano nella riga di fondo del vostro avversario piu` vostri pezzi di quanto lui ne abbia nella vostra riga di fondo*. Cioe`, dovete occupare militarmente la riga iniziale del vostro avversario: andare a regina con piu` pezzi del vostro avversario, se preferite.

5.1.3 Movimento

Una ***singola pedina*** si muove di una casella nella direzione che preferisce (anche diagonale: come il re degli scacchi, per intenderci). La pedina pero` puo` entrare a far parte di una ***falange***, ossia di un insieme di pedine allineate secondo una linea (orizzontale, verticale o diagonale; *non* puo` essere una spezzata). Una falange si puo` muovere ***di tante caselle quante sono le pedine che la compongono*** nella direzione della falange, o meno; e` implicito che, se lo ritengo necessario, posso spezzare una falange ottenendone due di minore mobilita`.

5.1.4 Cattura

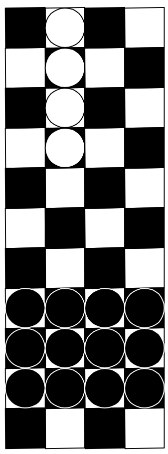
Non solo di minore mobilita`, ma anche di minor potenza; infatti, ***una falange puo` catturare un'altra falange di forza*** **strettamente** ***minore*** andando contro alla sua prima pedina; la forza si misura nella direzione dell'attacco.

Complicato? Beh, vediamo qualche esempio.

Nel primo disegno qui di fianco abbiamo una posizione in cui la falange bianca (di quattro pezzi) puo` attaccare il pezzo singolo nero; potendosi muovere di quattro posizioni, arriva "sul pezzo" nero e, essendo di potenza maggiore, lo puo` catturare. La situazione e` quella indicata nel secondo disegno. La falange di quattro ha preso il pezzo. Si noti che la falange nera (di tre) non puo` attaccare la falange di quattro.

La posizione successiva mostra la possibilita` di attacco da parte del bianco verso un'altra falange; essendo il primo pezzo della falange a quattro case di distanza dall'obiettivo (contata la casa occupata dal primo pezzo dell'obiettivo) ed essendo l'obiettivo di forza minore rispetto all'attaccante, se la mossa tocca al bianco la situazione finale viene ad essere quella indicata qui di fianco, con il nero che perde tutta la sua falange e il bianco che si arresta al primo pezzo catturato.

Le cose si complicano (no, non vi faccio il disegno) quando avete dei pezzi messi a croce o in diagonale; potete considerare come falange nella direzione opportuna qualsiasi insieme di pezzi in linea. Con un attacco al fianco, quindi, bastano due pezzi per spezzare una falange di qualsiasi lunghezza (nella direzione di attacco la falange e` da un pezzo), anche se guadagnate un pezzo solo e la falange potra`, alla mossa successiva, richiudersiprendendo il vostro pezzo iniziale e avanti cosi`.



Per quanto riguarda le falangi multiple, non so... Ho l'impressione che una disposizione come quella in figura non sia particolarmente favorevole ad un veloce movimento del nero...

Dunque, il bianco muove e cattura le tre in seconda colonna, fermando la falange alla prima. La risposta del nero sono le due in alto a destra che catturano il primo della falange bianca e costruiscono una falange da tre. Provate ad andare avanti voi, si? Vi ricordo che esistono anche le falangi *diagonali*.

Un'ultima nota: come sapete, a me piace guardar giocare, non giocare. Se volete mandarci delle partite, per evitare di mandare tremila disegni di scacchiera, usate una notazione di tipo scacchistico; nel caso di movimento di falange, indicate anche quanti pezzi ha la falange che si muove, se decidete di lasciarne indietro un pezzo.

6. Paraphernalia Mathematica

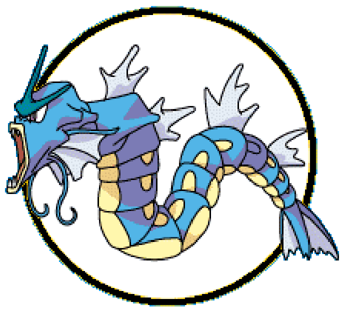
6.1 I Sistemi Elettorali

6.1.1 La rappresentanza per collegi

Non crediate sia tutto finito qui... una volta deciso chi vince, bisogna definire una rappresentanza, cercando di avere una suddivisione piu` "onesta" possibile tra le varie componenti. Nel momento stesso in cui contate le sedie a disposizione e dovete stabilire una rappresentanza del voto espresso su quelle sedie, e` estremamente probabile che dobbiate gestire dei "mezzi senatori" o dei "quarti di deputati". La matematica puo` dare una mano, ma se la rappresentanza di un gruppo risulta ad esempio ***6,4*** e di un altro gruppo ***5,6*** puo` essere problematico mettersi d`accordo per l`allocazione del "posto" che avanza.

Guelmim
Ghouls

•Cioccolata
•Biscotti
•Budino
•Torta alla frutta
Tutti fuori a giocare!



Dalian
Dragons

•Portiere nella pallavolo
•Piu` piscine dove si tocca
•Dieci palloni nel basket
•OGM: Patate autosbuccianti!
Pizze al gelato e meringa!

Il problema diventa piuttosto grave se considerate i voti per regione (o per stato, come ad esempio negli Stati Uniti): *dovete* dare una rappresentanza ad ogni stato, la piu` onesta possibile, ammettendo almeno un rappresentante per ognuno.

In effetti, sono stati inventati una serie di metodi per riuscire a gestire questa faccenda. Qui Excel regna sovrano, quindi dovreste ritrovarvi nel vostro ambiente.

Per rendere la cosa sensata, ci servono un po` piu` di partiti. Volendo seguire sempre la stessa procedura per quanto riguarda la presentazione delle liste, vi propino i manifesti con il simbolo e il programma[2] (in un`ottica di *par condicio*, li ho fatti tutti uguali: sono stato bravo?).

Allora, per lavorare con numeri di taglia decente, supponiamo un corpo elettorale di ***1,166,000*** elettori, e una camera dei rappresentanti formata da ***125*** membri. Inoltre, potermmo considerare questa banda di matti, piu` che dei partiti, delle *rappresentanze locali*, in modo tale da dover assegnare un minimo di rappresentanza a tutti. A seguito di una (non molto) combattuta tornata elettorale, si sono avuti i risultati indicati nella tabella di seguito: in prima colonna avete il partito, nella

[2] Come potete intuire, le liste sono presentate da Minh e Hynem; non avendo ancora raggiunto l`eta` per l`elettorato attivo o passivo, sono temporaneamente rappresentate dai genitori (che **non** approveranno il programma, voglio sperare...). Posto che le vostre cartine o i vostri dizionari con ci arrivino, *Guelmin* e` in Marocco, *Dalian* in Cina. "*Al-Ghoul*" in arabo vuol dire "Il Diavolo", e da questo termine derivano "alcool" e "Algol".

seconda i voti raggiunti e nella terza la rappresentanza teorica da assegnare a ciascuno di loro nella camera dei rappresentanti.

...Voglio sperare sarete d`accordo con me nel ***non*** essere d`accordo... In prima istanza, i ***TT*** non hanno neanche un rappresentante (il che potrebbe essere considerato un grosso vantaggio da molti), ma soprattutto bisogna affettare sino al richiesto numero di decimali alcuni rappresentanti per raggiungere il valore esatto di 125.

Partito	Voti	Seggi
WW	950,000	101.8439
MM	100,000	10.72041
GG	60,000	6.432247
DD	50,000	5.360206
TT	6,000	0.643225
Totale	**1,166,000**	**125**

In pratica, *bisogna trovare un metodo che permetta una rappresentanza sensata, tenendo conto dei resti della divisione.*

In effetti, ci sono alcuni metodi... Il fatto che ce ne siano *alcuni* dovrebbe gia` subito farvi sospettare che la cosa non e` cosi` immediata.

Prima pero` ci servono alcuni termini tecnici.

DStd = Divisore Standard: il numero dei votanti diviso il numero dei seggi.

QStd = Quota Standard: i votanti per un partito diviso il divisore standard

QInf = ***Quota Inferiore***: la Quota Standard arrotondata per difetto

QSup = Quota Superiore: la Quota Standard arrotondata per eccesso.

Il metodo piu` semplice e` probabilmente il ***Metodo di Hamilton***, noto anche come *Metodo di Vinton*:

1. Calcoliamo il ***Divisore Standard*** (nel nostro caso, 1166000/125=***9328***)
2. Calcoliamo per ogni Stato/Partito la ***Quota Standard*** (lo abbiamo fatto nella tabella precedente)
3. Inizialmente assegnamo ad ogni Stato/Partito la ***Quota Inferiore***.
4. Se ci sono dei seggi residui, assegnamoli (uno per volta) agli Stati/Partiti che hanno la ***massima parte frazionaria*** nella ***Quota Standard*** sino ad esaurimento dei posti disponibili.

Direi che e` abbastanza chiaro, no? di seguito, il calcolo.

DStd	9328				
Partito	**Voti**	**QStd**	**QInf**	**Resti**	**Seggi**
WW	950,000	101.8439108	101	0.843910806	**102**
MM	100,000	10.72041166	10	0.720411664	**11**
GG	60,000	6.432246998	6	0.432246998	**6**
DD	50,000	5.360205832	5	0.360205832	**5**
TT	6,000	0.6432247	0	0.6432247	**1**
Totale	**1,166,000**	**125**	**122**		**125**

In sostanza, nella colonna ***QInf*** abbiamo calcolato la ***Quota Inferiore***, pari alla parte intera della ***QStd*** (Quota Standard). In questo modo, abbiamo assegnato ***122*** seggi e quindi ne avanzano ***3***. In base ai resti, abbiamo poi aggiunto, nell`ordine: ***1*** seggio a ***WW*** (resto maggiore), ***1*** seggio a ***MM*** (resto maggiore tra i restanti) e ***1*** seggio a ***TT*** (resto maggiore tra i restanti). Siccome in questo modo abbiamo attribuito i ***3*** seggi restanti, fermiamo qui la procedura e ***GG*** e ***DD*** restano con la loro Quota Inferiore.

Carino, vero? Peccato faccia acqua da tutte le parti.

Il primo paradosso e` noto come il ***paradosso dell`Alabama***. Prima di enunciarvelo, siccome non ci volevo credere, ve lo presento sotto forma di grazioso problemino. Lasciamo da parte un attimo le elezioni, OK?

> *In previsione della riunione del CdR abbiamo comprato 10 birre, da dividere tra noi tre. Per evitare litigi, la decisione e` stata di dividere (con il metodo di Hamilton) le birre in funzione del tempo dedicato ultimamente alla stesura della rivista (calcolato in minuti). Da un rapido calcolo, risulta che Rudy ha lavorato per 11 ore e 43 minuti (pari a **703** minuti), Piotr per 4 ore e 3 minuti (pari a **243** minuti) e Alice per 54 minuti (pari a **54** minuti). Dopo la divisione, risultano quindi (*fate i calcoli...*) **7** birre per Rudy, **2** lattine per Piotr e **1** lattina per Alice (assegnata attraverso i resti).*
>
> *Ma un attimo! in frogorifero c`e`* un`altra lattina! *Bisogna rifare i conti dividendo **11** lattine!*

Avete provato a fare il conto? Se non avete fatto errori, dovrebbe saltarvi fuori una graziosa cosa del tipo che il sottoscritto si scola ***8*** lattine, Piotr ha diritto ***3*** lattine e Alice resta a becco asciutto! Infatti, un ***aumento*** dei seggi disponibili puo` portare alla ***diminuzione*** del numero di seggi di una rappresentanza, anche se non variano i voti.

La cosa e` saltata fuori tempo fa quando, aumentando il numero di seggi al Congresso degli Stati Uniti, l`Alabama si e` trovato con meno seggi di quanti ne avesse prima, appunto per il gioco dei resti.

In realta`, il metodo di Hamilton presenta anche altre pecche... Ad esempio, un aumento nella popolazione di uno stato puo` far si` che perda un seggio, o che (come stava per capitare ai ***TT***) un collegio non abbia rappresentanti. Si cerca di mettere una toppa al sistema imponendo che tutti abbiano almeno un seggio, ma la cosa e` tutt`altro che semplice.

Un metodo alternativo e` il ***Metodo di Jefferson*** o *Metodo di d`Hondt*[3]:

1. Calcolare il ***Divisore Standard*** (viene lo stesso di prima).
2. Calcoliamo per ogni Stato/Partito la ***Quota Standard*** (lo abbiamo fatto nella tabella precedente)
3. Inizialmente assegnamo ad ogni Stato/Partito la ***Quota Inferiore***.
4. Se la somma delle *Quote Inferiori* non corrisponde al numero dei seggi disponibili, trovare per tentativi il ***Divisore Modificato*** (***DM***) da utilizzare la posto del *Divisore Standard* in modo tale che, quando si calcola la ***Quota Modificata Inferiore*** la somma di tutte le ***QMI*** sia pari al numero di seggi.

Si noti che ***DM*** e` sempre minore del ***DS***.

[3] Tra le altre cose, e` il metodo utilizzato in Italia. Giusto per sfoggiare la mia incredibile cultura, ve ne racconto una.

Il Metodo Jefferson e` stato proposto da Thomas Jefferson, quando il Presidente degli Stati Uniti era George Washington e si usava il Metodo di Hamilton. Washington ha posto il veto presidenziale (e` il primo caso nella storia degli Stati Uniti) perche` si e` accorto che il suo Stato (la Virginia) con il nuovo metodo a parita` di voti avrebbe perso un seggio.

In questo modo, con i voti indicati precedentemente, si avrebbe un parlamento composto come nella tabella a fianco. Devo farvelo notare io o ve ne accorgete da soli, che c`e` stata una variazione nella distribuzione?

In effetti, rispetto ai calcoli approssimati, con questo metodo rischiate di violare la *Regola della Quota (Superiore)*, in base alla quale non dovreste mai avere piu` della vostra quota superiore.

DStd	9328		DM	9208
Partito	**Voti**	**QStd**	**QInf**	**Seggi**
WW	950,000	101.8439108	101	**103**
MM	100,000	10.72041166	10	**10**
GG	60,000	6.432246998	6	**6**
DD	50,000	5.360205832	5	**5**
TT	6,000	0.6432247	0	**1**
Totale	**1,166,000**	**125**	**122**	**125**

A partire da questi, si possono inventare un paio di altri metodi: ad esempio il ***Metodo di Adams***, in cui procedete come per il Metodo di Jefferson ma lavorate con la ***Quota Superiore***. Il *DM* in questo caso e` sempre maggiore del *DS*. Anche qui violate la *Regola della Quota* (*Inferiore*), e rischiate di trovarvi con meno seggi di quanti ve ne spetterebbero come minimo.

Altro modo e` un sano compromesso tra i due, noto come il ***Metodo di Webster*** (o di *Webster-Willcox*): usate la ***Quota Inferiore*** se il resto e` minore di ***0,5***, la ***Quota Superiore*** in caso contrario e poi lavorate con il *DM* sin quando non tornano i conti. Logicamente, questo metodo riesce ad accomunare i difetti di entrambi e puo` violare qualsiasi quota; c`e` da dire pero` che queste violazioni sono abbastanza rare.

Lo sapete perche` negli States i matematici sono pagati bene? Semplice, perche` devono capire il ***Metodo di Huntington-Hill***.

1. Calcolare il ***Divisore Standard***.
2. Calcolare per ogni Stato/Partito la ***Quota Standard***.
3. Se la parte frazionaria della *Quota Standard* e` minore della **media geometrica** dei due numeri interi tra cui e` compresa la Quota Standard assegnamo la ***Quota Inferiore***. In caso contrario, assegnamo la *Quota Superiore* (in altre parole, arrotondiamo per difetto o per eccesso sulla base della media geometrica).
4. Se le somme delle Quote dei vari stati non sono pari ai seggi disponibili, trovare per tentativi il ***Divisore Modificato*** e ripetere il calcolo.

Anche questo metodo viola le *Regole delle Quote* (tutte e due), ma molto raramente.

Nel caso foste interessati a sapere quanto viene con i vari metodi ma non abbiate voglia di fare i conti, sappiate che il risultato e` una cosa del tipo di quello della tabella di seguito.

	Voti	**Hamilton**	**Jefferson**	**Adams**	**Webster**	**Huntington**
Totali	**1.166.000**	**125**	**125**	**125**	**125**	**125**
TT	6.000	1	1	1	1	1
DD	50.000	5	5	6	5	6
MM	100.000	11	10	11	11	10
GG	60.000	6	6	7	6	7
WW	950.000	102	103	100	102	101

Carino, vero? Ce ne fossero due che vanno d`accordo... ***WW*** spazia tra i cento e i centotre` voti, tutti gli altri oscillano di almeno un voto... L`unico punto sul quale sembrano tutti d`accordo e` che per i ***TT*** meno ce n`e` e meglio si sta.

Una volta eletti i validi rappresentanti, si tratta di mettersi d`accordo e cominciare a formare le coalizioni.

...Ma questa e` un`altra storia.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms