



1. Editoriale	1
2. Problemi	2
2.1 Messaggio per gli alieni	2
2.2 Un problema al distributore	5
3. Soluzioni e Note	5
3.1 [026]	5
3.1.1 Un problema d'annata	5
4. Bungee Jumpers	6
4.1 Il salto	6
4.2 Pagina 46	6
5. Paraphernalia Mathematica	7
5.1 I nodi di cravatta [002]	7
5.1.1 Forma	7
5.1.2 Simmetria	8
5.1.3 Bilanciamento.....	9
5.1.4 I nodi, finalmente!	9

1. Editoriale

Non so se si nota, ma questo numero ha un allegato, e pure piuttosto "ciccio". Trattasi di un compito per le vacanze. Prima leggete il primo problema, poi leggete il seguito dell'editoriale.

Siete pregati di utilizzare il file Word per la soluzione; il nostro consiglio è di stamparvelo e portarvelo dietro al mare/montagna/pozza-di-metano dove abitualmente passate l'estate ed esaminarlo attorcigliando i peduncoli antero-superiori (segno di profonda concentrazione in quasi tutte le specie senzienti: voi, quindi, siete esclusi). Tornati alla vostra unita` abitativa, mettete tutto in bella copia in Word (sono autorizzati tutti i cut, paste & modify che riterrete necessari) e mandatecelo; pubblicheremo tutto, ivi incluse le battutacce; anzi, soprattutto quelle.

Come sapete, siamo piuttosto contrari alla collaborazione nella soluzione dei problemi, ma questa volta faremo un'eccezione; se trovate qualcun altro su questo inospitale pianeta in possesso dello stesso documento, vuol dire che non vi hanno mandato da soli in esplorazione! Siete autorizzati a formare una Gestalt Risolutiva e a inviare una soluzione con due nomi. Se è in forma di dialogo un po' sconclusionato, ancora meglio.

Trovo sia una grande idea per far lavorare voi...

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms

2. Problemi

2.1 Messaggio per gli alieni

Messaggio

Di Sua Bulbosita` GC (Il Grande Crostaceo) a tutte le specie dotate del corretto numero di chele, pseudopodi e peduncoli.

Come sapete, abbiamo ricevuto un minaccioso messaggio da una specie aliena ostile.

Questi disgustosi esseri rosei e mollicci, con impudente prosopopea, affermano la loro superiorita` e la loro brama di conquista nei confronti delle pacifiche specie che popolano questa Galassia.

L'analisi da parte dei nostri valenti scienziati, Medusa ("Perche` Medusa?" "Ti sei guardata i capelli, dopo quattro ore di macchina a digiuno?") e il Piotrosauro, durante la riunione dell'unita` di crisi svoltasi nella Polla di Nutrimento, ha portato a due deduzioni.

1. Sono ostili
2. Sono disgustosi
3. Sono ignoranti.

E` quindi richiesto l'aiuto di tutte le entita` senzienti per l'analisi precisa e dettagliata del minaccioso documento, da svolgersi entro il periodo del letargo onde essere in grado di approntare le opportune difese.

Cordiali Blob.

Il Grande Crostaceo.

Aiutate i nostri amici!

1. Decifrate il messaggio
2. Trovate l'errore

Ok, piu` seriamente: storia vera¹, questa volta.

Due scienziati, l'anno scorso, hanno deciso di mandare un messaggio agli alieni. Con molta calma, si sono messi li`, hanno preparato il messaggio e lo hanno spedito in triplice copia usando un radiotelescopio (al contrario: parlava invece di ascoltare).

Malasorte ha voluto che nel messaggio ci fosse un errore (piuttosto grave, tra l'altro); per problemi di comunicazione (il radiotelescopio non aveva connessioni in internet) le prime due spedizioni sono "andate su" sbagliate.

Il giochino che vi proponiamo per l'estate e` di tradurlo (e questo e` difficoltosetto) e di trovare gli errori (e questo e` facilino).

Come scritto nell'editoriale, usate il file Word per rispondere; qui di seguito, copiamo il messaggio per puri motivi di archiviazione.

¹ E` vera *sul serio!* Prometto che nella soluzione faremo i nomi.

2.2 Un problema al distributore

Problema (mio): connettere questo problema col precedente, a costo di sembrare un porco terrestre sciovinista.

Domanda: "Cosa dice un extraterrestre a una pompa di benzina?"

Risposta 1: "Togliti quello stupido tentacolo dalla bocca e portami dal tuo Capo"

Risposta 2: "Cosa ci fa una bella ragazza come te su un pianeta come questo?"

Fatemi sapere quale vi sembra peggio.

Torniamo seri, OK?

Un benzinaiolo è l'unico punto di rifornimento per il carburante di tre agricoltori (**A**, **B** e **C**) e soddisfa tutte le loro necessità di combustibile.

Il distributore riceve le richieste una volta al mese e mette il combustibile in sei canistri di dimensioni differenti utilizzati solo dai tre agricoltori. Questo mese, ha fatto come al solito, riempiendoli in funzione delle richieste.

Questa volta, **5** dei canistri contengono gasolio, il sesto (non chiedetemi perché) una miscela di gasolio e alcool.

Le capacità dei canistri sono **20**, **16**, **15**, **19**, **18** e **31** litri. Una parte del gasolio è per **A**, il resto (il doppio rispetto a **A**) è per **B**; la "miscela" è tutta per **C** (che non usa gasolio). Quando arrivano per prelevare il combustibile, al distributore c'è il ragazzino nuovo (braccia sottratte alla matematica?), che non sa quali canistri vadano a quale agricoltore.

Ciononostante, pensandoci, riesce a distribuire correttamente il combustibile.

Come?

3. Soluzioni e Note

3.1 [026]

3.1.1 Un problema d'annata

Oibo! Tentativo di risposta da parte degli *afictionados*, ma con risultati decisamente scarsi... Ammetto, era "duretto".

Imponendo $x = \frac{ADA}{KOK} = \overline{.SNEL}$, si ha, con semplici passaggi:

$$10^4 x = \overline{SNEL.SNEL}$$

$$\Rightarrow 10^4 x - x = \overline{SNEL}$$

$$\Rightarrow 9999x = \overline{SNEL}$$

$$x = \frac{\overline{SNEL}}{9999} = \frac{\overline{SNEL}}{11 * 999} = \frac{\overline{SNEL}}{33 * 303} = \frac{\overline{SNEL}}{99 * 101}$$

Se $KOK=999$, allora $\overline{SNEL} = 11 * ADA$ e $A=L$, che è impossibile.

Se $KOK=303$, allora $\overline{SNEL} = 33 * ADA$ e quindi $3A < 10$ (il prodotto ha quattro cifre ed è $3A=L$).

Siccome $S \neq L \neq 0$ ho che deve essere $3 \leq 3A < 9$ e quindi $A=1$ o $A=2$.

Se $A=1$, ho $L=3=K$ che è impossibile. Quindi, $A=2$.

Da cui $L=6$ e $D \geq 2$ e quindi ho un riporto.

Allora, $D \geq 4$.

Se $D=9$, $SNEL=9636$ e $N=L$, il che e' impossibile.

Se $D=8$, $SNEL=9036$ e $O=N$, il che e' impossibile.

Se $D=7$, $SNEL=8976$ e $D=E$, il che e' impossibile.

Se $D=6$, $SNEL=8646$ e $N=L$, il che e' impossibile.

Se $D=5$, $ADA=252$ che non e' coprimo con $KOK=303$.

Se $D=4$, l'espressione vale $\frac{242}{303} = \overline{.7986}$

Se $KOK=101$, si ha $SNEL = 33 * ADA$ e deve essere $A=1$ (per avere $SNEL$ di quattro cifre), ma sarebbe $A=K$, il che e' impossibile.

Quindi l'unica soluzione e' $\frac{242}{303} = \overline{.7986}$.

Diretta, soprattutto se non sapete il danese...

4. Bungee Jumpers

4.1 Il salto

Provate che la somma:

1. Dei quadrati di cinque interi consecutivi non e' il quadrato di un intero.
2. Delle potenze pari di tre interi consecutivi non e' la potenza pari di un intero

4.2 Pagina 46

(1)

Designamo i cinque interi consecutivi come $n-2, n-1, n, n+1, n+2$. La somma dei loro quadrati vale allora:

$$\begin{aligned}(n-2)^2 + (n-1)^2 + n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 &= \\ &= 5n^2 + 10 \\ &= 5 * (n^2 + 2)\end{aligned}$$

Supponiamo quest'ultimo sia un quadrato perfetto; essendo, dall'espressione, divisibile per 5 ed essendo un quadrato, deve essere divisibile per 25.

Allora, $(n^2 + 2)$ deve essere divisibile per 5.

Allora n^2 , essendo minore di due rispetto ad un numero divisibile per 5, deve terminare per 3 o per 8.

Le uniche cifre per cui puo' terminare un quadrato sono 1,4,6,5,9.

Quindi l'ipotesi e' assurda.

(2)

Di tre interi consecutivi, uno e` sempre divisibile per 3, un altro dara` resto 1 dalla divisione per 3 e il restante dara` resto 2 (o -1 , il che e` lo stesso).

Moltiplicando due numeri tra di loro, i resti della divisione vengono anch'essi moltiplicati tra loro; supponendo due numeri diano rispettivamente resti r e s se divisi per k , il loro prodotto varra`:

$$\begin{aligned} (pk + r) * (qk + s) &= \\ &= pqk^2 + pks + qkr + rs = \\ &= k * (pqr + ps + qr) + rs \end{aligned}$$

Allora, se un numero da` resto 1 dopo la divisione per 3, tutte le sue potenze daranno resto 1 dopo la divisione per 3; se il resto e` -1 , le sue potenze pari daranno resto 1 e le sue potenze dispari daranno resto -1 .

Quindi, date tre potenze pari di tre numeri consecutivi, abbiamo che una di queste dara` resto 0 se divisa per 3, mentre le altre due daranno resto 1.

Allora, la somma delle potenze pari di 3 numeri consecutivi dara` resto $1+0+1=2$; ma nessuna potenza pari di un intero, come appena dimostrato, puo` dare questo resto.

5. Paraphernalia Mathematica

5.1 I nodi di cravatta [002]

Solo una notazione: quelli che mi conoscono, sanno che a giugno (il 21) *smetto* la cravatta.

5.1.1 Forma

Anche se siamo riusciti a determinare le dimensioni di un nodo, questo ci dice ben poco rispetto alla sua forma, che dipende dal numero di mosse verso destra, verso sinistra e centrali. Evidenti considerazioni di simmetria suggeriscono un ugual numero di mosse verso destra e verso sinistra, e quindi possiamo caratterizzare le dimensioni del nodo in funzione del numero di movimenti centrali, che indicheremo con g . Attraverso questo parametro possiamo classificare i nodi di ugual dimensione, raggruppando quelli con

ugual h e g nella stessa classe. Evidentemente, una *frazione dei centri* $\frac{g}{h}$ piccola

indichera` un nodo stretto (ad esempio il *four in hands*), mentre una frazione dei centri grande indichera` un nodo largo (ad esempio un *Windsor*).

Per un nodo avente una data lunghezza h , il numero di mosse centrali e` evidentemente tale che $1 \leq g \leq \frac{1}{2}(h-1)$; quindi, all'aumentare di h , la frazione dei centri tendera` a

variare nell'intervallo $\left[0, \frac{1}{2}\right]$. Alcune frazioni dei centri pero` impediscono dei nodi

esteticamente validi; ad esempio, tutti i nodi per cui la frazione dei centri e` minore di $1/6$ sono estremamente cilindrici e sbilanciati; limiteremo quindi la nostra attenzione ai valori della frazione dei centri compresi in $\left[\frac{1}{6}, \frac{1}{2}\right]$, il che significa $g \in \left[\frac{1}{6}h, \frac{1}{2}(h-1)\right]$;

questo significa che le *classi canoniche dei nodi* sono le:

$$\{\{h, g\}\} = \{\{3,1\}, \{4,1\}, \{5,1\}, \{5,2\}, \{6,1\}, \{6,2\}, \{7,2\}, \{7,3\}, \{8,2\}, \{8,3\}, \{9,2\}, \{9,3\}, \{9,4\}\}$$

E il numero di nodi $K(h, g)$ in ogni classe corrisponde al numero di cammini di lunghezza h aventi g passi c che iniziano con s e che finiscono con dsc o sdc . La sequenza dei passaggi allora si puo` considerare una sequenza di g gruppi, *ciascuno composto da d e s e ogni gruppo separato dagli altri gruppi da una c alla destra*. Ad esempio, il Windsor ($scdscdsc$) contiene tre gruppi di lunghezza rispettivamente 1, 2, 2; questa struttura, essendo funzione della posizione delle mosse centrali, e` detta **struttura del centro**.

Sia ora n_i il numero dei gruppi di lunghezza $1, \dots, n_{h-2g+1}$ il numero dei gruppi di lunghezza $h-2g+1$. Il numero di questi gruppi deve soddisfare le:

$$\sum_{i=1}^{h-2g+1} n_i = g$$

$$\sum_{i=1}^{h-2g+1} i n_i = h - g$$

Quello che si vuole ottenere e` il numero delle soluzioni intere non negative delle soluzioni n_i , ossia il numero di modi ordinati per partizionare l'intero $h-g$ in g interi positivi. Sia questa funzione indicata da P ; allora,

$$P(h-g, g) = \binom{h-g-1}{g-1}$$

E il numero delle strutture del centro e` equivalente a P ; dobbiamo pero` tenere conto della **condizione terminale** che impone di non avere un gruppo finale di lunghezza 1;

quindi, le strutture del centro possibili sono in realta` $\binom{h-g-2}{g-2}$.

I passi all'interno di ogni gruppo devono alternare le mosse tra d e s e quindi i passi di ogni gruppo possono essere ordinati in due modi (in funzione dell'inizio "destra" o "sinistra") con l'eccezione del primo che, per definizione, deve cominciare con s . Da cui si ricava che una struttura del centro formata da g gruppi, ha un numero di cammini possibili pari a 2^{g-1} .

Quindi, il **numero di nodi in una classe** risulta:

$$K(h, g) = 2^{g-1} \left(\binom{h-g-1}{g-1} - \binom{h-g-2}{g-2} \right) = 2^{g-1} \binom{h-g-2}{g-1}$$

5.1.2 Simmetria

Si puo` definire la simmetria di un nodo come la **differenza tra il numero di movimenti a destra e il numero di movimenti a sinistra**, ossia:

$$s = \left| \sum_{i=1}^h x_i \right| \text{ dove } x_i = \begin{cases} 1 & \text{se } d \\ -1 & \text{se } s \\ 0 & \text{se } c \end{cases}$$

E` evidente che se $h-g$ e` pari la simmetria ottimale e` 0 e se e` dispari 1 . Possiamo quindi definire la simmetria come il valore delle coordinate terminali del cammino che definisce il nodo².

² I nostri eroi dimostrano qui che la distribuzione dei punti terminali dei nodi rispetto all'origine e` una gaussiana, ma francamente mi sembra troppo... Credeteci.

5.1.3 Bilanciamento

Così come il numero dei centri g e la simmetria s indicano la composizione delle mosse del nodo, il bilanciamento indica la **distribuzione** di queste mosse e, inversamente, permettono di misurare se queste mosse sono correttamente accoppiate; un nodo bilanciato si stringe bene e mantiene la propria forma, ed useremo questa come seconda regola estetica.

Sia s l'i-esimo passo del cammino; definiamo la **direzione di annodamento** $w_i(s_i, s_{i+1})$ come pari a 1 se ci stiamo muovendo in senso *orario* (ossia **cd, ds, sc**) e pari a -1 nel caso inverso. Il bilanciamento si può esprimere come:

$$b = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{h-1} |w_i - w_{i-1}| .$$

Si noti che b non è altro che il numero di inversioni di direzioni.

Tra quei nodi che presentano una simmetria ottimale, sceglieremo quelli che minimizzano b . I nodi aventi un numero di passi esprimibile come $3i$ o come $3i+2$ possono avere bilanciamento zero; se il numero di passi è esprimibile come $3i+1$ il bilanciamento ottimale sarà uno.

5.1.4 I nodi, finalmente!

Si potrebbe ancora analizzare la struttura topologica del nodo; considerando le due estremità unite tra loro e togliendo gli elementi inutili (ad esempio il vostro collo), con poche manovre di Rademeister diventano equivalenti a dei nodi molto semplici, ma mi pare ormai ci si sia spinti anche troppo avanti; sappiate comunque che è possibile manipolare le sequenze in modo tale da scoprire se vi resta "il nodo" al fondo o no. Vi fornisco comunque un po' di materiale con cui fare qualche tentativo: la tabella di **tutti** i nodi sino ad $h=9$; di quelli che sono riuscito a trovarlo, vi indico anche il nome.

Nella tabella che segue avete tutte le caratteristiche sin qui esaminate, oltre al valore k che indica se alla fine vi resta il nodo o no.

n	h	γ	sequenza	s	b	k	nome
1	3	1	S_D_+C_-	0	0	1	Orientale
2	4	1	S_+D_-S_+C_-	1	1	0	Tiro a Quattro
3	5	1	S_-D_+S_-D_+C_-	0	2	1	Kelvin
4	5	2	S_-C_+D_-S_+C_-	1	0	0	Nicky
5	5	2	S_-C_+S_-D_+C_-	1	1	1	Pratt
6	6	1	S_+D_-S_+D_-S_+C_-	1	3	0	Victoria
7	6	2	S_+D_-C_+S_-D_+C_-	0	0	1	Mezzo Windsor
8	6	2	S_+D_-C_+D_-S_+C_-	0	1	0	
9	6	2	S_+C_-D_+S_-D_+C_-	0	1	1	
10	6	2	S_+C_-S_+D_-S_+C_-	2	2	0	
11	7	1	S_-D_+S_-D_+S_-D_+C_-	0	4	1	
12	7	2	S_-D_+S_-C_+D_-S_+C_-	1	1	0	St. Andrew
13	7	2	S_-D_+C_-S_+D_-S_+C_-	1	1	0	
14	7	2	S_-D_+S_-C_+S_-D_+C_-	1	2	1	
15	7	2	S_-D_+C_-D_+S_-D_+C_-	1	2	1	

16	7	2	S_C+D_S+D_S+C_	1	2	0	
17	7	2	S_C+S_D+S_D+C_	1	3	1	
18	7	3	S_C+D_C+S_D+C_	0	1	1	Plattsburg
19	7	3	S_C+D_C+D_S+C_	0	2	0	
20	7	3	S_C+S_C+D_S+C_	2	2	0	
21	7	3	S_C+S_C+D_S+C_	2	3	1	
22	8	1	S_D-S_D+S_D-S_C-	1	5	0	
23	8	2	S_D-S_C+D_S+D_C-	0	2	1	Cavendish
24	8	2	S_D-S_D+C_S+D_C-	0	2	1	
25	8	2	S_D-C+S_D+S_D+C_	0	2	1	Christensen
26	8	2	S_D-S_D+C_D+S_C-	0	3	0	
27	8	2	S_D-C+D_S+D_S+C_	0	3	0	
28	8	2	S_C-D+S_D+S_D+C_	0	3	1	
29	8	2	S_D-S_C+S_D-S_C-	2	3	0	
30	8	2	S_C-S_D+S_D-S_C-	2	4	0	
31	8	3	S_C-D+S_C+D_S+C_	1	0	0	Windsor
32	8	3	S_C-S_D+C_S+D_C-	1	1	1	
33	8	3	S_C-D+S_C+S_D+S_	1	1	1	
34	8	3	S_D-C+S_C+D_S+C_	1	1	0	
35	8	3	S_C-S_D+C_D+S_C-	1	2	0	
36	8	3	S_D-S_C+C_S+D_C-	1	2	1	
37	8	3	S_D-C+S_C+S_D+C_	1	2	1	
38	8	3	S_C-D+C_S+D_S+C_	1	2	0	
39	8	3	S_D-C+D_C+D_S+C_	1	3	0	
40	8	3	S_C-S_C+D_S+D_C-	1	3	1	
41	8	3	S_C-D+C_D+S_D+C_	1	3	1	
42	8	3	S_C-S_C+S_D-S_C-	1	4	0	
43	9	1	S_D+S_D+S_D+S_D+C_	0	6	1	
44	9	2	S_D+S_D+C_S+D_S+C_	1	3	0	Grandchester
45	9	2	S_D+S_C+D_S+D_S+C_	1	3	0	
46	9	2	S_D+S_D+S_C+D_S+C_	1	3	0	
47	9	2	S_D+C_S+D_S+D_S+C_	1	3	0	
48	9	2	S_D+S_D+C_D+S_D+C_	1	4	1	
49	9	2	S_D+S_C+S_D+S_D+C_	1	4	1	
50	9	2	S_D+S_D+S_C+S_D+C_	1	4	1	
51	9	2	S_D+C_D+S_D+S_D+C_	1	4	1	
52	9	2	S_C+D_S+D_S+D_S+C_	1	4	0	
53	9	2	S_C+S_D+S_D+S_D+C_	1	5	1	
54	9	3	S_D+C_S+D_C+S_D+C_	0	0	1	

55	9	3	S_D+C_D+S_C+D_S+C_	0	1	0	
56	9	3	S_D+C_S+D_C+D_S+C_	0	1	0	
57	9	3	S_C+D_S+D_C+S_D+C_	0	1	1	
58	9	3	S_C+D_S+C_D+S_D+C_	0	1	1	
59	9	3	S_D+C_D+S_C+S_D+C_	0	2	1	
60	9	3	S_C+D_S+D_C+D_S+C_	0	2	0	
61	9	3	S_D+S_C+D_C+S_D+C_	0	2	1	
62	9	3	S_D+C_S+C_D+S_D+C_	0	2	1	
63	9	3	S_D+S_C+D_C+D_S+C_	0	3	0	
64	9	3	S_D+C_D+C_S+D_S+C_	0	3	0	
65	9	3	S_C+S_D+C_D+S_D+C_	0	3	1	
66	9	3	S_C+D_C+S_D+S_D+C_	0	3	1	
67	9	3	S_C+D_C+D_S+D_S+C_	0	4	0	
68	9	3	S_C+S_D+S_C+D_S+C_	2	2	0	
69	9	3	S_C+S_D+C_S+D_S+C_	2	2	0	
70	9	3	S_C+D_S+C_S+D_S+C_	2	2	0	
71	9	3	S_C+S_D+S_C+S_D+C_	2	3	1	
72	9	3	S_D+S_C+S_C+D_S+C_	2	3	0	
73	9	3	S_D+C_S+C_S+D_S+C_	2	3	0	
74	9	3	S_D+S_C+S_C+S_D+C_	2	4	1	
75	9	3	S_D+C_D+C_D+S_D+C_	2	4	1	
76	9	3	S_C+S_C+D_S+D_S+C_	2	4	0	
77	9	3	S_C+S_C+S_D+S_D+C_	2	5	1	
78	9	4	S_C+D_C+S_C+D_S+C_	1	2	0	Balthus
79	9	4	S_C+S_C+D_C+S_D+C_	1	3	1	
80	9	4	S_C+D_C+D_C+S_D+C_	1	3	1	
81	9	4	S_C+D_C+S_C+S_D+C_	1	3	1	
82	9	4	S_C+S_C+D_C+D_S+C_	1	4	0	
83	9	4	S_C+D_C+D_C+D_S+C_	1	4	0	
84	9	4	S_C+S_C+S_C+D_S+C_	3	4	0	
85	9	4	S_C+S_C+S_C+S_D+C_	3	5	1	

Il mio? Pratt.

Rudy d'Alembert
Alice Riddle
Piotr R. Silverbrahms