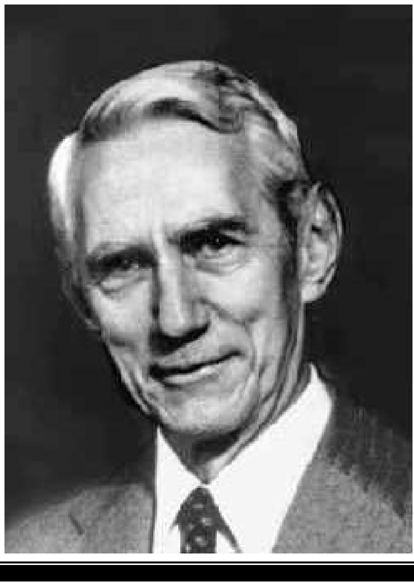
Rudi Mathematici

Rivista fondata nell`altro millennio

Numero 027 - 2001-04

1. Editoriale



Claude Shannon

Nasce il 30 aprile 1916 a Petoskey, Michigan, USA.

La sua tesi al MIT tratta dell`utilizzo dell`algebra di Boole per l`analisi e l`ottimizzazione dei circuiti di commutazione.

Pubblica nel 1948 *Una Teoria Matematica della Comunicazione* nel *Bell System Technical Journal.*

E` considerato il fondatore della teoria dell`informazione. Propose un modello schematico lineare dei sistemi di comunicazione e ricavo` un metodo di analisi degli errori in un segnale.

Ottiene la Medaglia Nazionale della Scienza nel 1966.

Muore il 28 febbraio 2001 a Melford, Michigan, USA.

Da oggi, sara` molto piu` facile sbagliare.

Rudy d`Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms

2. Problemi

Be worry: Nirvana Jones is back.

Questa volta, il problema coinvolgeva il racconto della mileduesima notte di Scheherazade. Pare che dopo questo racconto, il Sultano abbia deciso di passare a vie di fatto, per togliersi dai piedi quella chiaccherona...

Siccome la formulaccia e` scarsamente divertente, Sua Graziosita` concede benignamente l`utilizzo di Excel...

2.1 La prima prova

"Il nostro Magnifico Sultano ha deciso di maritare la piu` bella delle sue cento figlie; chiunque puo` presentarsi, domattina di fronte al palazzo e chiederla in sposa. Verra` accolto, e gli verranno presentate, una per volta, tutte le figlie del Sultano; all`ingresso di ognuna, verra` annunciata la dote della ragazza, che e` proporzionale alla sua bellezza. Il pretendente potra` chiedere in sposa la ragazza solo dopo l`annuncio della dote. Non potra` chiedere in sposa una ragazza che ha gia` visto prima. Se scegliera` una ragazza che non sia la piu` bella, verra` decapitato."

La traduzione, nel piu` puro stile Nirvanesco, e` piuttosto libera... In sostanza:

1. Vi presentano una ragazza ***A*** e vi dicono la sua dote (fa un po` mercato bovino, ma a quei tempi usava cosi`...).
2. Potete sceglierla o rifiutarla. Se rifiutate, non potrete piu` "chiamarla indietro"
3. Si passa alla ragazza ***B***, con lo stesso metodo.

E, se vi fate passare la piu` sostanziosa, ci lasciate la testa.

Posto che siate interessati a questa pericolosa forma di avanzamento sociale, qual`e` la vostra strategia?

2.2 La seconda prova

...Giovani matematici di belle speranze, il mattino dopo di buon`ora vi presentate di fronte al palazzo.

Che ci sia una riunione del senato accademico? L`intera rappresentanza maschile della Facolta` di Matematica si e` messa ordinatamente in coda.

La vostra ipotesi di sistemarvi come genero del Sultano comincia a perdere punti, quando vedete la testa di quello che era il primo della fila rotolare sui gradini; attimo di sconcerto da parte di alcuni (il vostro pensiero si riduce a un " Toh, Metodi Numerici... ventidue."), che si ritrovano improvvisamente costretti a variare la loro strategia.

...Come si modificano le strategie dei partecipanti a questo allegro giochino?

3. Soluzioni e Note

3.1 [025]

3.1.1 C`e` un`altra festa!

...Il guaio peggiore e` che sia mia moglie che la moglie di Piotr si chiamano Paola; per complicarvelo, potevo inserire i due Rudolph del paesello, cosi` ero sicuro non ci avreste capito niente (no, le loro mogli non si chiamano Paola). Definiamo quindi mia moglie come "mia moglie" e la moglie di Piotr come "Paola".

Siamo in ***8***, nessuno stringe la mano a se stesso o al proprio coniuge. Questo vuol dire che ognuno stringe la mano, al piu`, a ***6*** persone. *Avendo ricevuto tutte risposte diverse*, devono essere attribuiti i numeri 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Comniciamo dalla persona che ha stretto ***0*** mani, l`***introverso***. Lui non ha salutato nessuno.

La persona che ha stretto ***6*** mani (l`***estroverso***) ha salutato tutti, tranne se stesso e il proprio coniuge: quindi, ***l`estroverso e` il coniuge dell`introverso***. A questo punto, siamo riusciti a mettere insieme due persone e la situazione e`: (0, 6), 1, 2, 3, 4, 5, io.

La persona che ha stretto ***1*** mano (il ***quasi-introverso***) ha salutato una persona, quindi deve aver salutato l`estroverso che ha salutato tutti.

La persona che ha salutato ***5*** persone (il ***quasi-estroverso***) ha salutato tutti tranne l`introverso, il coniuge e se stesso: quindi, ***il quasi-introverso e` il coniuge del quasi-estroverso***. Da cui, (0, 6), (1, 5), 2, 3, 4, io.

Nello stesso modo, si vede che la persona che ha stretto ***2*** mani (lo ***pseudo-introverso***) e` il coniuge della persona che ne ha strette ***4*** (lo ***pseudo-estroverso***). I due restanti siamo io e mia moglie. La situazione allora e`:

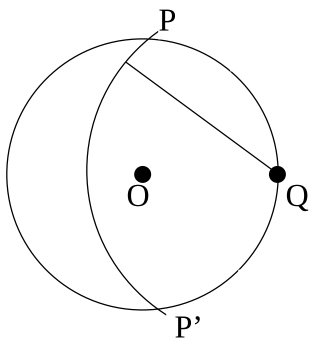
(0, 6), (1, 5), (2, 4), (3, io)

Ossia mia moglie ha stretto la mano a ***3*** persone. Inoltre, siccome abbiamo definito le persone cui *gli altri* hanno stretto la mano, io devo aver stretto la mano a ***3*** persone, ossia all`***estroverso***, al ***quasi estroverso*** e allo ***pseudo-estroverso***. Uno di questi e` Piero, quindi Paola e` esclusa.

...E aspettate tra qualche numero, che parliamo di cosa succede quando c`e` un pranzo di famiglia...

3.1.2 Come allevare una capretta

***Faro`*** dei commenti sulle braccia sottratte all`agricoltura...



Cominciamo con il solito disegno, si? Sia ***l*** la lunghezza della corda, ***O*** il centro del cerchio, ***Q*** il punto di fissaggio, ***P*** e ***P`*** i punti in cui la circonferenza interseca l`area mangiabile.

Allora (lavorando in radianti), se $B = P\hat{Q}O$ si ha che $C = p - 2B$ e` la misura di $P\hat{O}Q$.

Avendo due lati di lunghezza ***l***, il triangolo PQO e` isoscele e quindi deve essere $l = 2R\cos B$.

La "fetta di torta" con centro in ***O*** e passante per ***P*** e ***P`*** ha area $\frac{1}{2}R^2 * 2C = R^2C$.

Invece, la "fetta di torta" con centro ***Q*** e passante per ***P*** e ***P`*** ha area L^2B.

La somma di queste due aree e` l`area mangiata dalla capretta, nella quale pero` contiamo ***due volte*** il quadrilatero ***OPQP`***; dobbiamo quindi sottrarre una volta quest`area, ossia dobbiamo sottrarre $2 * \left(\frac{1}{2}RL\sin B\right) = RL\sin B$ e quindi si ha:

$$\left(R^2C\right) + \left(L^2B\right) - RL\sin B = \frac{1}{2}pR^2$$

ossia

$$\left(R^2(p-B)\right)+(4R^2\cos^2 B)-(2R^2\sin B\cos B)=\frac{1}{2}pR^2$$

da cui

$$p-2B+4B\cos^2 B-2B\sin B\cos B=\frac{p}{2}$$

e qui non c`e` niente da fare, bisogna risolverla numericamente... ***B=0.9528***, ***C=1.2359*** e ***L=1.1587***.

OK, ammetto che era tosta... Ma vi ho dato anche due mesi!

4. Bungee Jumpers

4.1 Il salto

Ad un numero **N** *viene spostata la cifra piu` significativa nella posizione meno significativa e il numero risulta moltiplicato per* **k**. *Trovare il minimo* **N** *per ogni valore di* **k** *(***N**, **k** *interi positivi).*

4.2 Pagina 46

Come sempre in problemi di questo tipo un buon metodo e` avere un`idea geniale all`inizio; piu` e` semplice, piu` e` geniale.

> In questo caso, l`idea e` che ***N*** e il risultato hanno *lo stesso numero di cifre*, e quindi ***k*** deve essere sicuramente *minore di dieci*. Con nove valori di ***k***, possiamo procedere suppergiu` per enumerazione.

Piccola nota: nel seguito, la $\overline{sovralineatura}$ significa che non e` una moltiplicazione, ma che stiamo indicando le cifre dello stesso numero.

k=1.

> ...Per favore, cerchiamo di essere seri. In questo caso, ***N=1***.

k=2.

> Siccome il numero delle cifre non aumenta nella moltiplicazione, la prima cifra puo` essere solo ***2*** o ***4***: i valori maggiori aumenterebbero la lunghezza del numero, i valori dispari "1" e "3" darebbero origine ad un risultato dispari, non divisibile per due.
>
> Sia ***X*** il numero di ***m*** cifre ottenuto cancellando la prima cifra da ***N***;
>
> **Prima cifra 2**
>
> Le condizioni del problema sono esprimibili come:
>
> $$(2*10^m+X)*2=10*X+2$$
>
> da cui si ha
>
> $$X=\frac{4*10^m-2}{8}$$
> $$=\frac{2*10^m-1}{4}$$

ma, essendo il numeratore sicuramente dispari, *non esiste alcun* **X** *intero che la soddisfi.*

Prima cifra 4

Come per il sottocaso precedente, le condizioni sono:

$$(4*10^m + X)*2 = 10*X + 4$$

da cui, con lo stesso calcolo,

$$\begin{aligned} X &= \frac{8*10^m - 4}{8} \\ &= \frac{2*10^m - 1}{2} \end{aligned}$$

che ha il numeratore sicuramente dispari; quindi, come per il sottocaso precedente, *non esiste alcun* **X** *intero che la soddisfi.*

Quindi *nessun numero ha la proprieta` richiesta per* **k=2**.

k=3.

Se triplichiamo un intero, il risultato avra` lo stesso numero di cifre del numero originale solo se la prima cifra e` ≤ 3, quindi puo` assumere i valori ***1***, ***2***, ***3***.

Prima cifra 3

In questo caso, possiamo esprimere le condizioni del problema come $\overline{3xy\ldots z}*3 = \overline{xy\ldots z3}$. Questo vuol dire che ***x***, ossia la seconda cifra del numero, deve essere ***9*** (quando faccio il conto a primo membro, la ***x*** la ottengo con ***3*3*** e non devo avere riporti: se ne ho, mi aumenta il numero di cifre). Pero`, il triplo di un intero che comincia con ***39*** ha sicuramente una cifra in piu`, quindi *non puo` cominciare con* ***3***.

Prima cifra 2

Sia ***X*** il numero di ***m*** cifre ottenuto cancellando la prima cifra da ***N***; le condizioni del problema diventano allora $(2*10^m + X)*3 = 10X + 2$, ossia $X = \frac{6*10^m - 2}{7}$. Da questa, possiamo ricavare il valore minimo di ***X***: dobbiamo trovare quanti zeri sono necessari in $6000\ldots0$ affinche, diviso per ***7***, dia resto 2. Provando, si vede che il numero minimo e` ***5***, ossia $6*10^5 = 7*(285\,714)+1$; quindi il minimo valore per ***X*** e` $85\,714$, da cui si ricava che ***N***=$285\,714$.

Prima cifra 1

Sia ***X*** il numero di ***m*** cifre ottenuto cancellando la prima cifra da ***N***; le condizioni del problema diventano allora $(10^m + X)*3 = 10X + 1$, ossia $X = \frac{3*10^m - 1}{7}$. Da questa, possiamo ricavare il valore minimo di ***X***: dobbiamo trovare quanti zeri sono necessari in $3000\ldots0$ affinche, diviso per ***7***, dia resto ***1***. Provando, si vede che il numero minimo e` ***5***, ossia

$3*10^5 = 7*(142\,857)+1$; quindi il minimo valore per ***X*** e\` $42\,857$, da cui si ricava che ***N***=$142\,857$ (...non vi sembra di averlo gia\` visto?).

Da questi tre sottocasi, si ricava che *il minimo numero che ha la proprieta\` richiesta per* **k=3** *e\`* **N=**$142\,857$.

k=4.

Dovendo restare identico il numero di cifre e dovendo essere il risultato pari, il numero non puo\` che iniziare per ***2***.

Sia ***X*** il numero di ***m*** cifre ottenuto cancellando la prima cifra da ***N***; le condizioni del problema diventano allora $(2*10^m + X)*4 = 10X + 2$, ossia $X = \frac{8*10^m - 2}{6}$. Notiamo pero\` che e\` $X \approx \frac{8}{6}*10^m > 10^m$, e quindi ***X>10^m*** il che e\` contradditorio con la nostra ipotesi che ***X*** abbia ***m*** cifre. Quindi, *nessun numero ha la proprieta\` richiesta per* **k=4**.

k=5.

Dovendo restare identico il numero delle cifre, la prima puo\` solo essere ***1***.

Quando questa viene spostata al fondo del numero, il numero finisce per ***1*** e quindi non sara\` mai divisibile per ***5*** come richiesto dal problema. Quindi, *nessun numero ha la proprieta\` richiesta per* **k=5**.

k=6.

Dovendo restare identico il numero delle cifre, la prima puo\` solo essere ***1***.

Essendo il numero *dispari,* il numero risultante non sara\` mai divisibile per ***6***. Quindi *nessun numero ha la proprieta\` richiesta per* **k=6**.

k=7.

Dovendo restare identico il numero delle cifre, la prima puo\` essere solo ***1***.

Le condizioni del problema sono esprimibili come $\overline{1x\ldots yz}*7 = \overline{x\ldots yz1}$. Questo significa che ***z*7*** deve finire con la cifra ***1***; trattandosi di prodotti di *cifre*, deve essere ***z=3*** , in quanto e\` l\`unico prodotto che termini per ***1***. La nostra condizione diventa quindi $\overline{1x\ldots y3}*7 = \overline{x\ldots y31}$. Dato che ***7*3=21***, e si ha $\overline{y3}*7 = \overline{\ldots 31}$, il prodotto avra\` ***1*** come cifra finale; quindi, per gli stessi motivi visti sopra, ***y=3***.

Procedendo in questo modo, mostra che *ogni* cifra deve essere ***3***; questo contraddice l\`assunto che la prima sia ***1***.

Quindi *nessun numero ha la proprieta\` richiesta per* **k=7**.

k=8.

Dovendo restare identico il numero delle cifre, la prima puo\` solo essere ***1***.

Essendo il numero *dispari*, il numero risultante non sara\` mai divisibile per ***8***. Quindi *nessun numero ha la proprieta\` richiesta per* **k=8**.

k=9.

Dovendo restare identico il numero delle cifre, la prima puo\` solo essere ***1***.

Sia ***X*** il numero di ***m*** cifre ottenuto cancellando la prima cifra da ***N***; le condizioni del problema diventano allora $(1*10^m + X)*9 = 10X + 1$, il che equivale a

$X = 9 * 10^m - 1$. Notiamo pero` che e` $X > 10^m$, il che contraddice la nostra ipotesi che ***X*** abbia ***m*** cifre. Quindi, *nessun numero ha la proprieta` richiesta per* **k=9**.

Conclusione:

Il problema ha soluzione solo per **k=3** *per cui si ha* $N = 142\,857$ [1].

5. Paraphernalia Mathematica

5.1 Come far girare le palle

...Scusate, ma non ho resistito...

In realta` questa volta volevo andare a ficcare il mio nasaccio teorico in un campo eminentemente pratico: tutti, prima o poi, siamo rimasti affascinati dai giocolieri che tiravano in aria qualcosa (palle, anelli, clavette, torce o quant`altro) e li riprendevano al volo; alzi la mano chi di voi non ha mai provato a fare lo stesso (Bugiardi! non ci credo!).

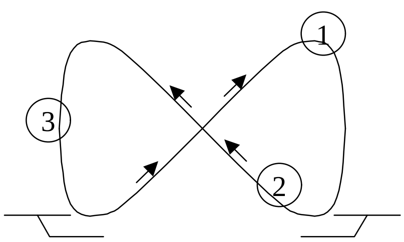
Per prima cosa, mettiamo in chiaro una cosa: sono un assoluto incapace nel campo, il massimo risultato raggiunto dal sottoscritto e` la doccia a due palle, che non viene neppure presa in considerazione da un giocoliere serio; l`analisi, quindi, sara` strettamente teorica.

Nel seguito parleremo di palle, ma queste sono tranquillamente sostituibili da anelli (e` piu` facile), da clavette (e` piu` difficile), da torce accese (e` piu` pericoloso) o da vasi di porcellana (e` piu` stupido). Diciamolo qui e poi sentiamoci degli incapaci: il record, nel campo, e` dodici anelli, undici palle e otto clavette *contemporaneamente*.

Come si puo` descrivere una cosa di questo tipo? Beh, prendiamola alla lontana: per prima cosa, e` il caso di definire quanti oggetti usiamo: dopo un po` di allenamento, dovreste (io non ci provo neanche) riuscire a usarne ***3*** o, in un caso particolare, quattro.

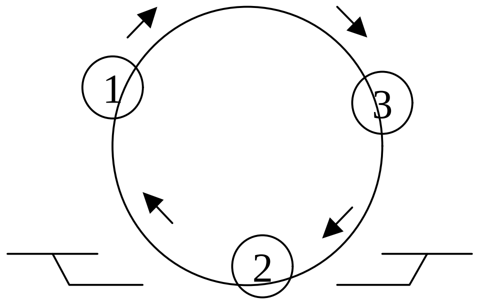
Gia`, perche` sono possibili diversi "giri"... posso far passare le cose in modo diverso e ottenere figure diverse. Di seguito, abbiamo le figure "base": ho numerato le palle (e` piu` facile che colorarle, e poi continuo a non avere la stampante a colori) e quei due sgorbi sotto vorrebbero essere le mani: il disegno e` fatto come se voi foste davanti al giocoliere e foste destri (tra l`altro, essendo mancino dovrei essere facilitato...).

La prima figura (non e` la piu` facile) e` la cosiddetta "***cascata a tre palle***": le palle formano un "8" ed effettuano tutte lo stesso giro nello stesso senso. (mi rendo conto che le traiettorie, cosi` come sono disegnate, violano qualsiasi legge della fisica: spiacente, ma non so fare di meglio). La figura della "cascata", utilizzando piu` palle, e` uno degli esercizi base piu` spettacolari. Sulla sinistra avete la mano destra e sulla destra la mano sinistra (siete davanti al giocoliere o davanti allo specchio, ricordatelo).

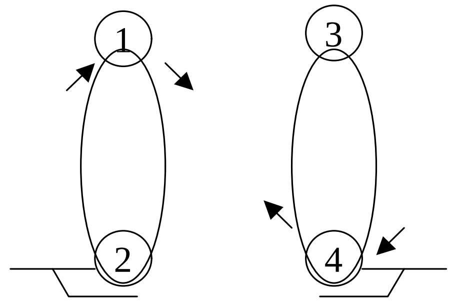


[1] Solo una piccola nota a margine: prendete questo numero e povate a moltiplicarlo per 1, 2, 3, 4, 5, 6. E poi, provate a moltiplicarlo per 7.

Un altro tipo di traiettoria possibile (sempre con tre palle, per semplicita`) e` la "***doccia a tre palle***", che e` probabilmente la piu` facile: come accennato prima, la versione a due palle e` l`unica che mi riesce. In questo caso, le palle formano un cerchio percorso in senso antiorario se siete destrimani e state eseguendo l`esercizio: data la rappresentazione speculare, la vedete girare in senso orario. La figura della "doccia" sembra facile (e con poche palle lo e`), ma richiede un certo coordinamento in quanto una delle due mani (la destra, per voi) deve tirare le palle con maggior forza; e` quindi un esercizio asimmetrico. Personalmente, non lo trovo particolarmente impressionante: il motivo probabilmente e` psicologico, in quanto c`e` sempre una palla che fa "poca strada" ed e` poco visibile (il passaggio basso) e quindi sembrano di meno.



Il piu` "brutto" di tutti e` pero`, probabilmente, la "***fontana a quattro palle***": in questa figura, ogni mano fa un gioco per conto suo, lanciando e riprendendo due palle. Niente di particolarmente spettacolare, soprattutto se lo eseguite "in sincronia", ossia se le due mani fanno contemporaneamente la stessa cosa. Credo la figura non abbia necessita` di ulteriori spiegazioni. Se quest`ultima figura riuscite a farla fuori sincronia, probabilmente ci guadagna in estetica.



Incredibilmente, tutte le possibilita` sono queste: posto che vogliate organizzare uno spettacolino, per evitare di essere noiosi vi consiglio di mescolare i vari tipi: in questo modo, il gioco sembra molto piu` complicato.

Non sperate sia tutto qui: quello che dobbiamo riuscire a fare, adesso, e` spiegare *quando* una certa palla viene lanciata in aria. La notazione normalmente usata e` quella di descrivere il tutto attraverso una "quantizzazione" regolare del tempo. Vediamo, ad esempio, la cascata a tre palle.

Primo momento: lancio la palla ***1***.

Secondo momento: lancio la palla ***2***.

Terzo momento: lancio la palla ***3***.

...E poi ricomincio da capo.

In pratica, la palla ***1*** viene lanciata nei momenti ***0, 3, 6, 9,...***, la palla ***2*** nei momenti ***1, 4, 7, 10,...***, e la palla ***3*** nei momenti ***2, 5, 8, 11,...***. In pratica, il *periodo* di ogni palla e` ***3*** e potremmo indicare l`esercizio come "333333......". Nella realta` si considera solo la prima ripetizione e quindi la descrizione della cascata a tre palle e` "***3***".

La doccia a tre palle e` un po` piu` complicata:

Primo momento: lancio la palla ***1*** "molto in alto" (sarebbe il giro da sopra)

Secondo momento: "passo" la palla ***2*** da una mano all`altra (e` la parte bassa)

Terzo momento: lancio la palla ***2*** molto in alto

Quarto momento: passo la palla ***3*** da una mano all`altra

Quinto momento: lancio la palla ***3*** molto in alto

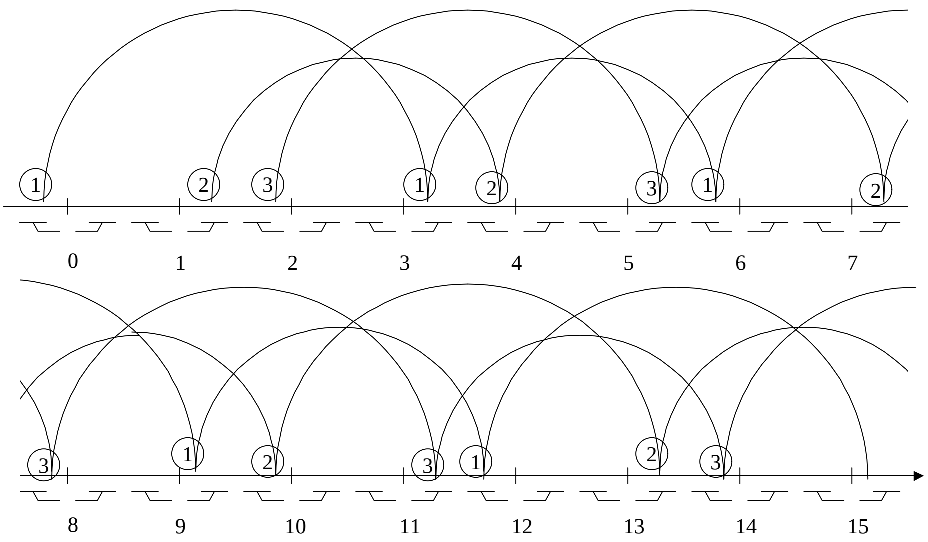
Sesto momento: passo la palla ***1*** da una mano all`altra (sperando di averla ripresa...).

in pratica, la palla ***1*** viene lanciata (o passata) nei momenti ***0, 5, 6, 11, 12,...***, la palla ***2*** nei momenti ***1, 2, 7, 8, 13,...*** e la palla ***3*** in ***3, 4, 9, 10, 15,...***. La "differenza" di 1 e` il passaggio, la differenza di 5 e` il lancio. la sequenza quindi e` "515151..." ossia "***51***".

In questo modo, diventa relativamente semplice (per gli esperti) capire come girano le palle.

La fontana a quattro palle e` semplice, quindi viene lasciata come esercizio allo studente.

Da questa notazione e` possibile ricostruire (quasi) tutto il gioco: proviamo a rappresentare i vari "momenti" sull`asse del tempo, forse la cosa diventa piu` logica: siccome in un certo momento tutte le mani si danno da fare, per ogni "punto" disegnamo la coppia delle mani: il percorso delle palle sono i semicerchi indicati.

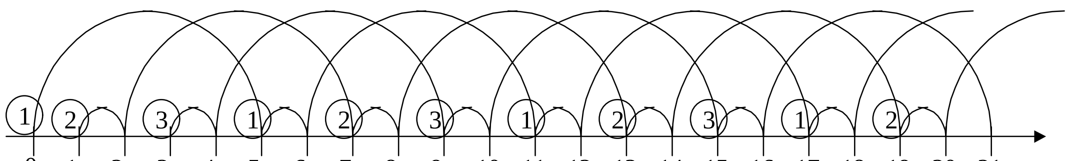


L`unico guaio di questa notazione e` che non ci dice "che mano": usare in un certo momento, ma la cosa e` deducibile: infatti, nel caso della cascata e della doccia, una palla parte da una mano per finire nell`altra.

Una delle "incomprensibilita`" dello schema (oltre alla mia intrinseca inettitudine nel disegno) e` nelle manine: forti del fatto che si parte da una per finire nell`altra, proviamo a disegnare un altro schema come se le mani fossero tutte e due nello stesso punto.

Proviamo con la doccia: come abbiamo detto, lo schema e` "***51***" e abbiamo tre palle.

Nella figura sotto si vede lo schema: effettivamente, sembra un po` piu` semplice, soprattutto se vi focalizzate su una singola palla: ognuna fa un salto lungo e un salto



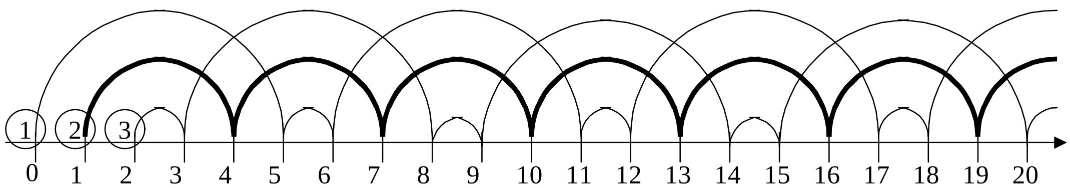
piccolo (ossia un giro completo); considerato che il passaggio "piccolo" e` dalla sinistra alla destra, e` abbastanza facile capire che mano sta facendo guai in un certo momento.

Attenzione pero` che non tutte le sequenze numeriche possono essere trasformate in gioco: ad esempio, se prendete la sequenza "***21***" e provate a tracciare il disegno, vi accorgete che vi ritrovate con due palle nella stessa mano, e questo nel nostro sistema di notazione e` vietato (qualche giocoliere ci riesce, ma non e` facile   dicono).

Bene, arriva un amico e mi dice: "Fammi vedere il ***45141***..." Come faccio? Beh, non crediate che in questo campo non esistano dei teoremi: *data la descrizione di un movimento, il numero delle palle necessarie e` uguale alla media della descrizione*: nel gioco richiesto dal vostro sadico amico, sono necessarie quindi (4+5+1+4+1)/5=3 palle.

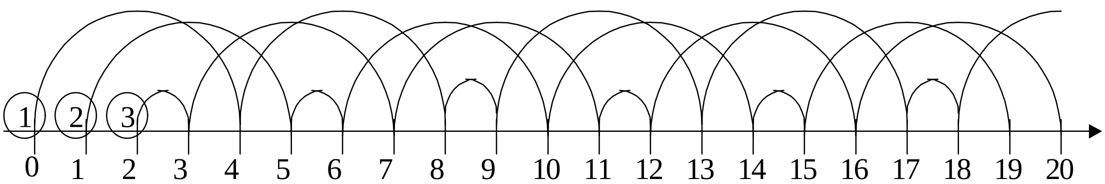
E se la media mi dice che mi servono due palle e mezza? Beh, provate a tracciare il grafico...

Si puo` lavorare anche in un altro modo sul descrittore: un movimento abbastanza diffuso e`, ad esempio, il ***531***, che ormai dovreste riuscire a leggere con discreta tranquillita`. Vi evidenzio una cosa "un po` strana" che fa la palla ***2***, con una linea piu` spessa. Oibo`! tutto



quello che fa e` un aggeggio che potremmo chiamare "cascata a una palla", mentre le altre due stanno facendo per conto loro un "***51***", ossia una doccia a due palle, all`incirca...

Il bello in questo campo e` che anche "cose" relativamente semplici potete inventarvele da soli: ad esempio, solo recentemente e` diventato di moda tra i professionisti il "***441***", che vedete qui sotto.



Ormai, non dovreste avere problemi ad apprezzarne la potenza estetica: ogni palla effettua una cascata completa (***44***) e poi un passaggio basso della doccia (***1***); il bello e` che, se provate (come ho fatto io, con una palla sola) vi accorgete che prima si fa la cascata da una parte, poi si fa il passaggio basso in una direzione, poi si fa la cascata dall`altra parte, poi si fa il passaggio basso nell`altra direzione... Insomma, descriverlo a parole non e` facile.

Se decidete poi che il vostro futuro e` nella giocoleria (si chiama proprio cosi`), allora dovete imparare la cascata a cinque palle; come esercizio per padroneggiarla, i migliori maestri consigliano il ***5551*** (evidentemente a quattro palle). Siccome in questo caso sarei molto invidioso, disegnatevela *voi*.

Anche dal punto di vista matematico, non crediate qui abbiano gia` fatto tutto: nel campo esiste una congettura semplice semplice che pero` sta dando filo da torcere a molti matematici: *quante sono le sequenze di "**n**" cifre che utilizzano "**b**" o meno palle?* La risposta sembra essere b^n, ma siamo ancora in trepida attesa di una dimostrazione rigorosa.

Quello che invece e` abbastanza facile da dimostrare, e` il *Teorema di Shannon* (sigh...): Siano definite le seguenti grandezze:

F = Tempo trascorso in aria dalla palla

D = Tempo per cui una palla rimane in mano

V = Tempo per cui una mano e` vuota

N = Numero delle palle

H = Numero delle mani (sic!)

Allora, e`: $(F + D) * H = (V + D) * N$.

Nonostante la sua complicazione, e` abbastanza facile da dimostrare: si esegue un ciclo completo dal punto di vista della mano e un ciclo completo dal punto di vista della palla, e quindi si eguagliano i cicli.

Infine, un consiglio pratico, per quello che vale: se voltete provarci, procuratevi il numero necessario di palle uguali tra di loro ma di colore diverso, in modo da associare un numero ad un colore (mi dicono che per imparare vanno benissimo quelle morbide che si trovano nei negozi per animali); per il vostro primo spettacolino, usate palle dello stesso colore: sembrera` molto piu` complicato.

No, questo non e` il caso di usarlo durante le riunioni noiose; potrebbero farsi una brutta idea di voi.

Pippapperapiripippapera...

Rudy d`Alembert

Alice Riddle

Piotr R. Silverbrahms