Hanc Marginis Exiguitas Non Caperet

Rudi Mathematici

Rivista fondata nell altro millennio

Numero 032 - 2001-09

1. Editoriale

Andate bene le ferie?

Vi siete ricordati la paletta, il secchiello, la paperetta, l'alpenstock, il maglionepesantechenonsisamai e quant'altro possa servire?

Vi siete dimenticati a casa il problema degli alieni?

Inoltre, *nessuno ha trovato Cosmic Coasters?*

Grunt (sono in ufficio, si nota?).

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

2. Problemi

Credo sia la prima volta che c'e` una premessa alla parte dei problemi. Ma se lo mettevo nell'editoriale, sforava alla pagina dopo e la cosa non mi piace.

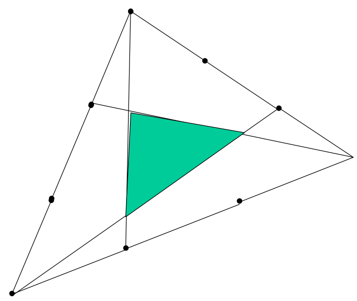
Dunque, il primo ve lo propongo perche` quando mi hanno dato la soluzione, mi sono sentito molto stupido. Stavo usando i fogli A4 per storto, per far stare una serie di espressioni trigonometriche da far spavento, quando mi hanno dato una soluzione che usa solo la geometria elementare (aiutino: e` "elementare" nel senso che tutto quello che serve e` sugli "*Elementi*" di Euclide). Vedete se riuscite a fare una figura migliore del sottoscritto.

Per quanto riguarda il secondo problema, ammetto la premessa sia dura da digerire, ma mi pare risponda ad una domanda che l'umanita` si pone da tempo... Non solo, ma ha una sospetta parentela con la storia *hard-boiled* prospettata da Piotr qualche numero fa...

Sara` perche` arriva l'autunno, che mi sento un QI uguale al numero di scarpe?

2.1 L'area di un triangolo

E` dato un triangolo qualunque, come quello in figura.



Sono tracciate le rette indicate passanti per un angolo e un punto a ***un terzo*** del lato opposto.

Le suddette rette formano il triangolo colorato.

Qual'e` l'area del triangolo colorato rispetto al triangolo originale?

No Trig, please...

2.2 La domanda fondamentale

Questo arriva da un libercolo di matematica ricreativa piuttosto vecchiotto (finito di stampare nel millenovecentouno). Il bello e` che i problemi che allora erano in lire vengono bene adesso, a girarli in Euro. Allora, vi faccio prima la domanda, poi vi presento il problema.

*Come si chiamano rispettivamente le mogli di **Tizio**, **Caio**, e **Sempronio**?*

Esiste un antiquario specializzato nella vendita di collezioni complete: siccome le collezioni sono complete, il prezzo segue una logica un po` particolare. Qualunque cosa compriate, potete comprare solo la collezione completa e il prezzo per una collezione di ***N*** oggetti e` comunque sempre di ***N*** euro ***per ogni oggetto***.

Dal suddetto improbabile antiquario si recano ***Tizio***, ***Caio***, ***Sempronio*** in compagnia delle mogli ***Aida***, ***Medea***, ***Ebe*** (non in quest'ordine, evidentemente).

Ora, alla fine:

1. ***Tizio*** ha comprato ***23*** oggetti piu` di ***Medea***.
2. ***Caio*** ha comprato ***11*** oggetti piu` di ***Aida***.
3. Ogni marito ha speso ***63*** euro piu` della moglie.

Beh, la domanda la sapete...

3. Soluzioni e Note

3.1 [029]

3.1.1 Un problema al distributore

OK, le barzellette facevano schifo "amendue"... Pero` il problema c'era!

Siccome ***B*** prende il doppio di ***A*** (ossia ***B=2A***) si ha che ***A+B*** deve essere divisibile per ***3***.

Ma il totale dei canistri diviso ***3*** da` resto ***2***.

Quindi, **la quantita` di *C* deve dare resto *2***.

Siccome il terzo agricoltore si porta via un solo canistro (l'unico della miscela), si vede che l'unico canistro che diviso per ***3*** da` resto ***2*** e` quello da ***20*** litri.

Sottraendo dal totale dei canistri quello di ***C***, restano ***99*** litri (tutti di gasolio).

Quindi, ***A*** prende ***33*** litri e ***B*** prende ***66*** litri.

Da cui (senza Excel: ci si arriva facilmente a tentacolo):

C=20

A=15+18

B=16+19+31.

...voglio vedervi, a fare i conti in Euro...

3.2 [031]

Bene, PuntoMauPunto (vi ricordate, si? A me piace scriverlo cosi`) si e` dato da fare... risolti entrambi, alla svelta e correttamente. Cominciamo dal piu` incasinato.

3.2.1 Festa di famiglia

.mau., uno degli impegni maggiori della redazione e` decidere quanti mesi ci vogliono a risolvere un problema. Questo valeva due mesi. Ci stai sconvolgendo il piano editoriale...

Vediamo come risolvere il simpatico problema una volta per tutte. [.mau. dice cosi` perche` e` passato attraverso una serie di mail e un giro in bicicletta. Vi risparmio gli intercorsi, vi passo solo la soluzione finale]

LEMMA 1*: occorrono almeno tre pranzi.*

DIMOSTRAZIONE*: Supponiamo di avere la disposizione (m,n), con m>=n, e di avere trovato una soluzione con due pasti. Prendiamo il primo pranzo, e un commensale c che stava nel tavolo da n. Deve ancora pranzare con m persone, ma non esistono tavoli da m+1 persone.*

TEOREMA 1*: non esistono soluzioni con (1,1).*

Devo anche dimostrarlo? Non basta rifarsi alle monadi leibniziane? [basta ampiamente. E poi credo sia chiaro a tutti che due persone non mangeranno mai assieme se hanno due tavoli da una persona].

TEOREMA 2*: c'e` una soluzione in tre pasti con (m,1), m>1.*

DIMOSTRAZIONE: *Abbiamo almeno tre commensali, siano essi a,b e c. Nei tre pranzi, ciascuno di essi mangera` alternativamente da solo. Ora, tutti gli altri hanno sempre mangiato insieme, e hanno mangiato con a,b,c; questi hanno mangiato tra di loro a due a due, quando il terzo era in castigo.*

Bene, adesso arriva il colpo di genio, l'ispirazione mi e` venuta mentre facevo un giro serale in bicicletta e cercavo un po' di fresco (pero` il fresco non l'ho trovato, non si puo` avere tutto dalla vita).

***TEOREMA 3**: se entrambi i tavoli hanno almeno due posti, e almeno uno dei due tavoli ha un numero pari di posti, tre pranzi sono sufficienti.*

***DIMOSTRAZIONE**: Consideriamo i primi due pasti, e collassiamo in un'unica entita` le persone che hanno sempre mangiato assieme. Senza perdita di generalita`, possiamo pertanto indicare che i due pranzi sono stati formati in questo modo:*

```
AB CD
AC BD
```

dove il numero di persone nei gruppi A,B,C e D puo` essere qualunque, se non che i gruppi B e C devono essere identici (i tavoli non cambiano di dimensione!) e non nulli (altrimenti i due pranzi sono identici). Supponendo che il primo tavolo non abbia meno posti del secondo, abbiamo che anche A non puo` essere nullo, mentre D potrebbe esserlo.

Nel terzo pranzo occorre per forza che i gruppi BC e i gruppi AD pranzino insieme.

Ora, se uno dei due tavoli ha 2k posti, basta costruire i gruppi B e C di k persone e siamo a posto. Se questo e` impossibile perche` l'altro tavolo ha h<k posti, nessun problema: lasciamo D nullo, e suddividiamo A in modo che h persone vadano nell'altro tavolo.

***COROLLARIO 1**: se abbiamo (m,n) con m ed n entrambi dispari, ed m>2n, tre pranzi sono sufficienti.*

***DIMOSTRAZIONE**: si fa esattamente come sopra: i tre pranzi saranno*

```
A'A"B   C
A'A"C   B
A'BC    A"
```

dove A' e A" sono una suddivisione di A tale che la dimensione di A" sia n.

***LEMMA 2**: se abbiamo (m,n) con m ed n entrambi dispari, ed n<=m<2n, allora tre pranzi non sono sufficienti.*

***DIMOSTRAZIONE**: partendo sempre da*

```
AB CD
AC BD
```

vediamo subito che BC comprende un numero pari di persone, cosi` come AD.

Se dunque D non e` nullo, la cosa e` impossibile, perche` i due tavoli hanno un numero dispari di posti. Ma D non puo` essere nullo, perche` allora B e C devono avere n persone, e non c'e` comunque un tavolo abbastanza grande da contenere 2n persone.

***TEOREMA 4**: se abbiamo (m,n) con m ed n entrambi dispari, ed 1<n<=m<2n, allora quattro pranzi sono sufficienti.*

***DIMOSTRAZIONE**: I primi due pranzi vengono raggruppati al solito come*

```
AB CD
AC BD
```

dove B e C hanno ciascuno (n-1)/2 persone. Il terzo pranzo ha la disposizione

```
ADc' BC'
```

dove abbiamo tolto la persona c' dal gruppo C che e` rimasto cosi` C'; il quarto sara` simile, solo togliendo un'altra persona c".

Ricapitolando:

- *il caso (1,1) non ha soluzione;*
- *i casi (m,n), con m ed n entrambi dispari e 1<n<=m<2n, si risolvono con quattro pranzi;*
- *tutti gli altri casi si risolvono in tre pranzi.*

*Io pero` ho fatto indigestione.* [in effetti, la mia mamma cucina un po` pesante...].

Voglio sperare apprezziate lo sforzo di .mau. (per risolverlo) e mio (per riformattarlo), e almeno lo leggiate...

3.2.2 Ancora un trasloco...

Secoli fa vi avevo detto che ai problemi non era necessario mandare la soluzione, anche commenti salaci andavano bene. Questa volta ne sono arrivati un paio, liquidiamoli per primi.

"Ma se sta giusto in altezza nel corridoio, come fa a passare dalle porte?"

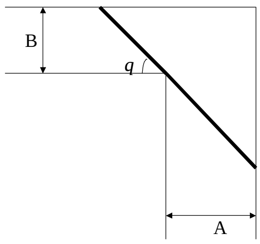
Risposta: un matematico non lascia mai che la realta` influenzi le sue convinzioni (l'originale era sui filosofi).

"Siccome il contributo di Vische alla Storia e` pari a quello di Piotr alla rivista, basta tranquillamente un francobollo..."

Vero. Ma essendo completamente bianco, non e` utilizzabile.

Passiamo alle cose serie. Siccome sono buono, vi risparmio le formule scritte da .mau. (credo sia LaTEX... comunque si capiscono, soprattuto perche` la sua soluzione e` uguale alla mia). Il Nostro manda anche un disegno, *speculare* rispetto al mio. Siete liberi di psicologizzarci sopra.

In geometria non sono mai stato tanto bravo, quindi la soluzione non mi torna mica.



Si comincia ad appiattirci in 2d, visto che il quadro e` alto praticamente come il soffitto, cosi` e` piu` facile fare il disegnino allegato [disegnino mio: uniche differenze, oltre alla specularita`, "gamma" che diventa "theta" e "A" al posto di "B" e viceversa. Cosi` non devo riscrivere le formule].

Ora, per far fare l'angolo al quadro dobbiamo fare perno sullo spigolo del corridoio: al variare dell'angolo la lunghezza ammissibile cambia, e noi dobbiamo scegliere il minimo di tutti questi valori (anche perche` agli angoli **0** e* $\frac{p}{2}$ *la lunghezza e` infinita).

Per il teorema dei seni,

$$L = \frac{A}{\sin\left(\frac{p}{2} - J\right)} + \frac{B}{\sin J} = \frac{A}{\cos J} + \frac{B}{\sin J} \qquad \textbf{[001]}$$

E il valore cercato e` il minimo in $\left[0, \frac{p}{2}\right]$ *di questa funzione.*

Per calcolare il minimo, azzeriamo la derivata:

$$\frac{dL}{dJ} = \frac{A\sin J}{\cos^2 J} - \frac{B\cos J}{\sin^2 J} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{A\sin J}{\cos^2 J} = \frac{B\cos J}{\sin^2 J}$$

$$\Rightarrow \frac{B}{A} = \frac{\sin^3 J}{\cos^3 J} = \tan^3 J$$

E quindi e` $J = \arctan\left(\sqrt[3]{\frac{B}{A}}\right)$

La cosa non mi sembra completamente campata per aria.

Sostituisci questo valore in **[001]** *e ottieni la tua lunghezza.*

Vero, corretto. Io ho preferito applicare una regola che non mi ricordo mai (la prima: la secondo me la ricordo): noto che $\cos^2 J = \frac{1}{1+\tan^2 J}$ e che $\sin J = \tan J * \cos J$, si ricava il valore finale di L che risulta:

$$L = \left(A^{\frac{2}{3}} + B^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$$

Il che garantisce una notevole superficie di obbrobrio. Inoltre, trovo che con quei dueterzi e tremezzi abbia (la formula, non il quadro) una certa qual potenza estetica.

4. Bungee Jumpers

4.1 Il Salto

Dimostrare che:

1. Per $n>2$, se uno dei due numeri $\{(2^n - 1), (2^n + 1)\}$ e` primo, allora l'altro e` composto.
2. Se p e $8p-1$ sono primi, allora $8p+1$ e` composto.
3. Se p e $8p^2-1$ sono primi, allora $8p^2+1$ e` composto.

4.2 Pagina 46

...Forse dare un'occhiata al BJ del numero 29 aiuta...

(1) Questo e` facile, anche se dalla presentazione non sembra.

2^n non e` divisibile per 3.

Se 2^n diviso 3 da` resto $1$, allora $2^n-1$ e` divisibile per 3.

Se 2^n diviso 3 da` resto $2$, allora $2^n+1$ e` divisibile per 3.

In tutti i casi uno dei due numeri dati e` divisibile per 3; siccome tutti i numeri sono maggiori di 3, non possono essere entrambi primi.

(2) Qui andiamo gia` un po` piu` sul difficile... Il metodo, pero`, e` praticamente lo stesso.

Se un primo maggiore di 3 da` resto $2$ se diviso per $3$, allora $8p-1$ e` divisibile per 3.

Per soddisfare le condizioni del problema, allora $8p-1$ deve dare resto 1 se diviso per 3.

Allora, $8p+1$ deve essere divisibile per 3.

Per quanto riguarda il caso particolare $p=3$, $8p+1=25$ che e` composto.

(3) Si tratta di applicare quello che abbiamo imparato sinora, in pratica.

Se p non e` divisibile per $3$ allora $p^2$ da` resto 1 se diviso per 3. e quindi $8p^2+1$ e` divisibile per $3$. Allora le condizioni del problema sono soddisfatte solo per $p=3$, ma $8p^2-1=71$ e` un numero primo.

5. Paraphernalia Mathematica

5.1 La trisezione dell'angolo

Prima dimostrate che e` impossibile.

Poi, fatelo.

Legge di Clarke delle scoperte importanti

Il che e` esattamente il nostro scopo.

Dall'antica Grecia ad oggi,un mucchio di matti hanno provato ad applicare con scarsissimo successo questa legge; a quanto pare, il concetto di "dimostrazione di impossibilita'" e` arduo da far penetrare nelle loro zucche. Cerchiamo di prenderlo con calma, OK?

Nel piu` cristallino stile della rubrica, prima statuiamo il problema: *Dividere in tre parti uguali un angolo qualsiasi utilizzando solo riga e compasso*. E poi partiamo da qualcosa che non c'entra niente.

Non so quanti di voi abbiano sempre ritenuto Thomas Hobbes un asino della piu` bell'acqua (io si, filosoficamente parlando). A prescindere dalla vostra Weltanschauung (sono sicuro che e` scritta male: l'importante e` capirsi), voglio sperare sarete d'accordo con me nel dire che, a matematica, era uno zero: ha scritto una serie di libri (nei quali litigava con John Wallis: un discreto matematico e un ottimo insegnante) di cui uno si intitolava "*Quadratio Circuli, Cubatio Sphaerae, Trifectio Anguli Breviter Demonftrata*[1]" (la "s" minuscola si scrive "*f*", nella grafia dell'epoca).

Quello che non entrava nella zucca del Tommaso e` che (in geometria) una retta ha dimensione uno e un punto ha dimensione zero; probabilmente, se fosse vissuto abbastanza, avrebbe apprezzato il famoso teorema: "*Per tre punti passa una e una sola retta, se la matita e` abbastanza grossa*".

OK, vediamo di affrontarla in un modo un po` piu` serio.

Tempo fa, chiesi a Piotr una dimostrazione (semplice, comprensibile e lineare, compatibilmente con la sua prosodia) su cosa come quando e perche` un problema sia risolubile con riga e compasso.

Mutismo totale per tre giorni, poi l'unica cosa che salta fuori (e` questo il bello di Piotr) e` una domanda: "*Ma lo sai cos'e` un compasso?"*.

[1] "*Auct. Tho. Hobbes, LONDINI: Excudebat Á. C. Sumptibus Andreae Crooke, 1669*". No, non lo trovate in bancarella.

Quando Piotr fa una domanda che **sembra** cretina, siete finiti: ha ragione lui, e torto il resto del mondo. Passate a Teologia, che e` meglio. A rispondere si fara` una figuraccia, ma si imparano un mucchio di cose, e dopo lui non ha neanche l'aria del saputello (*Mea culpa, mea culpa, mea maxima culpa*...). Il dialogo e` andato avanti cosi':

R.d'A.:"E` un coso per fare i cerchi dato un raggio e un punto al centro".

P.R.S.:"Gia`, ma serve solo per fare *un* cerchio. Nella definizione classica, come lo alzi dal foglio *ZIP!* si chiude".

R.d'A.:"Scusa, ma allora tutte le costruzioni di Applicazioni Tecniche alle medie non erano 'alla greca'? Dicevano di si...".

Insomma, dobbiamo definire gli strumenti in un altro modo.

Tanto per cominciare, la **riga** e` una sbarra dritta perfettamente in grado di passare per due punti ma *sulla quale non potete fare segni*. Il che, in molti casi, e` proprio quello che frega.

Secondariamente, il **compasso** e` un aggeggio in grado di tracciare i cerchi aventi centro in un punto e passanti per un altro punto, ma appene lo alzate dal foglio per fare un cerchio *uguale* da un'altra parte, *zippete!* Vi pizzica il ditone.

Risolta la polemica, per ***non*** fare il lavoro (ho detto che e` un genio, non che e` operoso) Piotr ha bellamente ignorato il problema originale ed e` partito per i piu` deserti campi; sappiate che il risultato e` stato il P.M. sulla formula di Eulero ("Ma parlava di tutt'altro!" "Non ho detto che e` coerente").

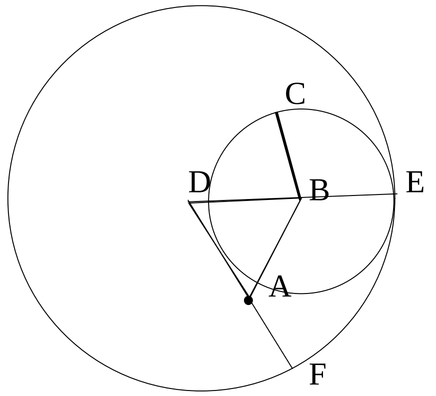
La faccenda del compasso mi ha lasciato un po` "seduto"; pensandoci pero` mi sono accorto che (quasi) tutto si riduceva ad un unico problema: come faccio, senza un compasso che stia fermo, a riportare una lunghezza data in un altro punto? Data la sua educazione classica, Piotr si e` appellato all'*ipse dixit*[2] e, effettivamente, diceva proprio cosi'. E` chiaro che nessuno dei due (ne` Piotr ne` Boyer) si sono minimamente sognati di spiegare come si potesse fare a riportare 'sto segmento in un altro punto del piano. Come dice il papa` di Joan Baez, "Non vorremmo privare il lettore del piacere di dimostrare da se` questa formula...".

Per farla breve, ho dovuto scomodare gli *Elementi* di Euclide, e finalmente l'ho trovato (Proposizione 6, per i masochisti). La prima idea era di rifilarvelo in greco senza disegno, ma (contrariamente a Piotr e a Boyer) ho pieta` di voi.

Facciamo riferimento alla figura sotto. Scopo del gioco e` riuscire a tracciare in ***A*** (verso una direzione qualsiasi) un segmento di lunghezza ***BC*** (Se dovete riscrivere gli *Elementi*, mi raccomando, cercate qualcosa di piu` comodo di PowerPoint...). La sequenza delle operazioni e', suppergiu':

[2] Non Aristotele: Boyer.

1. Puntando in ***B***, tracciate un cerchio di raggio ***BC***; come avete finito il lavoro, zippete.
2. Costruite il triangolo *equilatero* ***ABD***. Per ottenere il punto ***D***, tracciate un cerchio da ***A*** di raggio ***AB*** e poi un cerchio da ***B*** di raggio ***BA*** ("Ma sono uguali!" "Si, ma il compasso non lo sa").
3. Con la riga, prolungate ***DB*** sin quando non incrocia il cerchio precedentemente tracciato (quello di raggio ***BC*** e centro in ***B***). Otteniamo il cerchio grosso, di raggio ***DE***.
4. Sempre con la riga, prolungate ***DA*** sino ad incrociare il suddetto cerchio (in ***F***). Oh, stupore! ***AF=BE=BC***!

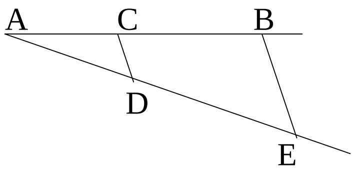


...Se poi lo volete girato da un'altra parte, tracciate il cerchio di raggio ***AF*** e centro ***A*** e tracciate il raggio che va nella direzione necessaria.

Bene, dotati di questi due rozzi ma efficaci strumenti, che ci facciamo?

Beh, la cosa e` un po` noiosetta, quindi cerchiamo di tagliare un po` per i campi...

Voglio sperare che addizione e sottrazione di segmenti non rappresentino un problema; per quanto riguarda la moltiplicazione (e la divisione) provate a dare un'occhiata al disegno a fianco.



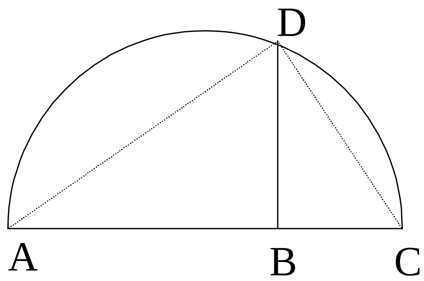
In sostanza, se ***AB=a***, traccio ***AC=1***; congiungo poi ***C*** con ***D***, dove ***D*** e` tale che ***AD=b***. A questo punto, l'intercetta tra la parallela a ***CD*** passante per ***B*** e la retta ***AD*** costruisce il segmento ***AE=ab***.

Ora, se abbiamo a disposizione somma, sottrazione, moltiplicazione e divisione (procedimento inverso rispetto alla moltiplicazione), ho costruito il ***campo dei razionali***. In un paio di passaggi e` piu` comodo usare il compasso, ma si potrebbe fare tutto con la riga.

Per estendere questo campo, notiamo che e` costruibile la ***radice quadrata***, in modo relativamente semplice: qui pero` dobbiamo obbligatoriamente usare il compasso.

Spero che dal disegno si capisca che, se ***AB=a*** e ***BC=1***, per le leggi dei triangoli simili si ha che e':

$$\frac{AB}{BD} = \frac{BD}{1} \Rightarrow \frac{a}{x} = \frac{x}{1} \Rightarrow x^2 = a$$



...Toh, ho costruito un altro campo...

...Non solo, ma *Mascheroni* ha dimostrato[3] che tutto quello che costruite con riga e compasso potete costruirlo con il solo compasso (posto che "retta" significhi avere due punti

[3] In realta` ci era arrivato un paio di secoli prima Mohr, ma Mascheroni urlava piu` forte (vedi la buriana che ha combinato con la costante di Eulero-Mascheroni: a Eulero il Nostro poteva al piu` lavargli i calzini...).

attraverso cui farla passare: aristotelicamente parlando, la retta e` in potenza ma non in atto).

Quello che proprio non mi esce, pero', sono le radici cubiche: queste, con riga e compasso, non c'e` niente da fare.

Infatti, torniamo al nostro angolo da trisecare; quello che vogliamo costruire e` la soluzione dell'equazione:

$$\cos J = 4\cos^3\left(\frac{J}{3}\right) - 3\cos\left(\frac{J}{3}\right)$$

Ossia, piu` prosaicamente, uguagliando le rispettive parti a termini piu` trattabili, devo risolvere l'equazione:

$$g = 4z^3 - 3z$$

$$4z^3 - 3z - g = 0$$

Supponiamo ora l'angolo di ***60°***, per cui quindi $g = \frac{1}{2}$. Nel secondo passaggio, inoltre, imponiamo ***v=2z***:

$$8z^3 - 6z = 1$$

$$v^3 - 3v = 1$$

Supponiamo (per assurdo) esistano ***r*** e ***s*** per cui $\frac{r}{s}$ e` soluzione dell'equazione (ossia il nostro aggeggio ha soluzioni ***razionali***) ; allora,

$$\left(\frac{r}{s}\right)^3 - 3\frac{r}{s} = 1$$

$$r^3 - 3s^2 r = s^3$$

$$s^3 = r\left(r^2 - 3s^2\right)$$

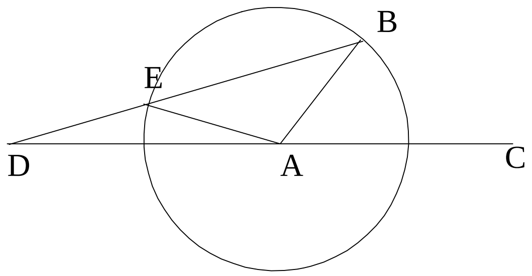
...ossia ***s³*** e` divisibile per ***r***; ma allora, lo e` anche ***s***. Allora, o ***r*** e ***s*** hanno un fattore comune o ***r=1***. Lo stesso ragionamento si puo` invertire con ***r*** al posto di ***s*** e viceversa, e quindi devono valere entrambi ***1***. allora, la soluzione dell'equazione e` ***1***. Ma ***1 non*** e` soluzione dell'equazione (si vede sostituendo), quindi la premessa e` assurda. Quindi, il numero ***non e` costruibile con riga e compasso***.

Mi pare chiaro quindi che l'angolo non lo trisecate, con metodi classici. I trisettori pero` sono gente piuttosto difficile da convincere, tant'e` che quando un matematico (non ricordo chi fosse: mi pare Coxeter, ma non garantisco) ha scritto il libro *"Quindici metodi errati per trisecare l'angolo, onde porre fine ai tentativi di trisezione*, si e` beccato alcune denunce da parte di matti che sostenevano che quello era il *loro* metodo, e che chiaramente funzionava (tristemente vero, non sto scherzando).

Bene, visto che e` impossibile, come possiamo fare?

Semplice: basta barare.

Non crediate di essere in cattiva compagnia: il primo che ha barato, nel campo, e` **Archimede**. Non solo, ma se non fate attenzione, vi "passa" sotto il naso l'asso nella manica.

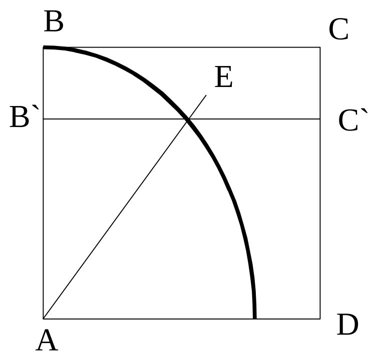


Supponiamo di dover trisecare ***BAC***. Per prima cosa, tracciamo il cerchio di centro ***A*** e di raggio ***AB***, e quindi prolunghiamo ***AC*** dalla parte di ***A***. Su questa retta, tracciamo ***DB*** tale che passi per ***B*** e sia ***DE=AE=AB***.

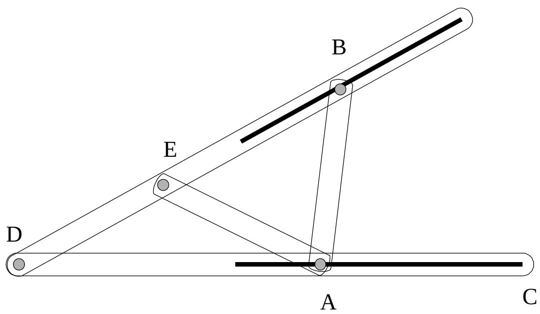
Se l'angolo ***BDC*** lo chiamiamo ***x***, essendo il triangolo ***DEA*** isoscele, si ha che l'angolo ***BEA*** vale ***2x***. Il triangolo ***EAB*** e` anch'esso isoscele, quindi l'angolo ***EAB*** vale ***180-4x***; allora, a questo punto, si ha che ***BAC=180-(EAD+EAB)=180-(x+180-4x)=3x***. Siccome questo era l'angolo dato, abbiamo che ***BDA*** vale *un terzo* di ***BAC***. Se volete scoprire da soli dov'e` il trucco, non guardate la nota[4].

Se invece vi piacciono le cose complicate, allora e` disponibile una graziosa curva, la cosiddetta *trisettrice di Ippia*: qui di fianco vediamo come "salta fuori".

Per prima cosa, tracciamo un quadrato ***ABCD***; quindi (e qui sta la fregatura), facciamo ruotare ***AB*** e scendere ***BC*** a velocita` costante in modo tale che arrivino assieme su ***AD***. consideriamo il punto di incontro ***E*** nel momento in cui l'angolo ***EAD*** e` pari all'angolo da trisecare, e fermiamo la macchina. A questo punto, dividiamo in tre parti il segmento ***C'D*** e tiriamo dai punti ottenuti le rette per ***A***. In questo modo, trisechiamo l'angolo. Il luogo geometrico di ***E*** (che in figura e` una curva qualsiasi, per incapacita` nel disegno del Vostro) e` la trisettrice di Ippia[5]. Carino, vero?



Credo si capisca al volo dai disegni che questi sono due metodi squisitamente *teorici*, e che se dovete trisecare sul serio un angolo rispetto a questi funziona molto meglio Excel (per fare la divisione: so che a mano avete dei problemi).



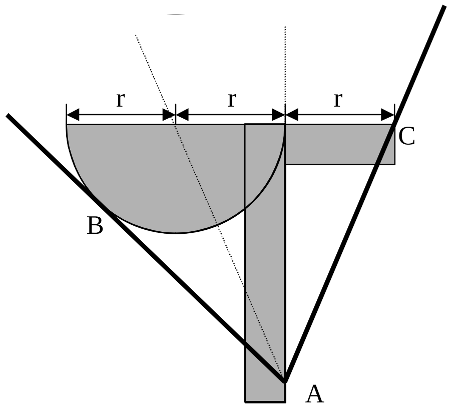
In realta', sul metodo di Archimede qualcosina si puo` fare: qui di fianco vediamo un grazioso strumentino che, tra le altre cose, ha il grossissimo pregio di essere pieghevole. Scusate il disegno schifoso. Per garantire un minimo di comprensibilita', ho mantenuto le stesse lettere del disegno precedente. I punti ***D*** e ***E*** sono liberi di ruotare (ma non di scorrere), mentre gli altri punti (***A*** e ***B***) possono scorrere

[4] ...Semplicemente, non esiste modo, con riga e compasso, di costruire *DB* tale che *DE* sia uguale al raggio del cerchio. Per i nostri strumenti, c'e` una condizione di troppo...

[5] Oggi sono in vena di offerte speciali: *due impossibilita` al prezzo di una!* La trisettrice di Ippia serve anche a quadrare il cerchio, tant'e` che in molti testi e` indicata come *quadratrice* di Ippia. Se vi interessa la sua equazione, e` $y = x * \cot\left(\frac{px}{2a}\right)$. Notate che "cot" e` la cotangente, quindi la funzione non e` univoca: nel disegno, usiamo solo un pezzo.

e ruotare. A questo punto, trisecare l'angolo risulta ragionevolmente semplice.

Se invece non avete problemi di spazio, potete costruirvi (in plastica, cartoncino, madreperla, ferro battuto, platino... fate voi) l'aggeggio di seguito: La trisezione si effettua *rendendo la circonferenza tangente ad una delle due rette che formano l'angolo*, ponendo il vertice sul segmento "lungo" e facendo passare l'altra retta per l'angolo in alto, come indicato.



In pratica, il manico dell'accetta (o meglio il suo bordo destro) coincide con ***A***, la circonferenza "tange" in ***B*** e la parte a martello passa per ***C***. In questo modo, la retta passante per ***A*** e il centro del cerchio (e la retta passante per ***A*** e la base della testa a martello) trisecano l'angolo ***BAC***.

E alle riunioni noiose? Beh, potreste provare a dimostrare che e` vero. Tanto per cominciare, avrete l'aria incredibilmente impegnata e, *ultima ratio*, potrete usare l'attrezzo per trisecare l'oratore...

Pulite per terra, quando avete finito.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms